

IAEA 核保障 统计概念与技术

原子能出版社

IAEA HE BAO ZHANG
TONG JI GAI NIAN YU
JI SHU

ISBN 7-5022-2662-1



9 787502 226626 >

ISBN 7-5022-2662-1

TL364 定价：50.00元

IAEA 核保障统计概念与技术

(修订第四版)

1989

核材料管制办公室
(译本 1998 年 5 月)

图字:01-2002-1568 号

图书在版编目(CIP)数据

IAEA 核保障统计概念与技术/国际原子能机构(IAEA)著;朱琴生,马艳钦,肖建强等译
—北京:原子能出版社,2002.4

ISBN 7-5022-2662-1

I. I… II. ①国…②马…③朱…④肖… III. 核技术—统计 IV. TL364

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 018837 号

IAEA Safeguards: Statistical Concepts and Techniques

© IAEA, 1989

(中译本的出版得到国际原子能机构的许可,
但国际原子能机构不对该中译本的出版承担责任)

原子能出版社出版 发行

社址:北京市海淀区阜成路 43 号 邮政编码:100037

北京燕力印刷厂印刷 新华书店经销

开本:787×1092 mm 1/16 印张 19.75 字数 480 千字

2002 年 5 月北京第 1 版 2002 年 5 月北京第 1 次印刷

印数:1—400

定价:50.00 元

前 言

这本《IAEA 核保障统计概念与技术》，是对以前 IAEA 发表过的有关资料加以全面修改和补充而成。最初，这些资料的大部分，曾编入《IAEA 核保障技术手册》(STM)，并于 1977 年出版。STM 的 F 部分涉及了统计学，STM F 部分第 1 卷发表了初始资料；第 2 卷的手稿已经完成，并广泛传阅，没有出版，其大部分内容并入 STM F 部分第 3 卷。第 3 卷已于 1982 年出版(书号 IAEA-TECDOC-261)。但因应用于 IAEA 核保障的统计理论和实践的新发展，早在 1984 年夏本专著第 4~7 章主要部分的手稿写成时，已决定编制这本技术大件。此后又收集和整理有关专家的意见，将前述的第 1 卷至第 3 卷合并成一卷。编辑工作继续到 1988 年初，才最终完成这本专著。专著以活页装订形式出版，以便将来作适当的修订和增补。

致 谢

对核保障顾问 R. Avenhaus, R. Beedgen, M. Framkiln, D. Lang 对出版《IAEA 核保障统计概念与技术》所做的贡献和建议深表谢意。

对在编写、整理和校对原稿过程中付出辛勤劳动的工作人员 J. Jaech, D. Sellinschegg, T. Beetle, A. Goldman, J. Bracey and G. Hough 表示感谢, 特别感谢将这些资料完整地输入 WANG 系统, 以及打印和多次核对版本而付出艰辛劳动的 V. Castillo, 由于他的劳动, 不再对此专著未来版本的整个内容进行重新打字和印刷。

未来的修订

未来的修订每年不多于一次, 并只发行含有修订页的增补部分。每个用户都可请求获得增补资料, 并负责将它增补到原书相应部分, 本机构不保留购书者的名单。

目 录

第一章 引言	(1)
参考文献	(2)
第二章 概率基本概念	(3)
2.1 引言	(3)
2.2 概率	(3)
2.2.1 概率定律	(3)
2.3 随机变量	(5)
2.4 概率密度函数	(5)
2.4.1 超几何密度函数	(5)
2.4.2 正态密度函数	(6)
2.5 参数和矩	(7)
2.5.1 均值	(7)
2.5.2 标准偏差和方差	(7)
2.6 组合密度函数	(8)
2.6.1 协方差和相关系数	(8)
2.7 抽样分布	(9)
2.7.1 统计数	(9)
2.7.2 样本均值和样本方差	(9)
2.7.3 样本均值的抽样分布	(9)
2.7.4 样本方差的抽样分布	(10)
2.7.5 t 统计量	(10)
2.7.6 F 统计量	(11)
2.8 随机抽样	(11)
附录 2.1 正态分布的坐标和值域	(13)
附录 2.2 卡方 χ^2 分布	(18)
附录 2.3 t 分布	(20)
附录 2.4 F 分布	(21)
第三章 统计推断	(25)
3.1 引言	(25)
3.2 估计	(25)
3.2.1 点估计	(25)
3.2.2 置信区间估计	(25)
3.2.3 模型中的参数估计	(26)
3.3 假设检验	(26)

