

★ 新课标 新教材 新思维 ★

苏教金牌助学

名师原创

精讲精练 自主检测

课标苏教版

高中数学

必修3

凤凰出版传媒集团  
江苏教育出版社



苏教金牌助学·名师原创

总主编 陆云泉

高中数学（必修3）  
课标苏教版



凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

书 名 苏教金牌助学·名师原创  
高中数学(必修3·课标苏教版)  
作 者 本书编写组  
责任编辑 胡晋宾  
出版发行 凤凰出版传媒集团  
江苏教育出版社(南京市马家街31号210009)  
网 址 <http://www.1088.com.cn>  
集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>  
经 销 江苏省新华发行集团有限公司  
照 排 南京理工出版信息技术有限公司  
印 刷 人民日报社南京印务中心  
厂 址 南京市汉口路2号(邮编210008)  
电 话 025-83302635  
开 本 787×1092 毫米 1/16  
印 张 9.25  
版 次 2005年12月第1版  
2005年12月第1次印刷  
书 号 ISBN 7-5343-6991-6/C·6676  
定 价 10.70元  
盗版举报 025-83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换  
欢迎邮购,提供盗版线索者给予重奖

## 致读者

亲爱的教师、家长和学生朋友，“苏教金牌助学·名师原创”丛书欢迎您的眷顾。

您所打开的这本书来自江苏教育出版社。大家知道，现在市场上的教辅图书琳琅满目，出版教辅的出版社成百上千。那么，什么样的教辅书才质量可靠，值得信赖？回答它其实也不难，只要依据市场经济中那个颠扑不破的真理：认品牌，品牌是质量的保证！在教辅图书市场中，“江苏教育出版社”就是一块响当当的品牌。

江苏教育出版社是一家专门出版教育类图书的出版社，自2001年开始的新一轮国家课程改革，使江苏教育出版社经历了跨越式发展，让它走出江苏，成为一家具有全国影响的出版社。到目前为止，江苏教育出版社共有12种国家课程标准实验教材通过教育部审查，获准在全国使用。其使用范围遍及全国的28个省份，使用学生人数达到1000多万。江苏教育出版社已经成为我国基础教育教材出版的一个重要基地，“苏教版”也是许多教育工作者耳熟能详的名字。

您现在所看到的这套“苏教金牌助学·名师原创”丛书则是江苏教育出版社在教辅图书市场上精心打造的名牌产品，是一套紧密结合学生学习过程的助学读物。江苏教育出版社在这几年成功开发新课标教材的过程中，积累了一批优质的教科研资源和作者资源，培养了一支一流的编辑队伍。然后，再以这样的实力来开发助学读物“苏教金牌助学·名师原创”。也许，用两个成语可以最贴切地形容这一过程，那就是“厚积薄发”、“水到渠成”。

关于设计栏目，我们首要的考虑就是实用。即能和学生实际学习过程紧密配合，在帮助学生复习课堂基本概念的基础上，对教学内容进行总结和提炼，使学生深化对课堂内容的理解，提高解决问题的能力。因此，我们通常是以课本中的两到三个课时为一个编写单元，与许多教辅书以每个课时作为编写单元的做法相比，这样做的好处是有利于对教学内容进行综合，从而帮助学生在更高层次上理解课堂内容。在每一个单元的一开始，有一个“双基诊所”栏目，让学生先做几道概念小题，考察他们对教材中基本知识、基本技能的掌握情况。如果过

关了,就可以再读下面内容,进行进一步的提高;不然,就应该再去读教材,先把基本的东西搞懂.这样设计是希望体现本书与教材在功能上的互补性,避免许多教辅书的通病,就是讲解内容和教材、教参内容简单重复.也是基于这样的想法,在随后的讲解栏目“名师贴士”中,我们要求作者所讲解的内容必须是对课本内容的挖掘和提炼,同时要做到简明扼要、要言不烦.对于许多学生来说,知识的讲解如果结合例题来给出,可能效果会更好.因此,在后面的“金题精讲”栏目中,每一道例题的后面都有一个“提升”,帮助学生反思解题过程,举一反三,由一道题串起一块知识.

我们这套书是在新课程改革在全国广泛推开的背景下出版的,配套的也是新课标教材,因此我们要求作者自始至终按照新课标的理念进行编写.同时,我们也特别设置了两个栏目.一个叫“探索创新”,目的是培养学生的探究能力、创新能力;另一个叫做“心灵放飞”,它呼应新课标对学生在情感、态度、价值观方面的要求,培养学习兴趣,拓展知识面.

