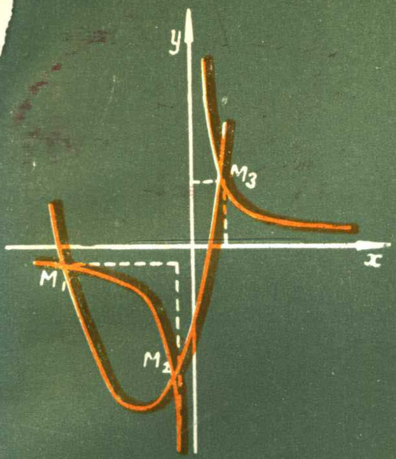

下　册

余斯晟　主编

代数
习题解答

中央广播电视大学出版社

代　数

习题解答

下　册

佘斯晟　主编

中央广播电视大学出版社

封面设计：张宝华

代　　数

下册

习题解答

余斯晟　主编

*

中央广播电视大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

西安新华印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32　印张 7　千字 146

1984年5月第1版　1985年2月第1次印刷

印数 1—50,000

书号：7300·17　定价：0.90元

目　录

任意角及其三角函数

习　题（第 6 页）

1. 指出下列角所在的象限：

（1）$4\times360^\circ+30^\circ$；　答：在第一象限。

（2）$-3\times360^\circ+150^\circ$；　答：在第二象限。

（3）$n\cdot360^\circ-30^\circ$（n 为任意整数）答：在第四象限.

2. 把下列各角写成 $n\cdot360^\circ+\alpha$（$0^\circ\leqslant\alpha<360^\circ$，$n$ 是整数）的形式：

（1）$1350^\circ=3\times360^\circ+270^\circ$

（2）$3250^\circ=9\times360^\circ+10^\circ$

（3）$-2860^\circ=-8\times360^\circ+20^\circ$

（4）$-3000^\circ=-9\times360^\circ+240^\circ$

3. 写出与上题各角终边相同的角的一般表示式。

（1）$n\cdot360^\circ+270^\circ$

（2）$n\cdot360^\circ+10^\circ$

（3）$n\cdot360^\circ+20^\circ$

（4）$n\cdot360^\circ+240^\circ$

4. 用弧度制表示下列各角：

（1） $22°30' = \frac{\pi}{8}$（弧度）〔$22°30' \times \frac{\pi}{180°}$（弧度）〕

（2） $-67°30'$　答：$-\frac{3}{8}\pi$（弧度）

（3） $-270°$　答：$-\frac{3}{2}\pi$（弧度）

（4） $240°$　答：$\frac{4}{3}\pi$（弧度）

（5） $360°$的K倍　答：$2K\pi$（弧度）

5. 用角度制表示下列各角：

（1） $\frac{\pi}{12}$　答：$15°$ $\left(\frac{\pi}{12} \times \frac{180°}{\pi}\right)$

（2） $\frac{11}{6}\pi$　答：$330°$

（3） $\frac{5\pi}{3}$　答：$300°$

（4） $\frac{7\pi}{10}$　答：$126°$

6. 指出下列各式中的 α，β，γ，δ 各是第几象限的角（n 是整数）：

$2n\pi < \alpha < \frac{\pi}{2} + 2n\pi$

答：第一象限的角（只注意 0 与$\frac{\pi}{2}$）。

$\frac{\pi}{2} + 2n\pi < \beta < (2n+1)\pi$　答：第二象限的角。

$(2n+1)\pi<\gamma<\dfrac{3\pi}{2}+2n\pi$ 答：第三象限的角。

$\dfrac{3\pi}{2}+2n\pi<\delta<2(n+1)\pi$ 答：第四象限的角。

7.在直角坐标系中，用圆规直尺作出角$-\dfrac{5\pi}{6}$的终边。

解： $-\dfrac{5\pi}{6}$($-150°$)是第三象限的角，它的终边与OX轴负方向所成的锐角是$30°$。

如图1.以直角坐标系(xOy)的原点O为圆心作单位圆。在Oy轴上取点$C(0,-\dfrac{1}{2})$，过C作平行于x轴的直线PP'交第三象限内单位圆的部分于P，联结OP则OP是角$-\dfrac{5\pi}{6}$的终边。