第四章 测量误差	(30)
4.1 误差定义	(30)
4.2 误差来源	(30)
4.2.1 统计抽样误差	(30)
4.2.2 总体测量误差	(31)
4.2.3 材料取样误差	(31)
4.2.4 分析测量误差	(31)
4.2.5 其它误差	(32)
4.2.6 统计抽样误差分布	(32)
4.3 误差表达模式	(32)
4.3.1 加法模式	(33)
4.3.2 其它模式	(33)
4.4 误差的种类	(34)
4.4.1 随机误差	(34)
4.4.2 系统误差(偏差)	(35)
4.4.3 短期系统误差	(36)
4.5 误差的影响	(37)
4.5.1 对设施 MUF 值的影响	(37)
4.5.2 对视察员与设施操作员数据比对方面的影响	(38)
4.6 误差的估算	(39)
4.6.1 标准样品的测量	(39)
4.6.1.1 单标准样品	(39)
4.6.1.2 几个标准样品	(41)
4.6.1.3 标准样品在不同时间内的测量	(44)
4.6.2 测量系统的标定	(47)
4.6.2.1 常规标定方法和转换标定方法	(47)
4.6.2.2 线性标定;恒方差	(49)
4.6.2.3 线性标定;非恒方差	(52)
4.6.2.4 单点标定	(55)
4.6.2.5 SAM-2 仪器对铀-235 百分率的标定	(59)
4.6.2.6 几个标定数据集;线性模型	(61)
4.6.2.7 线性标定,累积模型	(62)
4.6.2.8 几个标定数据集;累积模型	(65)
4.6.2.9 非线性标定	(66)
4.6.2.10 非线性标定;几个标定数据集	(69)
4.6.3 非标准物质的测量	(69)
4.6.3.1 重复测量;方差分析	(70)
4.6.3.2 双重测量;成对差	(71)
4.6.3.3 格拉布(Grubb)分析法;两种测量方法	(72)

4.6.3.4	格拉布(Grabb)分析法:多于两种测量方法,方法的相对偏差不变	(78)
4.6.3.5	两个以上非恒量相对偏差的测量方法	(85)
4.6.3.6	不同实验组合参数的估算	(87)
4.6.3.7	在有异常数据情况下标准误差的计算	(90)
4.6.4	在有舍入误差情况下的误差计算	(92)
4.6.5	实验室间测试数据	(92)
4.6.5.1	单一标准参考物质	(92)
4.6.5.2	几个样本;非标准物质	(97)
4.6.5.3	实验室相关的随机误差	(100)
4.6.5.4	视察样品分发到几个试验室	(101)
4.6.6	同位素相关技术	(107)
参考文献		(109)
第五章 误差传递		(111)
5.1	误差传递定义	(111)
5.2	误差传递,加法模式	(111)
5.3	通用的误差传递,泰勒级数	(113)
5.3.1	显函数	(113)
5.3.2	隐函数	(115)
5.4	计算 MUF 方差	(122)
5.4.1	MUF 定义	(122)
5.4.2	误差传递公式的直接应用	(123)
5.4.3	通用方法的元素 MUF 的方差	(124)
5.4.3.1	假设	(124)
5.4.3.2	符号说明	(125)
5.4.3.3	MUF 随机误差的方差	(125)
5.4.3.4	MUF 系统误差的方差	(129)
5.4.3.5	恒定的绝对误差情况	(135)
5.4.4	累加 MUF 方差	(137)
5.4.4.1	连续 MUF 分析	(137)
5.4.5	通用方法的同位素 MUF 方差	(142)
5.4.5.1	总量和元素测量误差引入的同位素 MUF 方差	(143)
5.4.5.2	同位素测量引入的同位素 MUF 方差	(145)
5.4.6	其它因素对 MUF 和它的方差的影响	(148)
5.5	$\bar{D}$ 方差的计算,差值统计分析	(149)
5.5.1	$\bar{D}$ 的定义	(150)
5.5.2	误差传递公式直接应用的 $\bar{D}$ 方差	(151)
5.5.3	$\bar{D}$ 方差通用方法	(154)
5.5.3.1	假设	(154)
5.5.3.2	符号说明	(154)

