

随机信号分析

李在铭 李晓峰
周 宁 傅志中 编著



电子科技大学出版社

随机信号分析

李在铭 李晓峰
周 宁 傅志中 编著

电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书作者长期从事随机信号领域的教学、科研工作，对此有独到的见解。他们把自己的创新意识和宝贵经验融入书中，奉献给读者。主要内容有：随机实验、物理系统及其概率分析模型；特征函数、矩函数及其变换分析；随机信号基本描述与统计特性分析，信号通过线性系统；希尔伯特变换、窄带与窄高斯信号、马尔可夫、维纳与泊松信号及其导出问题。

本书注重概率并结合工程实际，数学严格、层次分明、深入浅出，各章有小结与助学举例，章节有英文副标题，自成系统便于自学。

本书可作为高等学校工科无线电、通信与电子系统、信息技术、测量与电子工程等专业本科生教材或研究生参考书，也可作为相关工程技术和科研人员参考书。

图书在版编目(CIP)数据

随机信号分析/李在铭等编著. —成都：
电子科技大学出版社，2004. 5

ISBN 7 - 81094 - 458 - 4

I . 随... II . 李... III . 随机信号 — 信号分析
IV . TN 911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 032371 号

随机信号分析

李在铭 李晓峰 编著
周 宁 傅志中

出 版：电子科技大学出版社 （成都建设北路二段四号，邮编：610054）

责任编辑：徐守铭

发 行：新华书店

印 刷：电子科技大学出版社印刷厂

开 本：787 × 1092 1/16 印张 19.75 字数 479 千字

版 次：2004 年 5 月第一版

印 次：2004 年 5 月第一次印刷

书 号：ISBN 7 - 81094 - 458 - 4/TN · 8

印 数：1—3000 册

定 价：28.00 元

■版权所有 侵权必究■

◆邮购本书请与本社发行科联系。电话：(028) 83201495 邮编：610054

◆本书如有缺页、破损、装订错误，请寄回印刷厂调换。

前　　言

在现代社会里,各种科学和工程技术在处理问题时,为了获得最佳的结果,都要考虑研究对象的不确定性,或称为随机性。对信息技术及其应用更是如此。随机信号分析就是处理事物随机性的基础理论,因此,从事现代科学技术,特别是信息科学技术的人才都必须掌握这一门知识。

本书中,我们总结了多年来从事这方面的科学研究与教学的经验,为电子工程、无线电技术、通信工程、信息技术、测量技术、光和电子工程技术各种专业的大学本科生和研究生撰写了此专业基础教材。

从我们长期的教学与研究工作经验看,初学者容易对于定义、定理及其性质概念不清,不懂得如何结合实际研究工作,常感到学习枯燥,因而,不易掌握这门科学。为了改善这一状况,本书在讲述物理和数学原理的同时,加强工程应用的内容,辅以练习,自成系统便于自学。本书主要特点如下:(1)结合工程实际与功能分析,讲解随机信号的基础理论与应用;(2)侧重物理概念与工程意义,讲清定义与定理,注重逻辑层次与深入浅出;(3)配备足够的例题和练习,且各章对内容进行小结,提供必要的助学举例;(4)为便于读者查询有关数学知识,书末备有一定的附录;(5)各章、节有英文副标题,便于阅读相关英文文献,扩展知识面。

全书共十一章。第一章讲述随机信号分析的实践和工程应用的基础。主要讲述随机实验的概率空间模型,应用贝努里试验序列分析相对频率、经验平均以及概率的实践公理,最后讨论随机信号与系统的概率分析模型与方法。第二章、第三章简明地总结基础概率论、随机变量与向量的基本理论要点。第四章讲述随机变量与向量的特征函数、矩发生函数,特别强调使用变换(比如傅立叶变换、Z 变换等)技术分析随机信号的统计特性。第五章举例讲述典型的数字和模拟随机信号,然后讨论随机信号的基本描述和统计特性。第六章讲述随机信号的平稳性和各态历经性。~~第七章讨论随机信号功率与互功率谱。~~第八章讲述随机信号通过线性与线性时不变系统。~~第九章讨论希尔伯特变换、窄带与窄带高斯随机信号并分析高频窄带信道传输中的基本问题。~~第十章讲述马尔可夫信号基本概念与模型、状态与状态转移概率、马氏链与齐次马氏链的状态分类及各类状态特性。~~第十一章讲述独立与增量独立随机信号,维纳与泊松计数信号,以及泊松信号的导出问题。~~