读者朋友,以上就是有关“苏教金牌助学·名师原创”丛书的一些情况,希望能有助于您对它的了解.对于这套书,出版社和作者做了精心构思,并且为此付出了巨大的努力,也对它的质量充满自信,但最权威的评价应该来自于我们的上帝——读者.因此,我们热切地期待着来自您的宝贵意见,使我们不断改进.您可以通过以下方式联系我们:南京市马家街31号江苏教育出版社,邮编:210009,电子信箱:wj@1088.com.cn,联系人:王家俊.

江苏教育出版社

2005年12月



# 目 录

## 第1章 算法初步

- 专题1 算法的含义/1
- 专题2 流程图/7
- 专题3 基本算法语句/15
- 专题4 算法案例/25
- 本章复习/34

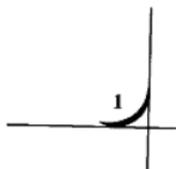
## 第2章 统计

- 专题1 抽样方法/41
- 专题2 总体分布的估计/47
- 专题3 总体特征数的估计/59
- 专题4 线性回归方程/69
- 本章复习/78

## 第3章 概率

- 专题1 随机事件及其概率/87
- 专题2 古典概型/95
- 专题3 几何概型/105
- 专题4 互斥事件/113
- 本章复习/120

答案与提示/127



## 专题1 算法的含义

## 双基诊所

1. 下列关于算法的说法,不正确的是 ( )
- A. 求解某一类问题的算法是惟一的
- B. 算法必须在有限步操作之后停止
- C. 算法的每一步操作必须是明确的
- D. 算法执行后一定产生确定的结果
2. 写出解方程  $2x - 3 = 0$  的一个算法.
3. 已知球的表面积为  $16\pi$ ,试写出求球的体积的一个算法.

你做对了吗?

题号	正确答案	典型错误分析	自我总结
1	A	不理解算法的特点	
2	算法: S1 移项,得 $2x = 3$ ; S2 两边同除以 2,得 $x = \frac{3}{2}$	算法中每条规则要明确可行	
3	算法: S1 $S = 16\pi$ ; S2 计算 $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$ ; S3 计算 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ; S4 输出 V	由球的表面积公式可求得半径 $R$ ,再由球的体积公式求得球的体积	



## 名师贴士

## 1. 基本内容

一般而言,对一类问题的机械的、统一的求解方法称为算法.算法作为对解题步骤的精确描述,具有如下特点.

## (1) 有限性

一个算法必须在有限个步骤之后结束,而不能无限地进行下去.

## (2) 确定性

算法中的每一步应该是确定的,并且执行后能够得到确定的结果.

## (3) 可行性

所采用的算法必须能够在计算机上执行.因此,在算法中所有的运算必须是计算机能够执行的基本运算.

## (4) 输入与输出

计算机解决问题时,一般需要输入一些原始的数据,计算机向用户报告结果时,就要输出一些信息.因此,一个算法通常要有一定的输入和/或输出.

## (5) 普遍性

一个好的算法应解决一类问题,而不是解决一两个具体问题.

## 2. 基本方法

把问题的求解过程分解为一系列尽可能简捷的运算操作过程.

(1) 写出的算法,必须能解决一类问题(例如:判断一个整数  $n(n > 1)$  是否为质数;求任意一个方程的近似解;等等),并且能够重复使用.

(2) 要使算法尽量简单、步骤尽量少.



## 金题精讲

**例 1** 写出求解一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根的一个算法.

**分析** 当判别式  $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$  时,原方程有两个实根  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , 当  $\Delta < 0$  时,原方程无实根.

**解** S1 计算  $\Delta = b^2 - 4ac$ ;

S2 如果  $\Delta \geq 0$ , 那么输出  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ ,  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ ; 否则输出“方程无实根”.

**提升** 求解一元二次方程要先判断再求根.

**例 2** 已知鸡兔同笼,鸡兔总头数为 4,总脚数为 10,请写出求鸡兔只数的一个算法.

**分析** 设鸡有  $x$  只,兔有  $y$  只,由题意可列出方程组  $\begin{cases} x + y = 4, \\ 2x + 4y = 10. \end{cases}$  我们用消元法

解此二元一次方程组.

