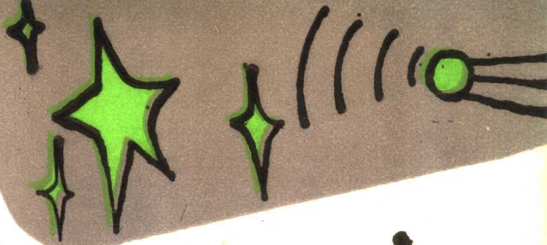


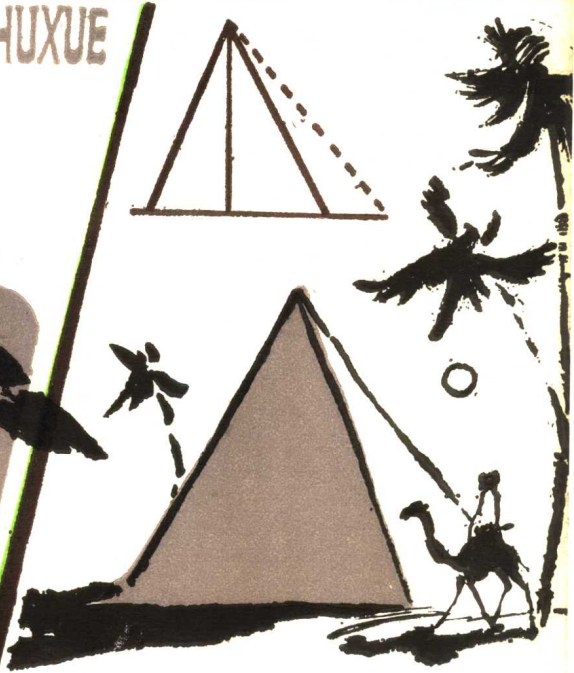
○与 0

六 =



故事里的数学

GUSHI LI DE SHUXUE



内蒙古人民出版社

故事里的数学

魏鑫来

*

内蒙古人民出版社出版

(呼和浩特市新城西街82号)

内蒙古新华书店发行 内蒙古新华印刷厂印刷

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: 3.75 字数: 74千

1983年12月第一版 1984年8月第1次印刷

印数: 1—27,000册

统一书号: 7089·344 每册: 0.35元

写在前面

少年朋友们：

这本书特向你介绍几十个有趣的故事。这些故事的内容有数学小史，中外数学家小传、轶事、趣闻，还有流传久远的民间传说。虽然形式多样，然而它们却有共同的一点，那就是每个故事里都有数学内容，所以书名叫做《故事里的数学》。

当你读完故事后，将会对你过去所知道的数学知识顿时豁然开朗起来，特别是为我们祖先在数学上所做出的贡献与建立的丰功伟绩而感到自豪，同时也更加热爱我们伟大的祖国；也许会被中外数学家的小传、轶事、趣闻所陶醉，激励你刻苦学习，奋发向上；还有那多姿有趣的民间传说，也会使你开阔眼界，尽快地打开你的智力宝库的大门。

应明确的是：学习故事里的数学内容，是要培养你学习数学的兴趣；而且会加深理解你所学的数学知识；还想提高你现有的数学学习水平。这正是编写者对广大少年朋友的殷切希望，也是编写这本书的真切用意。

本书在编写过程中参考了有关书刊和资料，谨向这些作者致以谢意。

由于笔者水平有限，书中定会有不少缺点和错误，欢迎广大读者批评、指正。

魏 鑫 来

目 录

写在前面

孙臆的赛马图.....	(1)
勾股定理的故事.....	(4)
○与0	(7)
祖冲之的卓越贡献.....	(9)
$\pi = 3.1415926$ 的 故 事.....	(13)
九九歌的故事.....	(16)
算盘小史.....	(18)
河图、洛书的传说.....	(20)
韩信立马分油.....	(22)
韩信点兵.....	(24)
中国的第一部拉丁文数学译著	
——《几何原本》.....	(26)
世界上最古老的几何书——《墨经》	
.....	(28)
祖孙四代的数学大家族——梅氏家族	
.....	(30)
印度——阿拉伯数.....	(32)
数学王子——高斯.....	(35)
同数学家打仗.....	(38)