本书由电子科技大学通信与信息工程学院博士生导师李在铭教授主持编写，并编写第一章和第四章；李晓峰教授编写第二章、第三章、第五章、第六章和第八章；周宁副教授编写第七章和第九章；傅志中副教授编写第十章和第十一章。

本书的编写得到了电子科技大学及电子科技大学通信与信息工程学院的关心与支持；特别得到了通信与信息工程学院“随机信号与系统”课程组老师们的大力帮助，他们提出了许多宝贵的意见。另外，石荣博士，秦文、霍永青、章小宁、黄欣宇、杨征宇、张璇和李毅等硕士对本书的打字、绘图、阅读与校审等具体工作给予了很多帮助。我们在此对他们给予本书编写工作的关心、帮助和宝贵意见一并表示真诚的感谢。由于我们水平有限，且时间仓促，书中还会存在一些缺点和疏漏，殷切希望相关专家和广大读者批评指正。

编 著 者
2004年初于电子科技大学

目 录

Contents

第一章 随机实验、物理系统及其概率分析模型

Random Experiments Physical Systems and Their Probabilistic Analysis Models

§ 1.1 随机实验、随机信号与系统	(1)
Random Experiments Random Signals and Systems	
一、随机现象、随机实验与随机事件	(1)
Random Phenomena Random Experiments and Random Events	
二、随机信号与系统	(4)
Random Signals and Systems	
三、随机信号与系统行为的可预测性	(5)
Predictability of Behaviors of Random Signals and Systems	
§ 1.2 二元贝努里实验、相对概率与经验平均	(6)
Binary Bernoulli Trials Relative Frequency and Empirical Averages	
一、二元贝努里试验	(6)
Binary Bernoulli Trials	
二、随机事件的相对频率	(6)
Relative Frequency of Random Events	
三、离散随机变量的经验平均与方差	(8)
Empirical Averages and Variance of Random Variables	
§ 1.3 随机系统的概率分析模型与方法	(10)
Probabilistic Analysis Models and Methods of Random Systems	
一、随机系统功能的概率分析模型	(10)
Probabilistic Analysis Models of Random System Functions	
二、随机系统的概率分析方法	(11)
Probabilistic Analysis Methods of Random Systems	
§ 1.4 小结	(14)
Summary	
习题	(14)
Problems	

第二章 基础概率论

Basic Probability Theory

§ 2.1 样本空间、事件与概率公理	(17)
Sample Spaces, Events and Probability Axioms	
一、随机实验样本点与样本空间	(17)
Sample Points and Sample Spaces of Random Experiments	
二、事件与事件概率	(18)
Events and Probabilities	
三、概率公理	(18)
Probability Axioms	
§ 2.2 条件事件与独立事件	(20)
Conditional Events and Independent Events	
一、条件事件与条件概率	(20)
Conditional Events and Conditional Probabilities	
二、独立事件	(22)
Independent Events	
习题	(22)
Problems	

第三章 随机变量与随机向量

Random Variables and Random Vectors

§ 3.1 随机变量、随机向量及其概率分析	(25)
Random Variables, Random Vectors and Their Probability Analysis	
一、随机变量与随机向量	(25)
Random Variables and Random Vectors	
二、随机变量的概率分布和密度函数的定义	(27)
Definitions of Probability Distribution and Density Functions of Random Variables	
三、二维随机向量的概率分布和密度函数	(33)
Probability Distribution and Density Functions of Two - Dimensional Random Vectors	
§ 3.2 条件随机变量及随机变量的独立性	(36)
Conditional Random Variables and Independent Random Variables	
一、条件随机变量	(36)
Conditional Random Variables	
二、点条件随机变量的概率分布与密度函数	(37)
Probability Distribution and Density Functions of Random Variables with Point Condition	
三、随机变量的独立性及其判别条件	(39)
Independence of Random Variables and Criteria	

§ 3.3 随机变量和向量的统计平均	(40)
Ensemble Averages of Random Variables and Vectors	
一、统计平均算子与统计平均	(40)
Ensemble Average Operator and Ensemble Averages	
二、随机变量的统计矩	(42)
Statistical Moments of Random Variables	
三、相关系数、互不相关和正交性	(44)
Correlation Coefficients, Uncorrelation and Orthogonality	
四、条件平均	(46)
Conditional Averages	
§ 3.4 随机变量的估计与误差的概率	(48)
Estimation of Random Variables and Probability of Error	
习题	(49)
Problems	

