

高等学校规划教材

机械控制工程

陈延康 主编

煤炭工业出版社

高等学校规划教材

机械控制工程

陈延康 主编

煤炭工业出版社

(京)新登字042号

内 容 简 介

本书是根据“矿业机械”及“机械制造工艺及设备”专业的“机械控制工程”课程教学大纲编写的高校统编教材。内容包括控制工程基本概念,机械控制系统数学模型,瞬态响应和频率响应分析,系统稳定性、性能指标和校正设计,机械控制系统中的非线性,状态空间分析法,控制系统的数字仿真、辨识和实验,机械控制系统的实例分析,并附有系统仿真和辨识计算机程序。本书力求结合机械、液压、电气系统实例阐述控制工程的基础理论。

本书为机械类专业大学生教材,也可供有关教师和工程技术人员参考。

高等学校规划教材 机械控制工程

陈延康 主编
责任编辑:刘永清

煤炭工业出版社 出版
(北京安定门外和平里北街24号)
煤炭工业出版社印刷厂 印刷
新华书店北京发行所 发行

开本787×1092mm^{1/16} 印张13^{1/2}。
字数 324 千字 印数1—1,265
1994年10月第1版 1994年10月第1次印刷
ISBN 7-5020-0958-2/TD·883

书号 3724 A0279 定价 7.85元

前 言

本书是根据煤炭高等院校“八五”教材建设选题规划,以及“矿业机械”、“机械制造工艺及设备”专业的“机械控制工程”课程教学大纲编写的统编教材,适用于40~54学时课程。本书也适于机械类各专业本科及专科学生使用。

本书作为一门专业基础课程的教材,力求在阐明自动控制理论的基本概念的同时,紧密结合机械工程实际,培养应用控制理论认识和分析机械控制系统的能力。也为后续课程的学习及将来解决机械控制工程中的实际问题准备必要的理论基础。

本书共有十章:绪论;控制系统的数学模型;状态空间分析法;瞬态响应分析(含控制系统的数字仿真);频率响应分析;控制系统的稳定性;控制系统的性能指标与校正设计;机械控制系统中的非线性;控制系统分析及设计(实例分析);控制系统辨识和实验;附录包括拉普拉斯变换,线性系统仿真、非线性系统仿真、根据阶跃响应曲线拟合传递函数和相关一最小二乘法辨识程序(磁盘)也作为附录收入本书。状态空间分析法、系统数字仿真和控制系统辨识等章节可视学时多少取舍。控制系统分析及设计一章以实例阐明应用控制理论解决实际问题的方法,是全书的一个总结。

本书由山西矿业学院矿山机械系陈延康教授主编,并编写了第一、二、三、八、九、十章及第四章中的第五节。黑龙江矿业学院机电系庞鸣崮副教授编写了第四、五章。中国矿业大学矿山机械系李吉祥副教授和杜长龙副教授分别编写了第六章和第七章。

本书在编写中得到了李廷亮、王文平等同志的协助,在此表示感谢。

限于编者的水平,书中疏漏和错误在所难免,恳请读者指正。

编 者

1993年9月

主要符号说明

<p>A 面积</p> <p>b 粘性阻尼系数</p> <p>C 电容</p> <p>$c(t), C(s)$ 输出信号</p> <p>$C(s)/R(s), W(s)$ 闭环传递函数</p> <p>$C(j\omega)/R(j\omega)$ 闭环频率特性</p> <p>$e(t), E(s)$ 误差信号</p> <p>e_{ss} 稳态误差</p> <p>$f(t), F$ 外作用力</p> <p>$g(t)$ 单位脉冲响应函数</p> <p>$G(s)$ 传递函数</p> <p>$G(j\omega)$ 频率响应特性</p> <p>$G(s)H(s)$ 开环传递函数</p> <p>$G(j\omega)H(j\omega)$ 开环频率响应特性</p> <p>$H(s)$ 反馈回路传递函数</p> <p>$H(j\omega)$ 反馈回路频率响应特性</p> <p>i 电流, 传动比, 序数</p> <p>I 电流</p> <p>j 序数</p> <p>J 惯性矩</p> <p>k 弹簧刚度系数, 序数</p> <p>K 增益系数, 放大系数</p> <p>K_s 幅值裕量</p> <p>L 电感</p> <p>$\mathcal{L}[\]$ 拉普拉斯变换</p> <p>m 质量</p> <p>M_p 超调量, 峰值</p>	<p>M_p 谐振峰值</p> <p>n 转速, 传动比, 序数</p> <p>$n(t), N(s)$ 干扰信号</p> <p>p 压力</p> <p>Q 流量</p> <p>R 电阻</p> <p>$r(t), R(s)$ 输入信号</p> <p>s 秒</p> <p>t 时间</p> <p>T 时间常数</p> <p>u 电压</p> <p>z 齿数</p> <p>γ 相位裕量</p> <p>$d(t)$ 单位脉冲函数</p> <p>ζ 阻尼比</p> <p>θ 角位移, 角度</p> <p>ρ 比重</p> <p>τ 延迟时间, 时间</p> <p>φ 相位, 角度</p> <p>ω 角速度, 频率</p> <p>ω_c 截止频率</p> <p>ω_o 幅值交界频率, 剪切频率</p> <p>ω_d 阻尼自振(固有)频率</p> <p>ω_s 相位交界频率</p> <p>ω_n 无阻尼自振(固有)频率</p> <p>ω_r 谐振频率</p>
---	---