5.5.3.3 $\hat{D}$ 随机误差方差	(155)
5.5.3.4 $\hat{D}$ 系统误差的方差	(158)
5.5.4 同位素 $\hat{D}$ 的方差	(165)
5.6 (MUF- $\hat{D}$) 统计分析	(170)
5.6.1 (MUF- $\hat{D}$) 的应用	(170)
5.6.2 (MUF- $\hat{D}$) 方差	(171)
参考文献	(174)
第六章 视察计划的设计	(176)
6.1 视察的目的	(176)
6.1.1 衡算统计对转移情况的响应	(176)
6.2 视察活动	(178)
6.2.1 属性视察活动	(178)
6.2.2 变量视察活动	(179)
6.3 视察方案设计准则	(179)
6.3.1 属性视察准则	(179)
6.3.2 变量视察准则	(180)
6.3.2.1 属性方式的变量视察准则	(181)
6.3.2.2 用 $\hat{D}$ 确定变量方式的变量视察准则	(181)
6.3.2.3 用(MUF- $\hat{D}$)确定变量方式的变量视察准则	(182)
6.4 视察样本量的选择	(182)
6.4.1 属性视察样本量(总体缺陷)	(182)
6.4.1.1 规定层的属性视察样本量	(182)
6.4.1.2 所有层的属性视察样本量	(184)
6.4.1.3 博弈论结果	(186)
6.4.1.4 在规定的时间内对存量层抽样	(187)
6.4.2 变量视察样本量	(188)
6.4.2.1 变量视察样本量—属性模型	(188)
6.4.2.2 博弈论的结果	(191)
6.4.2.3 变量视察样本量—变量方式	(192)
6.5 视察计划的评价—单个检验	(205)
6.5.1 主要检验与辅助检验之间的区别	(205)
6.5.2 属性视察检验	(206)
6.5.3 $\hat{D}_k$ 检验和收发差检验	(208)
6.5.4 $\hat{D}$ 检验	(210)
6.5.5 MUF 检验	(212)
6.5.6 (MUF- $\hat{D}$) 检验	(213)
6.6 目标量的检出总概率	(215)
6.6.1 属性检验和(MUF- $\hat{D}$) 检验	(216)
6.6.2 属性、 $\hat{D}$ 和 MUF 检验	(218)

参考文献.....	(224)
附录 6.1 计算二元正态概率的函数	(226)
$T(h,a)$ 的函数表 A	(226)
附录 6.2 计算二元正态概率的函数(续)	(234)
$T(h,a)$ 的函数表 B	(234)
附录 6.3 $\hat{D}$ 和 MUF 检验显著水平的可选择值	(242)
第七章 执行视察计划.....	(243)
7.1 现场活动	(243)
7.1.1 抽取随机样本	(243)
7.1.1.1 随机数表	(243)
7.1.1.2 小型计算器	(244)
7.1.1.3 计算机	(246)
7.1.2 属性视察的缺陷准则	(247)
7.1.2.1 整体缺陷——属性检测仪	(247)
7.1.2.2 部分缺陷——变量检测仪	(249)
7.1.3 比较同位素分布的缺陷准则	(250)
7.1.4 缺陷的置信区间	(253)
7.1.4.1 缺陷数	(253)
7.2 视察后活动	(256)
7.2.1 假设的补充检验	(256)
7.2.1.1 正态性检验	(256)
7.2.1.2 随机性检验	(259)
7.2.1.3 方差检验	(263)
7.2.1.4 $\hat{D}_k$ 及发方/收方差值的检验	(265)
7.2.1.5 衡算工作的国标标准	(266)
7.2.2 假设的基本检验	(266)
7.2.2.1 $\hat{D}$ 检验	(267)
7.2.2.2 MUF 检验	(267)
7.2.2.3 $(MUF-\hat{D})$ 检验.....	(268)
7.2.3 MUF 的置信区间	(269)
7.2.3.1 基于 MUF 的置信区间	(269)
7.2.3.2 基于 $(MUF-\hat{D})$ 的置信区间.....	(271)
7.3 缺陷的影响: $\hat{D}$ 和 $(MUF-\hat{D})$ 的一般分析	(272)
7.3.1 引言	(272)
7.3.2 给定层的广义差统计量	(272)
7.3.3 所有 K 层的广义差统计量.....	(280)
7.3.4 广义的 $(MUF-\hat{G}_T)$ 统计量	(282)
7.3.5 调整后的 MUF 的置信区间	(283)
7.3.6 $(MUF-\hat{G}_T)$ 与 $(MUF-\hat{D})$ 的比较	(283)