第四章 特征函数、矩发生函数及变换分析

Characteristic Functions, Moment Generating Functions and Transform Analysis

§ 4.1 随机变量的特征函数与傅立叶变换分析	(54)
Characteristic Functions and Fourier Transform Analysis of Random Variables	
一、特征函数及概率密度函数的傅立叶变换	(54)
Characteristic Functions and Fourier Transform of Probability Density Function	
二、特征函数的基本性质	(56)
Basic Properties of Characteristic Functions	
§ 4.2 随机变量的矩函数与第二特征函数及其他变换分析	(61)
Moment Generating Functions and Second Characteristic Functions of Random Variables and Other Transform Analysis	
一、随机变量的矩发生函数	(61)
Moment Generating Functions of Random Variables	
二、随机变量的第二特征函数与第二矩发生函数	(62)
Second Characteristic Functions and Second Moment Generating Functions of Random Variables	
§ 4.3 随机向量的联合特征函数与多维变换分析	(64)
Joint Characteristic Functions of Random Vectors and Multi-Dimensional Transform Analysis	
一、随机向量的联合特征函数及其多维傅立叶变换分析	(65)
Joint Characteristic Functions of Random Vectors and Multi-Dimensional Fourier Transform Analysis	
二、联合特征函数的基本性质	(66)
Basic Properties of Joint Characteristic Functions	

§ 4.4 数字随机变量的概率发生函数及其 Z 变换分析	(70)
Probability Generating Functions of Digital Random Variables and Their Z - Transform Analysis	
一、数字随机变量的概率发生函数及其 Z 变换分析	(70)
Probability Generating Functions of Digital Random Variables and Their Z - Transform Analysis	
二、概率发生函数的基本性质	(72)
Basic Properties of Probability Generating Functions	
§ 4.6 小结	(74)
Summary	
习题	(75)
Problems	

第五章 随机信号的基本概念

Basic Concepts of Random Signals

§ 5.1 贝努里随机信号	(81)
Bernoulli Random Signals	
§ 5.2 正弦随机信号	(84)
Sine Random Signals	
§ 5.3 随机信号的定义与描述	(87)
Definitions and Descriptions of Random Signals	
一、概率分布与密度函数	(88)
Probability Distribution and Density Functions	
二、基本矩函数	(90)
Basic Moments	
三、正交、互不相关(无关)与统计独立	(92)
Orthogonality, Uncorrelation and Independence	
四、独立随机信号	(93)
Independent Random Signals	
五、随机信号的分类	(93)
Types of Random Signals	
§ 5.4 复(值)随机信号	(94)
Complex Random Signals	
§ 5.5 助学举例	(97)
Study - Aid Examples	
§ 5.6 小结	(104)
Summary	
习题	(106)
Problems	

第六章 随机信号的平稳性与各态历经性

Stationarity and Ergodicity of Random Signals

§ 6.1 平稳性与平稳随机信号	(109)
Stationarity and Stationary Random Signals	
一、平稳性的概念	(109)
Concepts of Stationarity	
二、严格平稳性	(110)
Strict - Sense Stationarity	
三、广义平稳性	(112)
Wide - Sense Stationarity	
四、平稳性的分类	(113)
Types of Stationarities	
§ 6.2 周期平稳性与周期平稳随机信号	(114)
Periodic Stationarity and Periodic Stationary Random Signals	
一、严格周期平稳性	(114)
Strict - Sense Periodic Stationarity	
二、广义周期平稳性	(116)
Wide - Sense Periodic Stationarity	
§ 6.3 广义平稳随机信号的相关函数及其性质	(118)
Correlation Functions and Properties of Wide - Sense Stationary Random Signals	
一、自相关函数与协方差函数	(118)
Autocorrelations and Covariances	
二、互相关函数与互协方差函数	(121)
Cross - Correlations and Cross - Covariances	
§ 6.4 各态历经性与各态历经随机信号	(123)
Ergodicity and Ergodic Random Signals	
一、各态历经性及其分类	(123)
Ergodicity and Types	
二、随机信号的样本时间平均	(125)
Sample Time Average of Random Signals	
三、均值各态历经性	(126)
Mean Ergodicity	
§ 6.5 助学举例	(128)
Study - Aid Examples	
§ 6.6 小结	(129)
Summary	
习题	(131)
Problems	