目 录

第一章 概述	1
第一节 自动控制系统	1
第二节 反馈控制	2
第三节 开环控制	3
第四节 机械控制系统的类型	3
第五节 术语和符号的定义	4
第六节 机械控制系统的设计原则	5
习 题	6
第二章 控制系统的数学模型	7
第一节 控制系统的数学描述	7
第二节 传递函数	11
第三节 方块图	13
第四节 物理系统传递函数的推导	18
第五节 典型环节的传递函数	36
习 题	41
第三章 状态空间分析法	44
第一节 引言	44
第二节 系统的状态空间表达式	45
第三节 状态方程的解	50
第四节 离散系统的状态空间表达式	51
习 题	61
第四章 瞬态响应分析	62
第一节 引言	62
第二节 一阶系统	63
第三节 二阶系统	67
第四节 高阶系统	77
第五节 控制系统的数字仿真	78
习 题	87
第五章 频率响应分析	89
第一节 引言	89
第二节 典型环节的频率特性	94
第三节 控制系统的频率特性	102
第四节 频率响应性能指标	112
习 题	113
第六章 控制系统的稳定性	114
第一节 引言	114

第二节 Routh 稳定性判据	116
第三节 Nyquist 稳定性判据	119
第四节 稳定裕量	124
习 题	127
第七章 控制系统的性能指标与校正设计	130
第一节 引言	130
第二节 控制系统误差分析	131
第三节 控制系统的校正设计	136
习 题	148
第八章 机械控制系统中的非线性	150
第一节 引言	150
第二节 非线性系统的分析与设计方法	152
第三节 描述函数	152
第四节 用描述函数分析非线性系统的稳定性	162
习 题	166
第九章 控制系统分析和设计	167
第一节 引言	167
第二节 实例分析	167
第三节 控制系统设计	178
第十章 控制系统辨识和试验	183
第一节 系统辨识	183
第二节 控制系统的实验研究	197
附录 I 拉普拉斯变换	204
第一节 拉氏变换的定义	204
第二节 拉氏变换定理	206
第三节 拉氏反变换	207
附录 II 控制系统的数字仿真及辨识程序 (磁盘)	212
参考文献	213

第一章 概 述

在工程和科学的发展进程中，自动控制理论及其实践起着重要的作用。20世纪中叶以来，自动控制理论曾是科学技术现代化的带头学科。它促进了航天技术、生产过程自动化和各种机械设备自动化的发展。

机械控制系统是由机械传动系统、工作机构、流体动力系统、电气系统及计算机组成。机械控制系统具有确定的功能，诸如：按一定的精度要求控制机器工作机构的位移、速度、运动轨迹等；为使机器满足某一目标函数，保持最优运行状态，调整机器的运行参数（速度、加速度、负载力或转矩、工作机构的进给量等）；为使机器具有对环境变化的自适应能力，实现自适应控制，自动调整控制器的结构参数；按预先设定的函数或运动规律控制机器或机组的运动，实现程序控制等。

随着计算机科学的发展，计算机已日益广泛地应用于各类机械控制系统中。将计算机引入机械系统，对机械科学的发展产生了深远的影响。它能够使机器充分发挥其生产能力，最大限度地降低能耗，提高机器的可靠性，实现机器工况的在线监视和故障诊断，促进了各类智能机器人的发展，是现代机械工程的发展方向。

第一节 自动控制系统

自动控制系统可以在没有人直接参与的情况下，通过控制器使被控对象或过程自动实现按照预定的规律运行。

图1-1a是由人参与控制的水温控制热力系统。操作者的目的是将水温控制在给定值上。为此，操作者必须始终监视安装在热水输出管道上的温度计，当水温偏离给定温度时，用手操纵蒸汽阀门，调节进入系统的蒸汽量，升高或降低水温。