从小学生时代的牛顿谈起·····	(41)
失明的数学家欧拉·····	(44)
“几何学的哥白尼”·····	(47)
奇怪的墓志铭·····	(50)
自学成才的大数学家——塔塔利亚 ·····	(52)
世界数学巨人笛卡儿·····	(55)
欧几里得和几何学·····	(57)
金字塔之谜·····	(59)
草地之争·····	(63)
乌鸦喝水的学问·····	(65)
愚蠢的古印度王·····	(67)
买马趣闻·····	(70)
师生二人·····	(72)
经测验才选中的儿媳妇·····	(74)
头和脚的争辩·····	(77)
蝴蝶的趣味数字·····	(80)
巧寻肇事者的汽车牌号·····	(82)
酋长分马·····	(85)
阿克辽斯与乌龟赛跑·····	(87)
巴霍姆的悲惨结果·····	(89)
杰罗西岛人不善于计算正方体的体积 ·····	(93)

名画“难题”	(95)
猫能逮住老鼠吗?	(98)
分数小史	(100)
被淘汰的“格子”式乘法	(103)
康熙皇帝学数学	(105)
公正的法官	(107)

孙臆的赛马图

在我国古代，有个齐王与田忌赛马的故事。

那是在战国时期，王孙公子哥们经常以赛马进行赌博。每输一匹马就得付出千金，当然每胜一匹马就可获得千金。

有一天，齐威王要大将军田忌和他赛马，还约定各人从自己的上马（即头等好马）、中马、下马中各选一匹来比赛，也规定或输或赢仍然按照老规矩办事。但从马的好坏来看，齐王的每一等都要比田忌的好。乍一看来，田忌的败局已定，总是要输三千金了。

然而，事情却并不是那样简单。田忌有个谋士叫孙臆，他对田忌说：“你尽管同他比赛，我自有办法让你赢。”比赛开始了，齐王出上马，孙臆令田忌出下马，这样输了一场；王出中马，田忌出上马，赢了一场；王出下马，田忌出中马，又赢了一场。总观全局，田忌虽然输一场，然而却赢了两场，因而获得千金。这就是历史上脍炙人口的田忌赛马的故事。

从比赛过程知，田忌是获得千金的胜利者，但这却是孙臆的功劳。那孙臆是个什么人物呢？你听我继续讲下去。

孙臆（约公元前360—330年）是战国齐人，春秋末期杰出的军事家孙武的后代。他曾和庞涓一起学兵法，后来庞涓在魏国当了将军，自以为才能不及孙臆，就十分妒忌他。于

是诱骗孙臆到魏国，对孙臆明为十分敬爱，背地里却在魏王面前捣鬼，说孙臆的坏话，用以激怒魏王加害孙臆，并借故给孙臆施以臆刑，残忍地去掉了孙臆的膝盖骨，使孙臆不能走路，还对他加以监禁。后来在齐国使臣的帮助下孙臆才逃回齐国，接着被大将田忌收容为门客。据记载，孙臆最后指挥齐军打败了魏军，那就是有名的“围魏救赵”的桂陵之战了。那个妒贤嫉能的庞涓落了个可悲的下场！

孙臆为什么能指挥田忌赛马而以弱胜强呢？首先应明确这是一个数学问题，具体讲，是应用数学的一个例子。这个问题还得从头讲起。

第二次世界大战以来，世界出现了三大发明，即1945年7月16日在美国新墨西哥州的洛斯阿尔莫沙漠中的第一颗原子弹爆炸成功；1945年12月美国费城的宾夕法尼亚大学为军事目的制造的第一台电子计算机成功；1957年10月4日苏联发射的第一颗人造卫星的成功。除此而外，还出现了其他新的情况促使数学发生了急剧地变化。例如，生物学和数学结合产生了内容丰富的生物数学、生物统计学、数理生物学；语言学 and 数学结合产生了数理语言学；甚至人的神经系统和思维规律的研究也运用上数学。其它科学也大量应用数学，也可以说数学几乎渗透到所有的各个科学领域去。这就是现代数学的一个分支——应用数学。

齐王与田忌赛马就是一个应用数学的例子，叫对策论。由此可见，对策论就是关于斗争的数学。说到这个地方时，我们一定会问是谁首先研究对策论的呢？查一下历史资料后知，对策论的始祖就是我国著名的军事家孙臆了。