第七章 随机信号的功率谱分析

Power Spectral Analysis of Random Signals

§ 7.1 随机信号的功率及功率谱	(136)
Power and Power Spectra of Random Signals	
§ 7.2 随机信号功率谱的性质及举例	(139)
Properties of Power Spectra of Random Signals and Their Examples	
§ 7.3 随机信号的互功率及互功率谱	(143)
Cross - Power and Cross - Power Spectra of Random Signals	
§ 7.4 随机信号平均互功率谱的性质及举例	(145)
Properties of Power Spectra of Random Signals and Their Examples	
§ 7.5 助学举例	(148)
Study - Aid Examples	
§ 7.6 小结	(151)
Summary	
习题	(154)
Problems	

第八章 随机信号与线性系统

Random Signals and Linear Systems

§ 8.1 线性系统基础	(158)
Basics of Linear Systems	
一、一般线性系统	(158)
General Linear Systems	
二、线性时不变系统	(159)
Linear Time - Invariant Systems	
三、线性时不变系统的传输函数	(160)
Transfer Functions of Linear Time - Invariant Systems	
四、系统的稳定性与因果性	(161)
Stability and Causality of Systems	
§ 8.2 随机信号与线性时不变系统	(162)
Random Signals and Time - Invariant Linear Systems	
一、时域分析：系统响应的矩分析	(163)
Time Domain Analysis: Moments of Response	
二、频域分析：系统响应的功率谱分析	(168)
Frequency Domain Analysis: Power Spectrum of Response	

§ 8.3 白噪声通过线性时不变系统	(170)
White Noise and Linear Time – Invariant Systems	
一、输出噪声的均值、相关函数与功率谱	(170)
Means, Correlation Functions and Spectra of Outputs	
二、输出噪声功率与等效噪声带宽	(171)
Output Power and Equivalent Noise Bandwidth	
§ 8.4 离散随机信号与线性时不变系统	(174)
Discrete Random Signals and Linear Time – Invariant Systems	
一、离散信号与系统	(174)
Discrete Signals and Systems	
二、离散随机信号的时域分析	(175)
Time Domain Analysis of Random Signals	
三、离散随机信号的频域分析	(176)
Frequency Domain Analysis of Random Signals	
§ 8.4 助学举例	(176)
Study – Aid Examples	
§ 8.5 小结	(179)
Summary	
习题	(180)
Problems	

第九章 希尔伯特变换、窄带与窄高斯随机信号

Hilbert Transform, Narrow Band and Gaussian Narrow Band Random Signals

§ 9.1 希尔伯特变换	(184)
Hilbert Transform	
一、希尔伯特变换与反变换	(184)
Hilbert Transform and Inverse Hilbert Transform	
二、希尔伯特变换的性质	(187)
Properties of Hilbert Transform	
§ 9.2 实随机信号的解析信号与复随机信号	(192)
Analytic Signals of Real Random Signals and Complex Random Signals	
一、实随机信号的解析信号	(192)
Analytic Signals of Real Random Signals	
二、实随机信号的解析信号特性	(192)
Properties of Analytic Signals of Real Random Signals	
§ 9.3 窄带随机信号	(194)
Narrow – Band Random Signals	

一、窄带随机信号的表达式	(194)
Representations of Narrow – Band Random Signals	
二、零均值高频窄带实平稳随机信号及其特性	(197)
Real Stationary Narrow – Band Random Signals with Zero Mean and Their Properties	
§ 9.4 高斯随机过程及其性质	(204)
Gaussian Random Signal and Its Properties	
一、高斯随机过程	(204)
Guassian Random Signal	
二、概率分布、特征函数和基本矩参数	(204)
Probability Distributions, Characteristic Functions and Moments	
三、高斯随机过程的其他特性	(207)
Other Properties of Guassian Random Signal	
§ 9.5 窄带高斯噪声	(208)
Gaussian Narrow – Band Noise	
§ 9.6 高频信号受加性窄带高斯噪声干扰的统计分析	(212)
Statistical Analysis of High Frequency Signal Corrupted by Gaussian Narrow – Band Noise	
一、干扰的基本模型	(212)
Basic Model of Process	
二、信号的正交分量与幅相分量统计分析	(212)
Statistical Analysis of Orthogonal Components and Amplitude – Phase Components	
§ 9.7 助学举例	(216)
Study – Aid Examples	
§ 9.8 小结	(223)
Summary	
习题	(228)
Problems	