图1-1b所示为水温自动控制系统。安装在热水输出管道上的温度传感器不断地测量热水温度，即这个系统的输出量。温度控制器将热水的实际温度与温度的给定值进行比较，产生误差信号。误差信号经放大后，操纵蒸汽控制阀，改变控制阀的开度，调节进入系统的蒸汽量，升高或降低水温，直至误差信号消失。如果水温的实际值与给定值一致，没有误差信号，则控制器不产生控制作用，控制阀的开度保持不变。

这个水温自动控制系统可以抽象为图1-2所示的自动控制系统方块图。图中输入值 $r(t)$ 为给定值，即热水温度的希望值。输出值 $c(t)$ 为控制对象，即热水温度的实际值。输出信号被测量后反馈到比较器，与输入信号比较，产生误差信号 $e(t)$ 。误差信号作用在控制器上，经放大后驱动执行器，改量输出量，直至将误差信号减小到零。如果系统的输出量与输入量相等， $e(t) = 0$ ，则控制器不产生控制作用。

图1-3是蒸汽机离心调速器。它的功能是在负载转矩 M 变化的情况下，使蒸汽机的输出转速 n 保持不变。这是一个速度控制系统，也是一个典型的机械动力学问题。离心调速器由离心机构、比较机构（弹簧）、传动机构（杠杆）组成，调节蒸汽阀门的开度，控制进入蒸汽机的蒸汽量。例如，当负载减小，由于在这个时刻输入蒸汽机的功率未变，输出

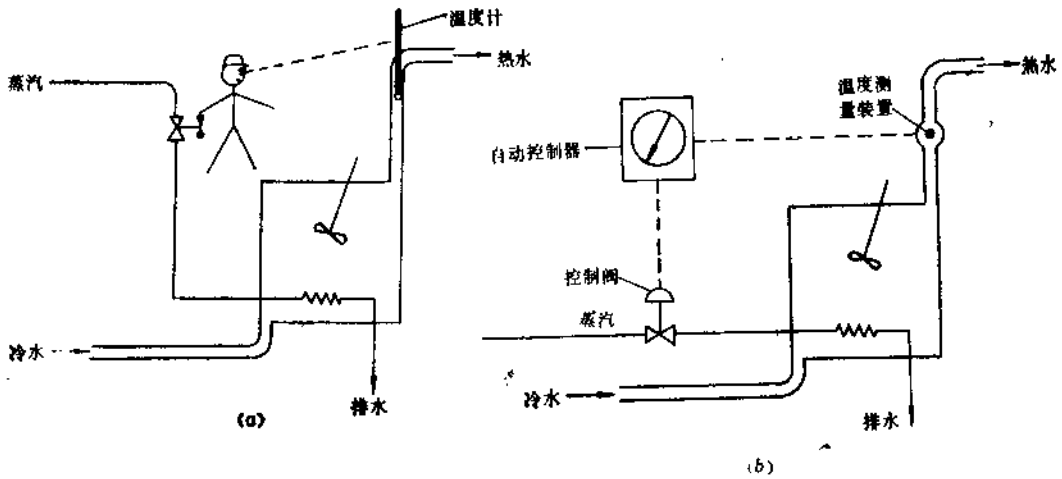


图 1-1 水温控制系统

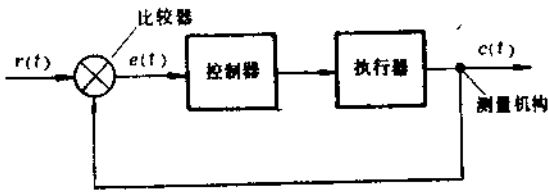


图 1-2 水温控制系统方块图

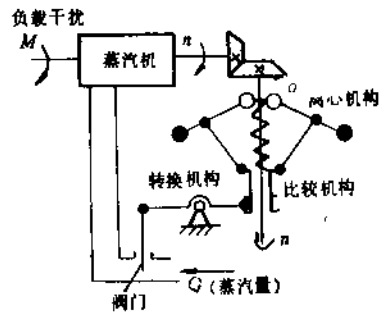


图 1-3 蒸汽机离心调速器

转速将升高，离心机构随之以 o 为支点张开，压缩弹簧使滑套上升，通过传动机构使阀门开度减小，减少进入蒸汽机的蒸汽量 Q ，使 n 下降，直至转速趋近给定值，调节过程终止。如果负载增大，转速呈下降趋势，在离心调速器的作用下使蒸汽阀门的开度增大，加大蒸汽量，使转速升高至给定值。