参考文献.....	(284)
附录 7.1 随机数	(286)
附录 7.2 A_{n-i+1} 系数	(301)
附录 7.3 W -检验临界值	(304)

第一章 引言

《IAEA 核保障统计概念与技术》最初出版时分为三卷,以后不再版,而以合订为一卷的本修订版代替。

1977 年出版了第 1 卷,1979 年稍作修改。第 1 卷论述了基本的概率概念,统计推理模式和测量误差,测量方差的估算及校准。讨论这些概念时列举了核材料安全保障的实例。第 1 卷的后两章阐述了只与核保障有关的问题,分别计算 MUF 和 $\hat{D}$ 的方差。

第 2 卷恢复了第 1 卷删去的内容,说明了国际原子能机构特别感兴趣的核保障问题,其中包括从设计和有效评价观点出发的视察方察,现场视察活动,应用于视察资料的不同数据分析,包括统计方面在内的视察报告的编制,以及向若干个分析室分配视察样品(第 2 卷一直是手稿,未出版)。

第 1 卷和第 2 卷编写方式简单,几乎没有给出计算程序的统计基础。这两卷表明了如何使用循序渐进的计算程序解决具体问题,但几乎没有说明程序本身、辅助假设和在应用中可能的限制。另外,这两卷缺乏内在的联系和目标的统一性,即由一些独立的程序组成,这些程序在核保障机构的统计应用方面缺乏统一的开发。

第 3 卷的内容和第 2 卷、第 1 卷大致相同,但它具有更强的统一性和内在联系,在计算程序中引入了方程式和公式,修改了以前两卷的菜单方式,并为所讨论的统计程序提供了基础。

规划第 3 卷的修订版时,鉴于这三卷中有很多重复的部分,于是决定将第 1~3 卷合并为一卷。除不同的说明方法外,第 3 卷基本上包括了第 2 卷中未出版的内容。第 1 卷中除前两章外,其它所有章节也包括在第 3 卷中,因此,这个版本的下部分基本上是原来第 1 卷中修订的两章,以及第 3 卷中修订的所有章节。

本专著涉猎了大量的参考书目,但只有引用了的著作才在本书书目中列出,这并不妨碍人们发挥自己的才能就给定的课题从事更多的基础研究。但是,由于引用的文献与其它的著作互相交叉,因而在核保障应用中,人们常常在有限的几种出版物中去查找大部分感兴趣的论文。这些出版物主要是“核材料管理协会(INMM)学报”和“年会论文集”,“IAEA 会议录”和国际原子能机构的有关报告以及“欧洲核保障研究及发展学会(ESARDA)会议录”。同时在 INMM 学报中,提供各个机构现有出版物的全部清单,这样很容易查到与给定课题有关的大部分文献。

本专著的大多数程序都已输入 IAEA 的计算机中,并用于处理视察数据,所有的视察测量数据都保存在中央存储器内,在每次物料衡算期间,均可分析这些数据,以便估计测量的随机误差和系统误差分项,并计算核保障指标,如 MUF, MUF-D, SRD、测量过的废弃物,残留废料等的置信限,以及这些指标的积累趋势。当必要时,也处理校正数据,最近, NDA 视察测量数据也开始增加到此评价系统中。

当前,所有大的散料处理设施提供的测量误差数据都贮存在核保障机构的中央数据库中,从核保障评价体系中获得的结果可用作 ESARDA 的目标值^[1]的基础之一,并常用于计算下一

次的视察的抽样计划和核实视察测量的全部有效性。

参 考 文 献

- I P. De Bievre et al. Random Uncertainties in Sampling and Element Assay of Nuclear Material, Target Values 1988, ESARDA Bulletin, No. 13, oct. 1987

第二章 概率基本概念

2.1 引言

推理统计理论为从一组观测数据中作出推理奠定了基础。其中包括提供了一种利用一组观测数据去描述一组概念上更大的数据的方法,并提供了判断这种描述而得出的准则(或依据)。例如,对某物项给出一组十个观测重量的数据,可以认为这十个数据的平均值很可能与该物项多(百万)次称重后所得的平均值大致相同,进一步说,我们期望这两次平均值的差值应小于某一规定值,这个规定值取决于称重程序的好坏以及所选择的概率,即这个推论对或错的概率。