最后还是回到本题来，孙臆能指挥田忌而大胜齐王是由

于孙臆有一张赛马图。图中数字单位为千金，-1表示付出1千金，3即为收入3千金。

从表中有关数据知，为取胜就要有适当的对策，眼睛盯着表中齐王的支付一栏，为取得赛马的胜利时，就要使齐王只有付出的情景，而无收入的境地。这样，就可据齐王的策略决定田忌为取胜应采取的相应的策略。难怪孙臆胸有成竹，有主意要赢齐王，原来他有一张取胜的赛马图。

列表如下：

齐王 的 策略 田忌的 支付 策略	① (上、中、下)	② (上、下、中)	③ (中、上、下)	④ (中、下、上)	⑤ (下、中、上)	⑥ (下、上、中)
① (上、中、下)	3	1	1	1	1	-1
② (上、下、中)	1	3	1	1	-1	1
③ (中、上、下)	1	-1	3	1	1	1
④ (中、下、上)	-1	1	1	3	1	1
⑤ (下、中、上)	1	1	-1	1	3	1
⑥ (下、上、中)	1	1	1	-1	1	3

勾股定理的故事

勾股定理是数学上的一个著名定理，大约是在三千多年前发现的。它的历史虽然悠久，然而却是一个应用很广泛的重要定理。

所谓“勾股定理”，是指“在直角三角形中，两条直角边平方的和等于斜边的平方。”

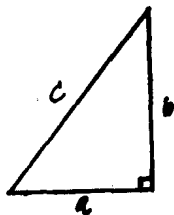


图 1

如图 1 所示：a、b 分别为两直角边，c 为斜边，则：

$$a^2 + b^2 = c^2. \text{ 这就是勾股定理。}$$

在我国古代，把短的直角边叫做勾，较长的直角边叫做股，斜边叫弦。这样，勾股定理就是：勾² + 股² = 弦²。

在一般的几何书上，却是把勾股定理叫做毕氏定理，据说是古希腊的数学家毕达哥拉斯在公元前五百四十年发现的。据记载，当毕达哥拉斯证得这个定理的时候，曾杀了一百头牛表示庆祝呢！

其实，在毕达哥拉斯以前五百多年，我国的商高就发现了这个定理，故又称勾股定理为商高定理。我们可以想象到，要不是当时由于交通不便，通讯困难而使得消息不灵的话，毕达哥拉斯也决不会破费去杀一百头牛以示庆贺的。为什么要这样说呢？还是去研究一下历史资料吧！

我国古代的一本数学书《周脾算经》中是这样记载的：

“昔者周公问于商高曰：‘……古者包羲^①立周天历度，夫天不可阶而升，地不可得尺寸而度，请问数安从出？’商高曰：‘数之法，出于圆方；圆出于方，方出于矩，矩出于九九八十一^②。故折矩，以为勾广三，股修四，径隅五。……故禹之所以治天下者，此数之所生也。’”

周公(约公元前1100年)姓姬名旦，武王(约公元前1122—1116年在位)之弟。商高是周时的大夫。这段话记述周公与商高的对话。周公问商高：“古时包羲作天文测量和定立历法，天没有台阶可以攀登上，地又不能用尺寸去量度，请问数是从哪里来的？”商高说：“数是根据圆和方的道理得出来的。圆从方得来，方又从矩得来。矩是根据乘、除计算来的。矩是包含直角的作图工具，这里可理解为：直角或直角三角形。”故折矩，……“可解释为直角或直角三角形的作图法，将一线段折成三段，围成3、4、5的三角形，即直角三角形之勾、股、弦分别为3、4、5。禹治洪水，必须知道地势的高低，否则无法抉择河道，要知地势高低，没有测量术是不可能的，因此产生了勾股测量术。这就是说勾三股四，则弦五，即 $a=3$ ， $b=4$ ，则 $c=5$ 这刚好是上面所说的勾股定理的特例。”这样，在传说中的大禹治水时已应用到勾股定理了。

西方勾股定理的证明，最早见于欧几里得《几何原本》，我国最早的证明记载在《周髀算经》赵君卿注里。

我国古代数学家赵爽，字君卿，他曾用作图方法简便地

①即伏羲。

②泛指当时所知道的数学计算。

证明了勾股定理。如图 2 所示：他把每个直角三角形叫“朱实”，中间的小正方形叫“中黄实”，把以 c 为边的正方形 $ABCD$ 叫“弦实”。

证明方法如下：

令勾为 a ，股为 b ，弦为 c ，

则每个朱实的面积为 $\frac{1}{2}ab$ ，而中黄实的边长为 $b-a$ ，面积为 $(b-a)^2$ ，弦实的面积为 c^2 ，

$$\text{所以：} 4 \times \frac{1}{2}ab + (b-a)^2 = c^2$$

$$\text{化简为：} a^2 + b^2 = c^2$$

$$\text{即：勾}^2 + \text{股}^2 = \text{弦}^2$$

当然，还可以用别的方法来证明勾股定理，而且证明方法很多。勤奋的小读者们：不知你是否能据图 3，图 4 来证明这个定理呢？不妨就把这个任务交给你，由你来完成而结束这个故事吧！