这个系统的控制原理亦可用图1-2所示的方块图描绘。图中 $r(t)$ 代表蒸汽机转速 n 的给定值，即控制系统的输入量， $c(t)$ 代表蒸汽机输出转速的实际值，即控制系统的输出量。

第二节 反 馈 控 制

凡是输出信号对控制作用产生直接影响的系统，称为反馈控制系统(Feedback Control System)，亦称闭环控制系统(Closed Loop Control System)。在上节中讨论的水温自动控制系统和转速自动控制系统都属反馈控制。

图1-4是反馈控制系统方块图。系统的输出量（被控制变量） $c(t)$ 被测量并反馈到比较器，与系统的输入量（参考值或给定值） $r(t)$ 进行比较，产生误差信号 $e(t)$ ，通过控制器调整输出量，使误差减小至允许值或消失。反馈信号 $b(t)$ 可以是输出量的函数或导数。如果输出量是可以直接与输入量进行比较的物理量，则可以采用如图1-4a所示的单位反馈。否则应通过反馈环节 $H(s)$ 将输出信号进行变换，使之成为与输入信号可比的物理量进行比较，如图1-4b所示。

闭环控制采用反馈比较来改变输出量，直至误差为零。因此，反馈控制系统可以实现高精度的自动控制。

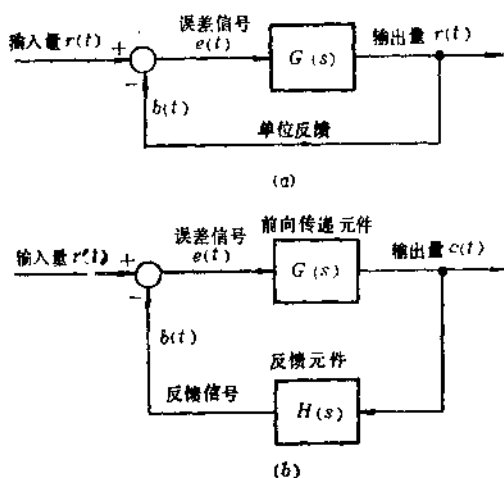


图 1-4 反馈控制系统

第三节 开 环 控 制

输出量对控制作用不产生影响的系统，称为开环控制系统（Open Loop Control System）（图1-5）。在开环控制系统中，输出量不与输入量进行比较。这类系统不是反馈控制。如果控制系统的输入量与输出量之间有确定的关系，且不存在内在的和外在的干扰，可以采用开环控制。开环控制所能达到的精度决定于构成系统各元件的精度。

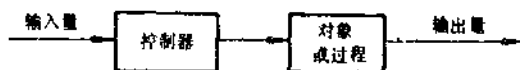


图 1-5 开环控制系统

与开环控制系统比较，闭环系统的优点是采用了反馈控制，使系统对干扰及系统内部参数的变化不敏感。因此，即使采用价格较低精度不高的元件，也可以构成控制精度较高的系统。

第四节 机械控制系统的类型

按控制功能的不同，机械控制系统的类型有：

一、位置控制系统

按预定精度控制机器执行机构直线位移或角位移的系统，称为位置控制系统。这类系统也称为伺服机构（Servo Mechanism）。例如机床刀架或工作台的位移控制，采煤机切割滚筒高度控制，变量泵的变量伺服机构等。位置控制系统一般是闭环控制，具有位移测量装置。

二、运动轨迹控制系统

按预定的时间函数控制机器执行机构的运动轨迹，按要求的精度形成曲线或曲面。例如巷道掘进机切割轨迹控制，机床数字程序控制等。

三、速度控制系统

速度控制系统是控制或调节机器运行速度的装置。速度控制包括：按给定值控制执行机构的运行速度，称恒速控制系统；按预定函数调整机器的运行速度；为满足某一性能指标的最佳运行状态，对速度进行调节的系统等。

四、力（转矩）控制系统

力控制系统是具有力反馈的闭环控制系统，使机器的执行机构按预定值或预定函数输出力或转矩，控制受载系统承受的载荷。

五、功率控制系统

功率控制系统的功能是调整机器某一运动参数（如速度、流量等），使输出功率保持恒定。对于载荷变化剧烈的机器，根据负载的变化，调节运行参数，使机器的负载功率保持恒定，可以充分发挥机器的效能，避免因长时在超载工况下运行而引起的故障。