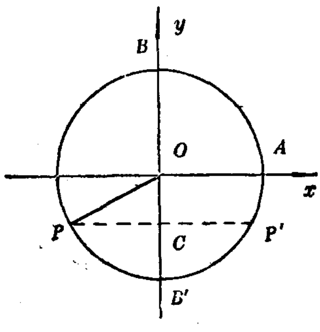

图 1

习　题（第 15 页）

1.将下表中未填足的栏内，按照已填的地方补足。填表的过程不要看书，填过以后和前面（一）与（三）的结果比较。

下面划～～～号的是要求填的答案。

角α的 符号或定义 象限		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
终边上点的横坐标	x	+	−	−	+
终边上点的纵坐标	y	+	+	−	−
终边上点到原点的距离	$r=\sqrt{x^2+y^2}$	+	+	+	+
正　弦	$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$	+	+	−	−
余　弦	$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$	+	−	−	+
正　切	$\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{y}{x}$	+	−	+	−
余　切	$\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{x}{y}$	+	−	+	−
正　割	$\sec\alpha=\dfrac{r}{x}$	+	−	−	+
余　割	$\csc\alpha=\dfrac{r}{y}$	+	+	−	−

2.已知角θ终边上一点的坐标为（3，−4），求$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\operatorname{tg}\theta$，$\operatorname{ctg}\theta$，$\sec\theta$和$\csc\theta$的值。

解：　$r=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$

$$\sin\theta=\frac{-4}{5}=-\frac{4}{5}$$

$$\cos\theta=\frac{3}{5}$$

$$\mathrm{tg}\theta=-\frac{4}{3}$$

$$\mathrm{ctg}\theta=-\frac{3}{4}$$

$$\sec\theta=\frac{5}{3}$$

$$\csc\theta=-\frac{5}{4}$$

3. 设 $\alpha=330°$，$\beta=-30°$，试问 $\sin\alpha=\sin\beta$ 吗？为什么？

答：$\sin\alpha=\sin\beta$，因为 α 与 β 的终边相同，终边相同的角的同一三角函数值相等。

4. 已知角的终边与 $y=2x$ 在第三象限的图象重合，求这个角的正弦和余弦。

解：角的终边在第三象限。在角的终边上取横坐标为 -1 的点 P。因为 P 点的坐标满足：

$$y=2x$$

∴ P 的纵坐标是 -2。

$$OP=r=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$$

设这个角是 α，则

$$\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{-2}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$$

5. 设 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，求证 $\mathrm{tg}\alpha>\sin\alpha$

证：在α终边上取定点$P(x, y)$，因为α是第一象限的角。所以$x>0$，$y>0$，$r>0$。

又 $r=\sqrt{x^2+y^2}>x$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{y}{x}，\sin\alpha=\frac{y}{r}$$

$\because$ $y=y>0$，$r>x>0$

$\therefore$ $\frac{y}{x}>\frac{y}{r}$，即 $\mathrm{tg}\alpha>\sin\alpha$

6. $\alpha=\frac{7\pi}{6}$时，哪几个三角函数值是负的？$\alpha=-\frac{5\pi}{3}$时，哪几个三角函数值是正的？

答：$\frac{7\pi}{6}$是第三象限的角，$\therefore$ 角的正弦、余弦、正割、余割是负的。

又$-\frac{5\pi}{3}$是第一象限的角，$\therefore$所有的三角函数值都是正的。

7.设A是三角形的一个内角，下列函数中哪些可能取负值，

（1）$\sin A$；（2）$\cos A$；（3）$\mathrm{tg}A$；（4）$\mathrm{ctg}\frac{A}{2}$

答：因为$0°<A<180°$，$0°<\frac{A}{2}<90°$

$\therefore$ $\cos A$，$\mathrm{tg}A$可能取负值，而$\sin A$，$\mathrm{ctg}\frac{A}{2}$不可能取负值。

8.依照下列条件，分别确定角θ所在的象限；

（1）$\sin\theta$ 和 $tg\theta$ 同号；（2）$\sin\theta\cdot\cos\theta>0$

解：（1）角 θ 在第一象限时，$\sin\theta$ 与 $tg\theta$ 同为正，又角 θ 在第四象限时 $\sin\theta$ 与 $tg\theta$ 同为负，θ 在其余两个象限时，$\sin\theta$ 与 $tg\theta$ 符号不同。∴ θ 在第一象限或第四象限。