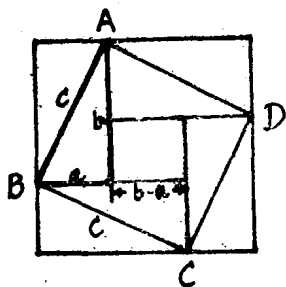


图 2

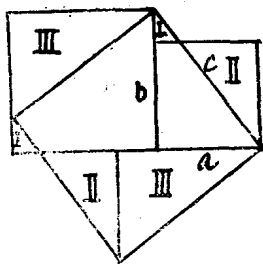


图 3

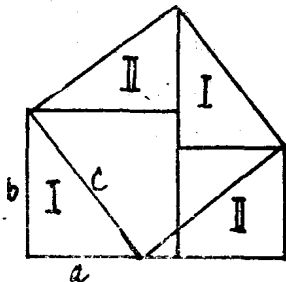


图 4

○ 与 0

人类自从有零以来，就可以用几个简单的数码表示出一切数，这就是完整的位值制记数法。显然，零就成了位值制记数法的精髓。

在数学史上，世界上有不少的民族懂得零的道理。其中，系统地研究、处理和介绍零，还是要数印度人的功劳最大。

正因为这样，有人以为○号是从印度传入我国的。这种说法是完全不对的，其实也是没有根据的。不妨可翻开我国的数学史浏览一番，便知分晓。

据司马迁《史记·高祖本纪》中记载：“夫运筹帷幄之中，决胜于千里之外，吾不如子房。”

这段话的意思是：“在营帐内决定作战的策略，指挥千里之外打胜仗，我的才能比不上子房。”

这是汉高祖刘邦在一次宴会上对他的文武大臣所讲的话。就运筹二字而言是指筹划、指挥。在当时，就是用算筹进行兵力的部署、粮草的供给等。由此可见，那时的算筹的运用已达到相当熟练的程度。有据可查，算筹的出现不会晚于公元前三世纪，大概可以推到战国初期。

用算筹表示数目，有纵横两种方式：

纵式：	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ	Ⅸ
横式：	—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

在记数时，个位数常用纵式，其余纵横相间。

例如：6 7 2 8 表示为： $\text{I} \text{II} = \text{III}$ 。

6 7 2 0 表示为： $\text{I} \text{II} = \cdot$ 其中空一

格的地方表示零。

我国的古书中，缺字的地方都用□来表示，当然，数字间的空位也可以用□来表示。很自然，在书写时，方块也就容易划成圆圈了。在1180年金《大明历》中看到，就有以○作零号了，如把403写为“四百○三。”在宋时秦九韶的《数学九章》中，把3 0 7 6 8 0 0 写为 $\text{III} \text{O} \text{II} \text{I} \text{III} \text{O} \text{O}$ 。由此可见，我国的零号是经过漫长的历史演变过程的，这是我们祖先对人类作出的伟大贡献，这种伟大的创新精神将永放光芒，是值得我们中华民族自豪的。

进一步研究知，105读作“一百零五”，原来是指一百之外还有零头五，后来○也就读作“零”了。这样，零不仅是指表示空一格，而且又有新的含意，即零头之意了。

追溯到印度人对零号的卓越贡献时知，印度人正式使用现在的0号是公元876年以后的事了。这样，我国的零号○与阿拉伯偏圆0的作用一样，然而来历却不是一路。由此可知，零号是由印度传到我国的说法是不对的，确实也是没有历史根据的。真正的历史是：“零号的发明，确是我们中华民族的一份功劳而载入世界数学史册的。”

祖冲之的卓越贡献

祖冲之（公元429—500年），字文远。他是南北朝宋、齐时代一位杰出的数学家。

祖冲之的祖籍在河北，而他的祖父和父亲都在南朝作官，他是出生在南方的。那时，由于北方连年混战，中原地区的人口大量迁移南方，从而促使了长江流域的农业生产发展，祖冲之就是在这样的环境中诞生了。