六、计算机控制系统

数字计算机参与控制的系统称为计算机控制系统。上列各类控制系统都可以是计算机控制系统。采用计算机控制，可以方便地通过软件实现不同控制算法。例如：数字滤波、比例—积分—微分控制（PID）、最优控制、自适应控制、程序控制、模糊控制，以及动力机组的分级分布控制（Hierachic Control），柔性制造系统（FMS）和集成生产系统（CIMS）等。

机械控制系统中的计算机还具有工况监视和故障诊断功能。

第五节 术语和符号的定义

图1-6是具有广泛代表性的控制系统方块图，所用符号为控制工程师所通用。

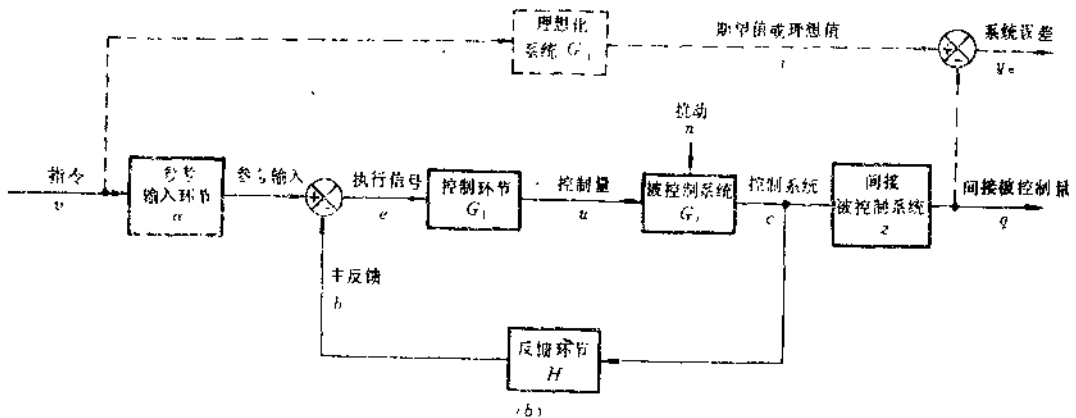


图 1-6 说明符号和术语的反馈控制系统方块图

指令 v ——来自系统外部的控制指令。

输入变换装置 a ——产生正比于指令 v 的输入信号 r 。例如控制指令为位移。通过一高精

度电位器将位移信号转变为电压信号，作为系统的输入量。在控制系统中应用的输入变换装置的例子很多。除电位器外，速度、加速度、压力、转矩、流量、温度传感器都可以作变换装置，将相应的物理量变换为与之成比例的电信号。

输入量 r ——正比于控制指令 v 的信号。输入量也称为参考输入，一般是被控制量的希望值或给定值。

输出量 c ——被控制变量。

反馈信号 b ——输出量 c 的函数或导数。

反馈环节 H ——将输出信号转变为反馈信号的装置。

误差信号 e —— $e = r - b$ ，误差信号使控制环节产生控制作用。

控制环节 G_1 ——接受误差信号 e ，按一定的控制算法产生控制量 u ， $u = G_1 e$ 。

控制对象 G_2 ——被控制的物体或过程，例如机器或其部件，飞行器，加热炉，化学反应过程等。输出量是控制对象对控制量的响应， $c = G_2 u$ 。

扰动 n ——一种对系统输出量产生影响的信号，发生在系统内部的称内扰动，来自系统外部的称外扰动。扰动被视为对系统产生不良影响的输入信号。扰动一般为随机变量或可以估计的变量。

第六节 机械控制系统的设计原则

一、对控制系统的一般要求

(1) 系统必须是稳定的，且具有一定的稳定裕量。这是对控制系统的基本要求。

(2) 控制系统应具有恰当的响应速度。一般要求响应速度尽可能快。但是系统必须具有合理的阻尼，以保证稳定性。对于机械系统，还必须认真考虑控制对象的质量产生的惯性负载。由于响应速度太快而产生的附加动载荷，是设计机械控制系统不可忽视的因素。

(3) 控制系统应能使误差减小到零或允许的范围。一般控制系统的稳态误差不应超过2%~5%。

设计机械控制系统时，应根据对象的具体条件对稳定性、响应速度和控制精度进行权衡，确定一个满足控制要求的最佳的（有时必须是折衷的）方案。

二、控制系统设计的基本方法

设计自动控制系统，必须充分了解控制对象、执行机构及构成系统所有元件的运动规律，了解系统内外扰动的性质，提出控制系统设计的技术要求和性能指标，给出确定的动态参数和寻优目标。导出所有运动规律，扰动性质，性能指标，动态参数和寻优目标的数字表达式。