（2）$\sin\theta\cdot\cos\theta>0$，相当于 $\sin\theta$ 与 $\cos\theta$ 同号。当 θ 在第一象限时，$\sin\theta$ 与 $\cos\theta$ 同时为正，又 θ 在第三象限时，$\sin\theta$ 与 $\cos\theta$ 同时为负；当 θ 在其余两个象限时 $\sin\theta$ 与 $\cos\theta$ 异号。所以 θ 在第一或第三象限。

习　题（第25页）

1.不看书，填出表中的函数值：

三角函数	角 α				
	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	0	-1	0	1
$tg\alpha$	0	∞	0	∞	0
$ctg\alpha$	∞	0	∞	0	∞

2.求下列各式的值

（1）$m\sin\frac{3\pi}{2}-\frac{n\sin\frac{\pi}{2}}{\cos\pi}+k\,tg\pi$

$$= m(-1) - \frac{n(1)}{-1} + k(0) = n - m$$

(2) $a^2\sin\frac{\pi}{2} + 2ab\cos\pi + \frac{b^2}{\cos 0}$

$$= a^2(1) + 2ab(-1) + \frac{b^2}{1}$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

(3) $2\cos 0° + 3\sin 90° - 4\cos 180° + 5\sin 270° - 6\cos 360°$

$$= 2(1) + 3(1) - 4(-1) + 5(-1) - 6(1)$$

$$= 2 + 3 + 4 - 5 - 6 = -2$$

(4) $\sin 60° + \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

(5) $\text{tg}\, 45° \cdot \cos 45° = 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(6) $\sqrt{1 - \sin^2 45°} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(7) $\sin^2 30° + \cos^2 30° = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$

3. 不必写步骤，试求下列各函数的值：

(1) $\sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$ （见图 2）

(2) $\text{tg}\frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$ （见图 3）

(3) $\cos\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ （见图 4）

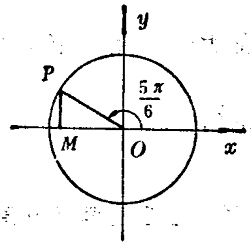

图 2

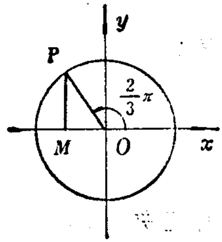

图 3

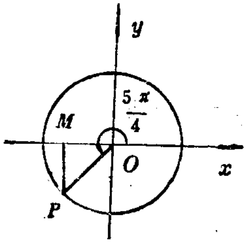

图 4

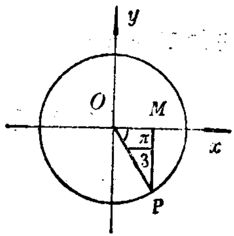

图 5

（4） $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ （见图 5）

（5） $\cos\frac{15\pi}{4}=\cos\left(2\pi+\frac{7\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ （见图 6）

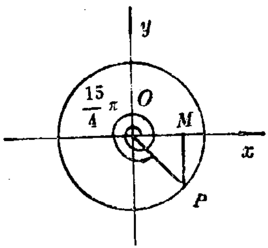

图 6

4. $\sin\alpha$的值能大于 1 吗？能小于－1 吗？$\cos\alpha$的值呢？

答：$\sin\alpha=\frac{y}{r}$，由于

$r=\sqrt{x^2+y^2}\geqslant|y|$，

$\therefore\ |\sin\alpha|\leqslant 1$，它不能

大于1，也不能小于-1。

同理，由$r \geqslant |x|$，$\cos\alpha$不能大于1，也不能小于-1。

习　题（第30页）

1. 已知$\operatorname{ctg}\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，求$\alpha$的其它各三角函数值。

解：　由于$\operatorname{ctg}\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}<0$，$\therefore\alpha$在第二或第四象限。

当α在第二象限时

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}=-\frac{3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$$

$$\sec\alpha=-\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=-\sqrt{4}=-2$$

$$\cos\alpha=\frac{1}{\sec\alpha}=-\frac{1}{2}$$

$$\sin\alpha=\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\csc\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