第十章 马尔可夫信号

Markov Signals

§ 10.1 马尔可夫信号基本概念	(231)
Basic Concepts of Markov Signals	
一、马尔可夫信号物理描述与定义	(231)
Physical Descriptions and Definitions of Markov Signals	
二、马尔可夫信号的基本性质	(233)
Basic Properties of Markov Signals	
三、马尔可夫信号的分类	(234)
Classification of Markov Signals	

§ 10.2 离散马尔可夫链的转移概率	(235)
Transition Probability of Discrete Markov Chains	
一、状态转移与状态转移概率	(235)
State Transition and Its Probability	
二、状态概率与转移概率的几个关系	(238)
Relationships Between State Probability and Transition Probability	
三、齐次离散参数马尔可夫链的转移概率	(239)
Transition Probability of Homogeneous Discrete Markov Chains	
§ 10.3 齐次马氏链状态分类	(243)
State - Classification of Homogeneous Discrete Markov Chains	
一、基本状态类型及其概率特性	(243)
Basic Types of States and their Probabilistic Properties	
二、状态类型的判别	(249)
Judgement of States Types	
§ 10.4 齐次离散马氏链的平稳分布	(250)
Stationary Distribution of Homogeneous Discrete Markov Chains	
一、定时刻离散齐次马氏链状态及其概率	(250)
States and their Probabilities of Homogeneous Discrete Markov Chains	
二、马氏链的平稳分布	(252)
Stationary Distribution of Homogeneous Discrete Markov Chains	
§ 10.5 助学举例	(255)
Study - Aid Examples	
§ 10.6 小结	(259)
Summary	
习题	(259)
Problems	

第十一章 独立增量、维纳与泊松随机信号

Independent Increment Signal, Wiener signal and Poisson Signal

§ 11.1 独立随机信号	(264)
Independent Random Signal	
一、连续独立随机信号	(264)
Continuous Independent Random Signal	
二、 a 独立随机信号	(266)
a - Independent Random Signal	
三、数字独立随机信号	(268)
Digital Independent Random Signal	

§ 11.2 独立增量随机信号	(269)
Independent Increment Random Signal	
§ 11.3 维纳随机信号	(273)
Wiener Random Signal	
一、维纳随机信号的物理与数学模型	(273)
Physical and Mathematical Models of Wiener Random Signal	
二、维纳信号的基本特征	(274)
Basic Features of Wiener Random Signal	
§ 11.4 泊松计数随机信号	(277)
Poisson Counting Random Signals	
一、泊松计数信号的物理与数学模型	(277)
Physical and Mathematical Models of Poisson Counting Random Signals	
二、齐次泊松随机信号	(279)
Homogeneous Poisson Counting Random Signal	
三、非齐次泊松计数随机信号	(282)
Non - Homogeneous Poisson Counting Random Signal	
§ 11.5 齐次泊松计数随机信号的导出问题	(284)
Derivation of Homogeneous Poisson Counting Random Signal	
一、泊松事件到达时间	(284)
Arrival Times of Poisson Counting Random Signal	
二、泊松计数信号的平均变化率	(286)
Average Changing Rate of Poisson Counting Random Signal	
三、泊松冲激序列	(287)
Poisson Impulse Sequence	
四、散弹噪声	(289)
Shot Noise	
§ 11.6 小结	(290)
Summary	
§ 11.7 助学举例	(291)
Study - Aid Examples	
习题	(292)
Problems	
附录	(296)
Appendix	
参考文献	(301)
References	

第一章 随机实验、物理系统 及其概率分析模型

Random Experiments Physical Systems and
Their Probabilistic Analysis Models

在信息化的社会里,信息技术及其应用是无处不在的。从基本功能上看,信息技术及其应用总是具有下述功能的一部分或者是全部:信息采集、传输、交换、存储、分离与合并、转化(为其他信号)与再显示。信息技术所处理的信号都携带有信息。这类信号是不确定的,称为随机信号。从根本上讲,信息技术及其应用中的信号设计,系统分析,系统运行与维护都离不开随机信号分析及其应用这门科学。但是,从我们长期的教学与研究工作经验看,许多年轻学者,在学习这门科学时,不了解其与信息技术的关系,不懂得如何与相应的研究相结合。因此,学习起来感觉枯燥、困难。学习结束后,又没有在后续的学习与研究中应用与提高,即使学习时学过的知识,后来也很快就忘记了。为了解决此类问题,本书着重讲述随机信号的基本原理,同时强调其工程应用。在第一章中,我们论述观察随机信号的实验,各种处理系统的随机性本质及其概率分析模型。