在设计控制系统中需要处理的物理现象主要有电、磁、光、热的传输，以及刚体、弹性体和流体的运动。这些物理现象的运动规律由物理学中的一些基本定律确定。例如，电磁学中的克希霍夫（Kirchhoff）定律和麦克斯韦（Maxwell）方程，力学中的牛顿（Newton）诸定律，流体力学中的流量方程和热力学第二定律等。应用这些物理学基本定律可以导出自动控制系统的数字表达式。控制系统的数学表达式可以用微分方程，积分方程或差分方程。

三、控制系统的设计步骤

- (1) 明确控制系统的技术要求，给出各项性能指标。
- (2) 明确扰动的性质，给出扰动的数学表达式，有关的统计特征值和频谱。
- (3) 根据控制对象及其负载特性和控制系统所采用的元件，拟定控制系统图。
- (4) 建立各环节和系统的数学表达式，即数学模型。对于阶次很高的系统，应进行降阶处理，得到一个实用的简化数学模型。
- (5) 进行系统稳定性分析。
- (6) 利用系统数学模型进行计算机仿真研究，得出一个最优的设计方案。
- (7) 研制控制系统样机。对控制系统进行静态特性和动态特性试验，考核是否满足了各项技术要求和性能指标。
- (8) 必要时应用系统辨识方法，建立各元件、环节及整个系统的数学模型。

习 题

- 1-1 举例说明日常生活中开环控制和闭环控制的例子。说明它们的工作原理。
- 1-2 图1-7是液位控制器的原理图。绘出控制系统的方块图。

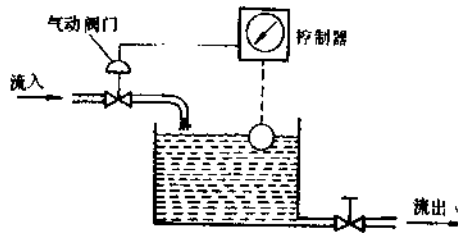


图 1-7 液位控制系统

- 1-3 画出室内空调器的方块图。说明该系统存在的干扰。
- 1-4 图1-8是一个张力控制系统。当送料速度发生突然变化时，说明该系统的控制作用。

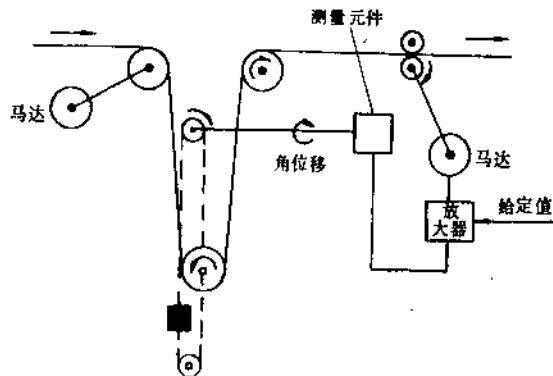


图 1-8 张力控制系统原理图

第二章 控制系统的数学模型

设计和分析控制系统，不仅应了解其工作原理及构成，而且要定量地分析系统的动态特性，即分析控制系统的结构和参数与动态过程的关系。这就需要建立控制系统的数学模型，用解析方法和计算机模拟或仿真的方法，得到在输入量作用下控制系统的响应，也就是输出量的动态方程。

在这一章中，主要讨论线性系统的数学模型。

第一节 控制系统的数学描述

假设我们研究的控制系统的自由度是“1”，用一个变量 y 就可以描述这个系统的运动状态。如果将 y 取作时间 t 的函数，则函数 $y(t)$ 就可以描述这个系统在时间过程中的运动状态。

根据数学方程解的特征，控制系统可分为

1. 常系数线性系统

讨论最简单的一阶系统。假设系统不受外力作用，则描述系统的常系数微分方程为

$$\frac{dy}{dt} + ky = 0 \quad (2-1)$$

式中 k ——常系数，称作弹簧系数。

方程 (2-1) 的解为

$$y = y_0 e^{-kt}$$

式中 y_0 是 y 的初始值，即

$$y_0 = y(0)$$

y_0 就是系统离开平衡状态的初始扰动。如图 2-1 所示，当系数 $k > 0$ 时， y 随时间的迁移而逐渐减小，直至 $y = 0$ ，系统回到平衡状态，这种系统是稳定的；当 $k < 0$ 时， y 随时间的迁移而逐渐增大，系统不论受到多么小的扰动，都将永远不会回到平衡状态，这种系统是不稳定的。可见，微分方程的系数将直接影响其因变量 y 的运动状态，影响系统的稳定性。