**算法 S1** 设鸡有  $x$  只,兔有  $y$  只,得方程组  $\begin{cases} x+y=4 & \text{①,} \\ 2x+4y=10 & \text{②;} \end{cases}$

S2 将方程②中  $x$  的系数除以方程①中  $x$  的系数,得到乘数  $m = \frac{2}{1} = 2$ ;

S3 方程①不动,方程②减去  $m$  乘以方程①,消去方程②中的  $x$  项,得到  $\begin{cases} x+y=4, \\ 2y=2; \end{cases}$

S4 将上面的方程组自下而上回代求解,得到  $y=1, x=3$ ;

S5 输出“鸡3只,兔1只”.

**提升** 这种算法可以解决一般线性方程组求解问题.

**例3** 写出求  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{2005 \times 2006}$  的一个算法.

**分析1** 直接用累加法进行.

**分析2** 先化简,再计算,即  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$ .

**分析3** 利用循环进行计算.

**算法1** S1 计算  $\frac{1}{1 \times 2}$ , 得到  $\frac{1}{2}$ ;

S2 将 S1 中的计算结果  $\frac{1}{2}$  与  $\frac{1}{2 \times 3}$  相加, 得到  $\frac{2}{3}$ ;

S3 将 S2 中的计算结果  $\frac{2}{3}$  与  $\frac{1}{3 \times 4}$  相加, 得到  $\frac{3}{4}$ ;

.....

S2 005 将 S2 004 中的计算结果  $\frac{2004}{2005}$  与  $\frac{1}{2005 \times 2006}$  相加, 得到  $\frac{2005}{2006}$ .

**算法2** S1 取  $n = 2005$ ;

S2 计算  $S = \frac{n}{n+1}$ ;

S3 输出  $S$ .

**算法3** S1 令  $I = 1, S = 0$ ;

S2 令  $S = S + \frac{1}{I \times (I+1)}, I = I + 1$ ;

S3 如果  $I > 2005$ , 那么转 S4, 否则转 S2;

S4 输出  $S$ .

**提升** 算法1较易想到,但步骤较多,比较繁琐;算法2先对所求问题化简,这样就简化了算法;算法3具有普适性,是更好的算法.

**例4** 一位商人有9枚银元,其中有1枚略轻的是假银元.你能用天平(不用砝码)将

假银元找出来吗?

**分析** 最容易想到的解决这个问题的一种方法是:把9枚银元按顺序排成一列,先称前2枚,若不平衡,则可找出假银元;若平衡,则2枚银元都是真的,再依次与剩下的银元比较,就能找出假银元.

**解** S1 任取2枚银元分别放在天平的两边,如果天平左右不平衡,则轻的一边就是假银元;如果天平平衡,则进行S2.

S2 取下右边的银元放在一边,然后把剩余的7枚银元依次放在右边进行称量,直到天平不平衡,偏轻的那一枚就是假银元.

**提升** 上述算法至少要称1次,最多称7次.若两个两个地称,则最多称4次,还可以采用下面的办法,使称量次数最多3次:

S1 把银元分成3组,每组3枚;

S2 先将两组分别放在天平的两边,如果天平不平衡,那么假银元就在轻的那一组;如果天平左右平衡,那么假银元就在未称的第3组里;

S3 取出含假银元的那一组,从中任取两枚银元放在天平的两边,如果左右不平衡,则轻的那一边就是假银元;如果天平两边平衡,则未称的那一枚就是假银元.



### 探索创新

寻求简捷、高效的算法是算法设计的一个基本原则,我们既可以从过程入手设计一系列操作过程,也可以从结果入手直接设计操作过程.例如,求 $1+2+3+4+5$ 的一个算法,既可以按照逐一相加的程序进行,也可以运用公式 $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ 直接计算.

**例5** 韩信是汉高祖刘邦手下的大将,他英勇善战,智谋超群.据说他在点兵的时候,为了不让敌人知道自己部队的实力,采用下述点兵方法:先令士兵按1~3报数,结果最后一个士兵报2;再令士兵按1~5报数,结果最后一个士兵报3;又令士兵按1~7报数,结果最后一个士兵报4.这样,韩信很快就算出了自己部队士兵的总人数.请设计一个算法,求出士兵至少有多少人.