祖家历代对天文和历法很有研究，祖冲之从小就受到了家庭的影响而对天文学和数学产生了浓厚的兴趣，但更重要的是他那孜孜不倦的刻苦学习精神以及对科学的严谨态度，这些都是后人应效仿的。

青年时代的祖冲之，在对刘歆、张衡、王蕃、刘徽的工作进行了细致的研究后，就能勇于指正了他们的错误。真是青出于蓝而胜于蓝。

祖冲之的杰出成就，主要在天文历法、机械和数学方面。所以我们说祖冲之不仅是一位数学家，而且也是我国古代的一位伟大的科学家，在科学技术方面作出了许多极有价值的贡献。在数学方面，准确到小数点后第七位的圆周率，便是其中最杰出的成就之一。

说到圆周率，我们一定会想到3.1416吧！因为这是平时计算圆的周长、面积时离不开的一个数，那么圆周率是什么意思呢？

为了回答上面的问题，还是先说圆这个几何图形吧，它在生产和生活中，真可谓比比皆是啊！如喝水的茶杯，吃饭的碗，自行车的轮子，……，乃至马路上的汽车，铁路上的火车，天空中的飞机……都离不开圆。这样，圆的有关计算就十分重要了。

应该提醒读者一点须注意：这些圆中的好大好大的圆也好，还是最小最小的圆也罢，它们各自的周长和直径的比总是一个常数，这个常数就是圆周率。通常用希腊字母 π 来表示。

圆周率 π 是一个无限不循环的小数。上面我们取 $\pi = 3.1416$ ，实际上比圆周率稍大些。而祖冲之在1500年前就算出 π 在3.1415926和3.1415927之间，当然要比3.1416精确多了。过去有人常讲“周三径一”，这就是说 $\pi = 3$ 那就更不准确了，我们称 $\pi = 3$ 为“古率”。

那么祖冲之是怎样算出 $3.1415926 < \pi < 3.1415927$ 呢？可惜这方面的详细记载暂时还未发现，据研究知，他先在一个圆内画一个圆内接正多边形（即顶点都在圆上的正多边形），计算其周长即为圆的周长的近似值。显然，正多边形的边数越多，其周长就越接近于圆周长。而且必先从正六边形开始，再算正十二边形、正二十四边形……的边长，这样边数倍增，直到算出圆内接正一万二千二百八十八边形的边长，才能得到3.1415926来，再算出内接正二万四千五百七十六边形的边长，才能得到3.1415927来。

祖冲之把分数形式的圆周率近似值 $\frac{22}{7}$ 叫“约率”， $\frac{355}{113}$ 叫

“密率”。 $\frac{355}{113}$ 是个有趣的数字，分子分母恰好是三个最小

的奇数的重复，便于记忆。3.1415926与3.1415927在计算时，把正多边形的边数倍增，看起来简单，但边数要翻十一翻，而每一翻至少要七次运算。其中有加、减、乘、除，还有乘方和开方运算呢！而当时既无算盘，又无其他计算器，只能用些竹棍摆来摆去进行计算。这就是我国历史上所说的算筹吧！用这样的算法与计算工具，祖冲之能在1500年前就算出小数后面七位，也是世界上把圆周率准确的算到小数后第6位的第一位数学家。这真是件了不起的事情！可想而知，祖冲之如若没有熟练的技巧和坚强的毅力，那是无法完成这么繁难而复杂的计算。这种刻苦钻研的创新精神是值得我们永远学习的。

祖冲之取得了这样的卓越成果后，当时的欧洲还不知道，所以欧洲人称圆周率为“安托尼兹率”，据说是荷兰人安托尼兹提出的。其实这已是祖冲之发现后的一千年的事了！

一位德国数学家讲得好：“历史上一个国家所算得的圆周率的准确程度，可以作为衡量这个国家当时数学发展水平的一个标志。”祖冲之算得小数点后7位数准确的圆周率，正是标志了我国古代高度发展的数学水平。日本数学史家三

上义夫建议把 $\pi = \frac{355}{113}$ 叫做“祖率”是当之无愧的。

有关祖冲之的成就，在历代的书刊中都有记载：

1. 现传的《隋书·律历志》有元大德丙午（1306年）刊本，其中就有和其他现传版一样的关于祖冲之圆周率的记载，