图 2-2 是质量—阻尼—弹簧机械运动系统，其运动规律可用二阶常系数微分方程描述：

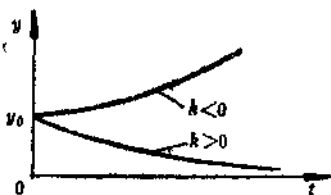


图 2-1 微分方程的系数对稳定性的影响

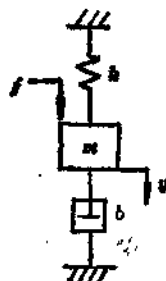


图 2-2 质量—阻尼—弹簧机械系统

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = f \quad (2-2)$$

式中 y ——质量 m 的运动坐标, 为系统的输出量;

f ——系统的输入量。

一般常系数线性系统的运动微分方程为

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y = 0 \quad (2-3)$$

对于实际系统, 各系数 a_0, a_1, \dots, a_n 都是实数。方程 (2-3) 的一般解为

$$y = \sum_{i=1}^n y_i^{(1)} e^{\alpha_i t} \sin(\beta_i t + \varphi_i) \quad (2-4)$$

式中 α_i 和 β_i 是实数, 是系数 a_0, a_1, \dots, a_n 的函数。 φ_i 是相角, 也是系数 a_0, a_1, \dots, a_n 的函数。从式 (2-4) 可以看出, 只有当所有的 α_i 都是负值时, 式 (2-4) 才收敛, 系统稳定。如果某一个 α_i 是正值, 式 (2-4) 是发散的, 系统不稳定。

常系数线性系统也称线性定常系统。

2. 变系数线性系统

如果所研究的线性系统中有一个或数个参数 (例如质量 m) 随时间变化, 则描述这个系统运动状态的微分方程的系数也会随这个参数的变化而变。系数不全是常数而是时间 t 的函数的线性微分方程, 称为变系数线性微分方程, 相应的系统称为变系数线性系统, 例如

$$\frac{dy}{dt} + k(at)y = 0 \quad (2-5)$$

n 阶变系数线性系统的运动微分方程为

$$a_0(t) \frac{d^n y}{dt^n} + a_1(t) \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_n(t)y = f(t) \quad (2-6)$$

3. 非线性系统

有许多控制器或控制系统, 其输出量与输入量的关系是非线性的。图2-3为常见的非线性性。

非线性系统用非线性方程描述。例如

$$\begin{aligned} y &= \sin x \\ y &= x^2 \\ z &= x^2 + y^2 \end{aligned}$$

都是非线性函数关系。

如果微分方程中的一个或数个系数是因变量的函数, 则称为非线性微分方程。它所描述的系统也为非线性系统。例如

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + (y^2 - 1) \frac{dy}{dt} + y = 0 \quad (2-7)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + (y^2 + 1)y = 0 \quad (2-8)$$

式 (2-7) 中一阶导数的系数 $(y^2 - 1)$ 和式 (2-8) 中零阶导数的系数 $(y^2 + 1)$ 都是因变量的函数。因此, 这两个微分方程都是非线性微分方程。

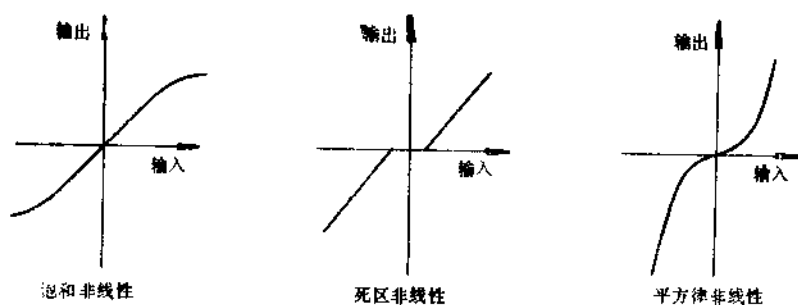


图 2-3 常见的非线性

4. 非线性方程的线性化方法

设系统的输入量为 $x(t)$ ，输出量为 $y(t)$ ，它们的关系是

$$y = f(x) \quad (2-9)$$

如果系统的工作状态在 (\bar{x}, \bar{y}) ，且变量 $x(t)$ 和 $y(t)$ 对工作状态的偏差很小，则方程(2-9)可以在点 (\bar{x}, \bar{y}) 附近展开成泰勒级数

$$y = f(x) = f(\bar{x}) + \frac{df}{dx} (x - \bar{x}) + \frac{1}{2!} \frac{d^2f}{dx^2} (x - \bar{x})^2 + \dots \quad (2-10)$$