由于视察活动的时间和成本的限制,以及视察测量仪器和技术本身的限制,所以有必要采用与这些活动有关的统计推理程序。在视察活动中,视察员记录着在设施中观察到的与物项有关的数值所组成的数据,或在统计意义上它等效于视察员取得样本,在实验室分析之后整理出数据。一效来讲,这些数据就是从设施中所有可能收集的数据的统计样本或称作子集,而推理统计论就是以样本中得出的数据为基础来阐述总体。“总体”也可用来指物项组,样本从该物项组中抽取。

本书不可能对整个统计学概念作出详尽的描述,学习统计学基础知识的读者可参阅现有的很多这方面的参考书。不管怎样,本书对简要阐述统计学的有关概念有益,这些概念直接关系到后几章的部分内容。第二、三章涉及到一些基础知识,其中的论述专为缺乏统计基础知识的读者而作,但对具有统计学基础知识的读者来说,这两章可以略过。第四章对了解 IAEA 统计方法十分必要,必须通篇阅读。

2.2 概率

统计推理的数学原理以概率论为基础,而概率是观察事件发生可能性的方法。假设观测某状况 N 次,其间事件 E 发生 n 次,那么随着 N 的增大, n/N 的极限被定义为 $Pr(E)$,即事件 E 将要发生的概率。

作为概率的一个例子,我们检验装有 UO_2 粉末的容器。将每个容器的对应号码写在纸条上,放入一个碗中随意混合,然后每次从碗中拿出一张纸条,碗定要检测的容器。如果 25% 的容器是空的,每次抽出的纸条再放回碗中(以保证抽检一直进行)。我们就可以发现,在前 100 次抽签中有 22 个是空的,在前 200 次中有 48 个是空的,前 300 次中有 77 个是空的,依次类推,其结果,空容器所占比例非常接近于 0.25,0.25 就是在抽查中抽到空容器的概率。

再举一个例子,例如称量装有 UO_2 粉末的容器重量,仔细记录读数,重复称量该容器时可以得到不同的重量数值,如果记录重量大于一定依 X 的连续比,则这一比例将非常稳定地趋近于数值 P , P 就是用这样称量手段所观测到的重量大于 X 的概率。

2.2.1 概率定律

对于任何两个互不相容事件 E 和 F ,

$$Pr(E \text{ 或 } F) = Pr(E) + Pr(F) \quad (2.2.1)$$

如果一事件发生阻碍另一事件的发生,则表示事件 E 、 F 互不相容,式(2.2.1)左边的符

号表示事件 E 或 F 发生。有时也可写成 $Pr(E + F)$ 。

更一般的表达方式是：

$$Pr(E \text{ 或 } F) = Pr(E) + Pr(F) - Pr(EF) \quad (2.2.2)$$

式中 EF 表示事件 E 和 F 都会发生。在式(2.2.2)中 E 或 F 表示或者 E 发生,或者 F 发生,或者两者都发生。注意,如果 $Pr(EF)=0$,则两个事件互不相容,式(2.2.2)回复到式(2.2.1)。

例 2.2(a)

假定在一批装有 UO_2 粉末的样本容器中有一些空罐,在装有浓缩铀芯块的盘子中混入贫铀芯块盘。令事件 E 为在 40 个装 UO_2 粉末的样本罐中混有一个或多个空罐,令事件 F 为在 100 个浓缩铀样本盘中有一个或多个装有贫铀的盘,若在检查过程中, $Pr(E)=0.8$, $Pr(F)=0.9$,同时 $Pr(EF)=0.72$,应用式(2.2.2)则可能出一些空容器或一些贫铀盘子或两者兼有的概率:

$$Pr(E \text{ 或 } F) = 0.8 + 0.9 - 0.72 = 0.98$$

在这个例子中,事件 E 或 F 独立,一个事件发生与否不影响另一事件发生的概率,当 E 和 F 独立时,式 $Pr(EF)$ 等于:

$$Pr(EF) = Pr(E) \cdot Pr(F) \quad (2.2.3)$$

此式在前例中已有解释,是下面更通用的式(2.2.4)的一个特殊情况:

$$\begin{aligned} Pr(EF) &= Pr(F)Pr(E/F) \\ &= Pr(E)Pr(F/E) \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

式中 $Pr(E/F)$ 表示假如 F 已经发生, E 发生的条件概率。 $Pr(F/E)$ 亦然。条件概率是建立在一个事件发生与所有其它事件发生的比例基础上的。当 E 和 F 是独立事件时, $Pr(E/F)=Pr(E)$, $Pr(F/E)=Pr(F)$,式(2.2.4)成为式(2.2.3)。