当α在第四象限时

$$\operatorname{tg}\alpha=-\sqrt{3}$$

$$\sec\alpha=\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\alpha=\frac{1}{2}$$

$$\sin\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\csc\alpha = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

2. 用$\cos\alpha$表示$\sin\alpha$，$\mathrm{tg}\alpha$和$\mathrm{ctg}\alpha$

解：由$\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha$，得

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \pm\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$$

$$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{1}{\mathrm{tg}\alpha} = \pm\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$$

3. 证明下列恒等式

（1）$\cos^4\alpha-\sin^4\alpha = 1-2\sin^2\alpha$；

证：$\cos^4\alpha-\sin^4\alpha = (\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)$

$=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=(1-\sin^2\alpha)-\sin^2\alpha$

$=1-2\sin^2\alpha$

（2）$(\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)^2-2=\mathrm{tg}^2\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha$

证：$(\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)^2-2=\mathrm{tg}^2\alpha+2\,\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha-2$

$=\mathrm{tg}^2\alpha+2\cdot1+\mathrm{ctg}^2\alpha-2=\mathrm{tg}^2\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha$

4. 若$\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$，化简$\sqrt{\mathrm{tg}^2\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha+2}$

解：$\because \frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$，$\therefore \alpha$是第四象限的角

$\sqrt{\mathrm{tg}^2\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha+2}=\sqrt{\mathrm{tg}^2\alpha+2\,\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha}$

$=\sqrt{(\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)^2}=-(\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)$

第四象限的角正切、余切均为负值

$|\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha|=-(\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)$

5. 设 $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{2}$，求 $\cos\alpha+\sin\alpha$ 的值（注意 α 可以在两个象限内）

解： $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{2}$，$\alpha$ 在第一，或第三象限。当 α 在第一象限时

$$\sec\alpha=\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\sqrt{3}$$

$$\cos\alpha=\frac{1}{\sec\alpha}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin\alpha=\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore\ \sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$$

当 α 在第三象限时

$$\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore\ \sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$$

习　题（第 38 页）

1. 不写步骤，作出下面角 α 的正弦线、余弦线、正切线和余切线。

（1）α 在第一象限（如图 7）.

图 7 中 OPS 是角 α 的终边，MP 是 α 的正弦线，OM 是 α 的余弦线，AT 是 α 的正切线，BS 是 α 的余切线。

（2）α 在第二象限（如图 8）

图 8 中 OPS 是角 α 的终边，MP 是 α 的正弦线，OM 是 α 的余弦线，AT 是 α 的正切线，BS 是 α 的余切线。

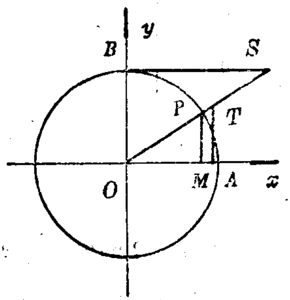

图 7

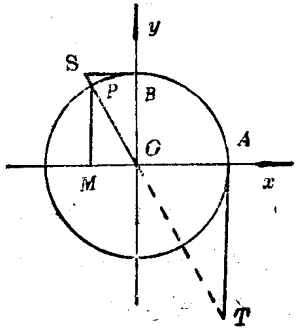

图 8

（3）α 在第三象限（如图 9）

图 9 中 OP 是角 α 的终边，OTS 是终边 OP 的反向延长线。MP 是 α 的正弦线，OM 是 α 的余弦线，AT 是 α 的正切线，BS 是 α 的余切线。

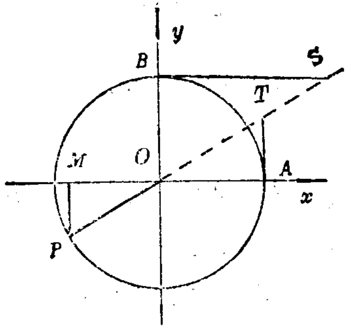

图 9

（4）α 在第四象限（如图 10）

图 10 中 OPT 是角 α 的终边，OS 是终边 OP 的反向延长线。MP 是 α 的正弦线，OM 是 α 的余弦线，AT 是 α 的