式中 导数 $\frac{df}{dx}$ ， $\frac{d^2f}{dx^2}$ ，...都在点 $x = \bar{x}$ 计算。由于 $(x - \bar{x})$ 很小，所有 $(x - \bar{x})$ 的高次项均可忽略。方程(2-10)可写成

$$y = \bar{y} + k(x - \bar{x}) \quad (2-11)$$

式中 $\bar{y} = f(\bar{x})$

$$k = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=\bar{x}}$$

方程(2-11)可改写为

$$y - \bar{y} = k(x - \bar{x}) \quad (2-12)$$

显然，方程(2-12)中 $(y - \bar{y})$ 与 $(x - \bar{x})$ 成线性比例关系。方程(2-12)就是非线性方程(2-11)的线性化数学描述。

对于有两个输入量 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ ，一个输出量 $y(t)$ 的非线性方程

$$y = f(x_1, x_2) \quad (2-13)$$

为了得到线性化近似关系；可以将方程(2-13)在 \bar{x}_1, \bar{x}_2 附近展开成泰勒级数

$$y = f(x_1, x_2) = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \left[\frac{\partial f}{\partial x_1} (x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f}{\partial x_2} (x_2 - \bar{x}_2) \right] + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} (x_1 - \bar{x}_1)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} (x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} (x_2 - \bar{x}_2)^2 \right] + \dots \quad (2-14)$$

舍去方程 (2-14) 中的高次项, 在工作状态 $(\bar{y}, \bar{x}_1, \bar{x}_2)$ 附近的线性化方程为

$$y - \bar{y} = k_1(x_1 - \bar{x}_1) + k_2(x_2 - \bar{x}_2) \quad (2-15)$$

式中 $\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$

$$k_1 = \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x_1 = \bar{x}_1}$$

$$k_2 = \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{x_2 = \bar{x}_2}$$

例 2-1 图 2-4 是阀控油缸液压系统, 动作原理为: 当滑阀向右移动, 工作腔 I 通过窗

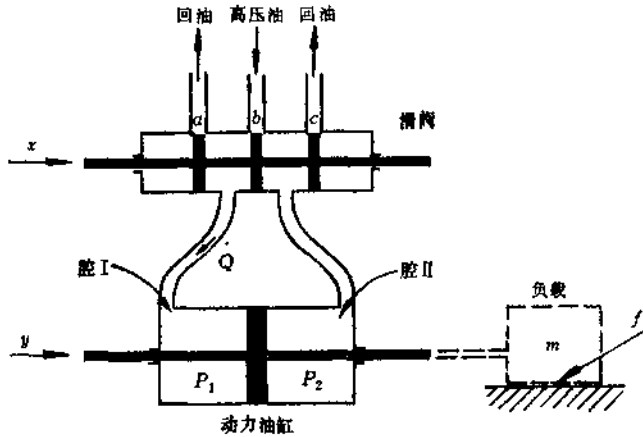


图 2-4 阀控油缸液压系统原理图

口 b 与高压油管接通, 工作腔 II 通过窗口 c 与右边的回油管接通, 腔 II 形成低压。在油缸两边压力差 Δp 的作用下, 活塞向右运动, 腔 II 中的油流回油箱。

根据牛顿第二定律, 油缸的运动微分方程为

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} = A \Delta p \quad (2-16)$$

式中 m 为运动部件的质量, b 为粘性摩擦阻尼系数。在方程 (2-16) 中

$$\frac{dy}{dt} = \frac{Q}{A} \quad (2-17)$$

式中 A 为活塞的工作面积, Q 为通道 b 流入和通道 c 流出油液的流量。流量 Q 是 x 和 Δp 的函数

$$Q = \mu x \sqrt{\frac{1}{\rho} \Delta p} \quad (2-18)$$

式中 μ 是阀口流量系数, x 为阀口的开度, ρ 为油液的比重。压力差为

$$\Delta p = p_1 - p_2 \quad (2-19)$$

方程 (2-18) 可写为

$$Q = f(x, \Delta p) \quad (2-20)$$

是一个非线性方程。

将方程 (2-20) 在工作点 \bar{Q} , \bar{x} 和 $\Delta \bar{p}$ 附近进行线性化处理, 可得