例 2.2(b)

假定仓库里有 100 个装有 UO_2 粉末的容器,其中 40 个用衡器 1 称量,60 个用衡器 2 称量,用衡器 1 称重一个物项,误差为 5g 或大于 5g 的机会为 25%,在衡器 2 上称量则误差为 5g 或大于 5g 的机会为 50%,求下列概率:(a)随机选一个容器在衡器 1 上称量,误差等于 5g 或更大;(b)随机选一个容器,称重误差大于等于 5g。

事件定义如下:

E_1 :在衡器 1 上称重的容器,

E_2 :在衡器 2 上称重的容器,

F :称量误差为 5g 或更大。

已知概率是:

$$Pr(E_1)=0.40 \quad Pr(E_2)=0.60 \quad Pr(F/E_1)=0.25 \quad Pr(F/E_2)=0.50$$

需计算的概率是:

习题(a): $Pr(E_1 F)$,

习题(b): $Pr(F)$ 。

由式(2.2.4), $Pr(E_1 F) = Pr(E_1)Pr(F/E_1) = (0.40)(0.25) = 0.10$

由式(2.2.1),由于 $E_1 F$ 和 $E_2 F$ 互不容相

$$Pr(F) = Pr(E_1 F \text{ 或 } E_2 F) = Pr(E_1 F) + Pr(E_2 F)$$

$$=Pr(E_1)Pr(F/E_1)+Pr(E_2)Pr(F/E_2)=0.10+0.30=0.40$$

2.3 随机变量

定义概率时,需要引进与测量条件有关的观测结果的概念。一般要确定可能结果的数值,这是很自然的。比如说,结果可以是被测样本中²³⁵U含量的百分比;或者是设施操作者和IAEA视察者之间测量结果的总体差异值;或者是固体废料桶中的铀的含量,当数量确定得不合理时,往往容易作出判断错误。例如,有一项用于手提式无损分析(NDA)仪器测量燃料元件棒中²³⁵U的含量,并对照操作者陈述的棒中²³⁵U含量做出要么同意,要么不同意的判断的实验时,往往把可接受的结果确定为数值0,不是为1(反之亦然)。

一个实验结果的量化表述是用定义一个随机变量完成的。按此定义随机变量是一个由样本空间要素来确定的数值函数。

随机变量可以是不连续的或连续的,连续型随机变量的例子是物体的重量和混合氧化物容器中铀的百分含量。不连续型随机变量的例子是操作人员和视察员对给定样本进行称量的差异超过某一规定值的盘数。

2.4 概率密度函数

概率和随机变量的概念都与概率密度函数有关(简称密度函数)。密度函数被定义为与概率值和随机变量值有关的一种函数,用符号表示, x 为随机变量, $f(x)$ 为密度函数,则:

$$0 \leq f(x) \leq 1 \quad (2.4.1)$$

$$\text{和} \quad \sum_x f(x) = 1 \text{ 或 } \int_R f(x) dx = 1 \quad (2.4.2)$$

式中: $\sum_x$ 指不连续随机变量所有可能值的总和(如样本中的缺陷项)

$\int_R$ 指连续随机变量所有可能值的总和(如燃料棒中铀的含量)

在不连续情况下, $f(x)$ 是一个与 x 有关的概率值。在连续情况下, $f(x)dx$ 是一个由 $x-(dx/2)$ 和 $x+(dx/2)$ 所限定的区间内与 x 有关的概率值。

虽然 $f(x)$ 有许多表示方法,如列表法和绘图法,但最方便的还是数学函数。在IAEA感兴趣的应用中,数学函数应用得最普遍,包括超几何密度函数和正态密度函数。

2.4.1 超几何密度函数

令 N 为一有限组中的物项总数,假设 D 是具有某些所需特征的物项数,例如在核保障术语中用 D 个物项表示不符合,因为所需特征在给定的核材料量和物项的实际量之间有给定范围的差异(实际量是不知值的,但可以用视察员测量结果代替)。令 n 为视察员所核查的物项数($n \leq N$),令 x 为 n 中具有指定特性的物项数,则把不符合数 x 的观测数的概率描述为其它参数的函数的密度函数,就叫做超几何密度函数,即:

$$f(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad (2.4.3)$$

$$x = 0, 1, \dots, \text{Min}(D, n)$$

其中的符号是:

$$\binom{a}{b} = \frac{a!}{b!(a-b)!}$$

超几何密度函数的图形如图1所示。