§ 1.1 随机实验、随机信号与系统

Random Experiments Random Signals and Systems

人们研究问题时,最为基本的方法是实验观察与统计分析,建立指导实践的方案用于实践,这一过程中最为基本的是实验观察与理论分析。下面讨论随机实验及随机现象的基本描述。

一、随机现象、随机实验与随机事件

Random Phenomena Random Experiments and Random Events

1. 随机现象

定义 1.1 随机现象。

在一定条件下,对某种现象进行观察时,所得结果不能预先完全地确定,而只能是多种可能结果中的一种,这种现象称为随机现象。

研究随机现象要注意到,一定的条件,记为 C ;有多种可能的结果,这些结果构成集合 D ;某种结果出现记为事件 $A = d_i, d_i \in D$, 则随机现象可以表示为 RP(Random Phenomenon)

$$\begin{aligned} \text{RP} &= \text{RP}(d_i/C, d_i \in D) \\ L &= |D| \end{aligned} \quad (1.1a)$$

观察随机现象 RP 时, 出现结果 d_1 , 这一事件记为 A:

$$A = d_1 = \text{RP}(d_1/C, d_1 \in D) \quad (1.1b)$$

例 1.1 分析“信号出现电平”与“电话呼叫次数”。应用式(1.1), 分析下述两个随机现象的模型:

- (1) 8bit 语音信号 $U(t)$, 在任意时刻 $t_k, k = 0, 1, 2, \dots$ 上出现的电平;
- (2) 电话交换台, 在时段 T 内接收到的呼叫次数。

解: 对题中的两种随机现象分析如下:

- (1) 8bit 的语音信号 $U(t_k)$, 在任意时刻 t_k 上出现的电平, 可表示为

$$U(t_k) = u_i, i = 0, 1, 2, \dots, 2^8 - 1$$

这种现象的可能结果集合记为 D_1 :

$$\begin{aligned} D_1 &= \{d_{ij}, j = 0, 1, 2, \dots, 255\} \\ &= \{U(t_k) = u_j, j = 0, 1, 2, \dots, 2^8 - 1\} \end{aligned}$$

观察的条件 C_1 , 可表示为

$$C_1 = (\text{8bit 语音信号 } U(t) \text{ 在 } t_k \text{ 时刻上取某种电平})$$

在 t_k 到来前, 何种电平出现是不能完全确定的, 因此观察何种电平出现的现象是随机现象, 记为 RP:

$$\text{RP} = \text{RP}(d_1/C_1, D_1), \quad j \in (0, 1, 2, \dots, 2^8 - 1)$$

(2) 电话交换台, 在时段 T 内接收到的呼叫次数。若有电话交换台, 在时段 T 内接收到的呼叫次数, 为某一个数值, 这种现象是随机的。此现象可记为

$$\text{RP}_c = \text{RP}(k/C, D)$$

其中, 条件 C——电话交换台 T 时段接收呼叫, 可能的呼叫次数集合 $D = \{0, 1, 2, \dots\}; k$ 为一个具体的呼叫次数数值。

2. 随机实验

定义 1.2 随机实验。

在一定安排下, 观察随机现象的全过程通称为随机实验, 记为 RE。随机实验的某一次具体进行又常常称为随机试验。一般情况下, 两者不作具体区分。

在对随机实验进行定量分析、描述时, 要注意下述三个方面: RE 一切可能的“基本结果”, 或称为样本点; RE 的某种可能结果又称为事件和 RE 中样本点及各种事件的随机特性(概率与矩特性)。这三种量的总和称为 RE 三元量或 RE 概率空间。

定义 1.3 随机实验的概率空间。

随机实验的三元有序量, 又称概率空间, 表示为

$$\Theta(S, F, P) \quad (1.2a)$$

其中, S 是 RE 样本点集合; F 是事件域; P 是事件概率集合。在许多情况下, 也可以用二元有序量来表示随机实验的概率空间

$$\Theta(S, P) \quad (1.2b)$$

定义 1.4 随机实验的基本空间 S 。