**分析** 根据题意,士兵的总人数除以3余2,除以5余3,除以7余4.同时满足以上三个条件的最小的数就是所求.

**解** S1 确定最小的除以3余2的正整数2;

S2 将2依次加3就得到所有除以3余2的正整数,即2, 5, 8, 11, 14, 17, ..., 50, 53, 56, ...;

S3 在上列数中确定最小的满足除以5余3的正整数8;

S4 依次加上15,得到8, 23, 38, 53, ...不难看出,这些数既满足除以3余2,又满足除以5余3;

S5 在S4中得到的一系列数中找出满足除以7余4的最小数53,这就是我们要求的数.

**错误分析** 我们求出来的并不一定是士兵的总人数,而只是士兵人数的最小可能值.

**提升** 本算法可以改进,以更快地获得结果.

S1 取  $n = 1$ ;

S2 如果  $n$  除以 3 余 2,且  $n$  除以 5 余 3,且  $n$  除以 7 余 4,那么转 S3;否则  $n \leftarrow n+1$ ,转 S2;

S3 输出  $n$ .

## 评价反思

1. 写出解不等式  $\frac{4x-6}{5} \leq 2$  的一个算法.
2. 写出求三个数  $A, B, C$  的平均数的算法.
3. 写出判断函数  $f(x) = 1 - \frac{2}{2^x + 1}$  奇偶性的一个算法.
4. 任给 3 个正实数,设计一个算法求分别以这 3 个数为三角形三边的长的三角形的面积 (三边长为  $a, b, c$  的三角形面积  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , 其中  $p = \frac{a+b+c}{2}$ ).
5. 已知二次函数  $f(x)$  的顶点坐标为  $A(1, -4)$ , 且过点  $B(0, -3)$ , 写出求  $f(x)$  解析式的一个算法.
6. 写出求  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{256}$  的一个算法.
7. 设计一个算法,求不等式  $x^2 - 3x + 2 > 0$  的解集.
8. 设计一个算法,求  $n!$ . (说明:阶乘  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times (n-1) \times n$ )
9. 设计一个算法,把一个定义域为  $\mathbf{R}$  的函数表示为一个奇函数与一个偶函数之和.
10. 设计一个算法,使得输入一个两位自然数,把这个数的十位数字与个位数字对调,输出对调后的数. (例如:输入 23,输出 32)

## 心灵放飞

### 算法及其由来

算法是在有限步骤内求解某一问题所使用的一组定义明确的规则,通俗点说,就是计算机解题的过程.在这个过程中,无论是形成解题思路还是编写程序,都是在实施某种算法.前者是推理实现的算法,后者是操作实现的算法.

Algorithm(算法)一词本身就十分有趣.初看起来,这个词好像是某人打算要写“Logarithm”(对数)一词但却把头四个字母的位置写错了.这个词一直到 1957 年之前在 Webster's New world Dictionary(《韦氏新世界词典》)中还未出现,我们只能找到带有古代涵义的较老形式的“Algorism”(算术),指的是用阿拉伯数字进行算术运算的过程.一般认为,algorism(算术)一词源于著名的《波斯教科书》(Persian Textbook)的作者阿尔·花拉子米(al-Khowārizmī, 约 780~约 850)的名字,这位数学家写了著名的书《复原和化

简的规则》(Kitab al Jabr w' al-muqabala);另一个词“代数”(algebra)是从他的书的标题引出来的,尽管这本书实际上不讲代数.

逐渐地,“algorism”的形式和意义就变得面目全非了.直到1950年左右,algorithm一词经常地同欧几里得算法(Euclid's algorithm)联系在一起.这个算法就是在欧几里得《原本》中所阐述的求两个数的最大公约数的过程(即辗转相除法).

简言之,算法是解决问题方法的精确描述,但是显然并不是所有问题都有算法.算法设计的任务是对各类具体问题设计良好的算法及研究设计算法的规律和方法.算法的复杂性可以按时间复杂度和空间复杂度来刻画,其中,时间复杂度是指在运行算法时所耗费的时间  $f(n)$ ,空间复杂度是指实现算法所占用的空间  $g(n)$ .



## 专题2 流程图

双基诊所

1. 写出下列程序的运行结果.

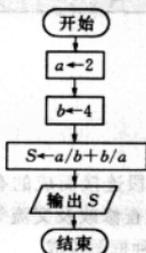
(1) 图 1-2-1 中输出  $S =$  \_\_\_\_\_;(2) 图 1-2-2 中若  $R = 8$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

图 1-2-1

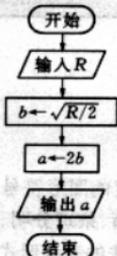


图 1-2-2

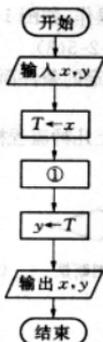


图 1-2-3

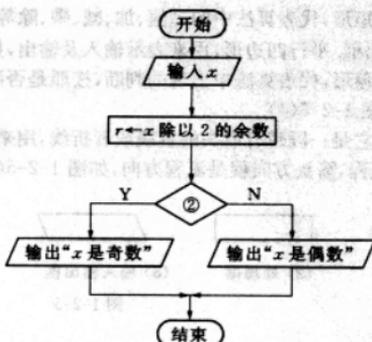


图 1-2-4

## 2. 在流程图空白处填空:

(1) 图 1-2-3 的作用是交换两个变量的值并输出, 则①处应为

\_\_\_\_\_;

(2) 图 1-2-4 的作用是判断输入数  $x$  的奇偶性, 则②处应为

\_\_\_\_\_.

你做对了吗?

题号	正确答案	典型错误分析	自我总结
1	2.5; 4	本题关键是明确运算流程	
2	$x \leftarrow y, y \leftarrow x$	注意赋值语句的左右式的含义, 不能写成 $y=x$	



## 名师贴士

## 1. 基本内容

## (1) 流程图

所谓流程图, 是指用规定的图形符号, 通过方向性的线段连接而成的有向图. 用流程图描述算法, 具有结构清晰、条理分明、通俗易懂、便于检查修改及交流等优点. 流程图是一种能够形象地描述算法的表示形式, 它主要由以下几种框图构成.

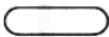
① 起止框. 圆角矩形, 一般出现在流程图的开头和最后, 代表算法的开始以及结束, 如图 1-2-5(1).

② 处理框. 矩形, 代表算法中的赋值、加、减、乘、除等一般操作, 如图 1-2-5(2).

③ 输入输出框. 平行四边形, 用来表示输入及输出, 如图 1-2-5(3).

④ 判断框. 菱形, 代表算法中出现的判断, 按照是否满足一定的条件来决定执行流程线的哪一条, 如图 1-2-5(4).

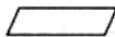
⑤ 流程线. 它是一段带有箭头的直线或者折线, 用来将以上几种流程框图连接起来, 构成完整程序流程, 箭头方向就是流程方向, 如图 1-2-5(5).



(1) 起止框



(2) 处理框



(3) 输入输出框



(4) 判断框



(5) 流程线(两种)

图 1-2-5

## (2) 三种算法结构

① 顺序结构, 如图 1-2-6. 依次执行  $A, B$  的操作, 两者是顺序执行的关系.

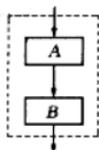


图 1-2-6

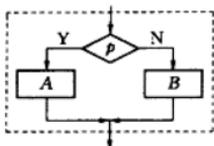


图 1-2-7

② 选择结构,如图 1-2-7。 $p$  代表一个条件,当  $p$  条件成立(或称为“真”)时执行 A,否则执行 B。需要注意的是,只能执行 A 或 B 之一。

③ 循环结构,有两种循环结构:一是当型循环结构,如图 1-2-8,当  $p$  条件成立时,反复循环,直到循环到  $p$  为“假”时才停止循环;二是直到型循环结构,如图 1-2-9,先执行 A 操作,再判断  $p$  是否为“假”,若  $p$  为“假”,再执行 A,如此反复,直到  $p$  为“真”时才停止循环。

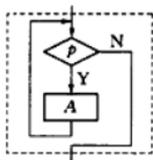


图 1-2-8

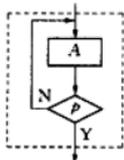


图 1-2-9

## 2. 基本方法

(1) 顺序结构是最简单的一种基本结构,整个结构如同孩子手中的糖葫芦,由一个个语句顺次串接起来。在此结构中,各步骤按其排列的先后顺序依次执行。

例如,分析寄信的过程可分为写信、装入信封、贴邮票、投入邮筒等四个步骤,这样可以用如图 1-2-10 所示的流程图来描述寄信的过程。

由此可见,顺序结构的流程图特点是自上而下反映处理过程的先后顺序。

(2) 选择结构要考察条件的真假,以确定程序的走向,即根据一定的条件在多个可能的计算或处理步骤中选取其一执行。

### (3) 循环结构

① 当型循环 前测试:当条件满足时就继续重复操作,否则结束重复操作退出循环。

② 直到型循环 后测试:先执行,后判断,直到条件满足时就退出循环。

这两种循环通常可以相互转化。

(4) 三种基本结构的共同特点是:

① 只有一个入口;

② 只有一个出口(注意菱形框有两个出口,而选择结构只有一个出口,不要将菱形框的出口和选择结构的出口混为一谈);

③ 结构内的每一部分都有机会被执行到,也就是说对每一个框来说都应当有一条从



图 1-2-10

入口到出口的路径通过它,如图 1-2-11 中的 A,没有一条从入口到出口的路径通过它,就是不符合要求的流程图;

④ 结构内不存在死循环,即无终止的循环,如图 1-2-12 就是一个死循环.

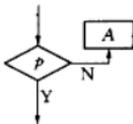


图 1-2-11



## 金题精讲

**例 1** 用流程图表示交换 A 和 B 的值的一个算法.

**分析** 交换 A 和 B 的值需要增加一个变量 C 作为过渡.

**解** 如图 1-2-13.

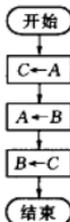


图 1-2-13

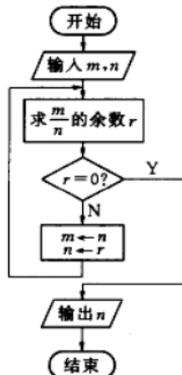


图 1-2-14

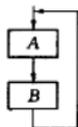


图 1-2-12

**提升** 在赋值的过程中要注意“旧去新来”,以新变量值代替旧变量值.

**例 2** 求正整数  $m$  和  $n$  ( $m > n$ ) 的最大公约数.

**分析** 求两正整数的最大公约数一般采用辗转相除法,这个过程可以用循环结构来实现.

**解** 如图 1-2-14.

**提升** 用流程图表示的关键是把解决问题的一般性方法具体化,并选择合理的结构表示.

**例 3** 假定有条小船只能承载一个大人或两个小孩,用流程图描述两个大人和两个小孩渡河的过程.

**分析** 下面我们用 12 幅图画出渡河的方法,如图 1-2-15.

**解** 如图 1-2-16.



图 1-2-15

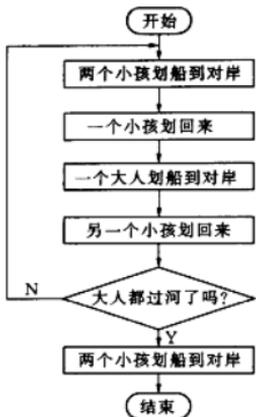


图 1-2-16

**提升** 流程图的建立实际上是一个化具体为抽象、化繁为简的过程。

**例 4** 某班有 50 人,要从预定的两名候选人(小张和小李)中选出一名班长。规定每张选票只可选一名候选人,多选或不选作为无效处理。请画出选班长的流程图。

**分析** 首先输入选票,接着判断选票是选小张还是小李,分别统计票数。这是一个重复操作的过程,选票共有 50 张,因此需要重复 50 次。循环结束后要输出统计结果。

**解** 如图 1-2-17 所示。

**提升** 若例 4 中未知班级人数,而要统计两位候选人的票数,则用上面的设计算法是不合适的。这时可以判断选票是不是最后一张作为结束的条件。整个过程中重复操作的部分(循环体)和例 4 中相同。

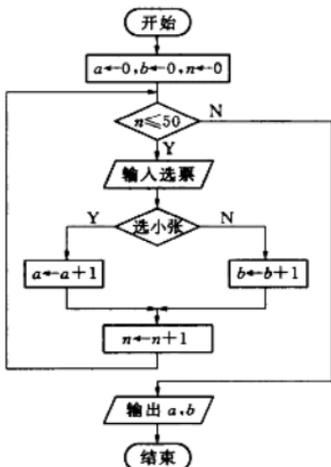


图 1-2-17



### 探索创新

实际上,三种基本结构往往需要结合起来使用。例如,输入一组整数,统计打印其中正整数和负整数的个数,当输入 0 时,统计结束。