

中学生精典文库

OLYMPIAD

90年代国际物理奥赛 试题及解答

(1990 ~ 1997 年)

舒幼生主编

湖南教育出版社

奥林匹克竞赛系列书目

- | | |
|----------------------------|-----------|
| 中学生物理奥林匹克辅导讲座 (16.40 元) | 宓子宏主编 |
| 奥林匹克物理 1 (12.60 元) | 舒幼生主编 |
| 奥林匹克物理 2 (14 元) | 舒幼生主编 |
| 奥林匹克物理 3 (12.40 元) | 舒幼生主编 |
| 90 年代国际物理奥赛试题及解答 (12.90 元) | 舒幼生主编 |
| 初中物理奥林匹克竞赛辅导 (11.80 元) | 王殖东主编 |
| 中学化学奥林匹克 (21.30 元) | 张灿久 杨慧仙主编 |
| 中学物理上当题析 (15.20 元) | 张永生主编 |

ISBN 7-5355-2434-6



9 787535 524348 >

ISBN7—5355—2434—6/G·2429

定 价: 12.90 元



中学生精典文库

90 年代 国际物理奥赛 试题及解答

(1990 ~ 1997 年)

主编 舒幼生

编者 舒幼生 朱栋培 金嗣炤

轩植华 谭清莲

湖南教育出版社

90年代国际物理奥赛试题及解答 (1990 ~ 1997年)

舒幼生 主编

责任编辑: 谭清莲

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 湖南常德滨湖印刷股份有限公司印刷

850 × 1168 毫米 32开 印张: 8.375 字数: 215000

1996年12月第1版 1998年8月第2版第2次印刷

印数: 1—2000

ISBN7 — 5355 — 2434 — 6 / G · 2429

定价: 12.90 元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换

内 容 简 介

每年的国际物理奥林匹克竞赛,集中了 50 多个国家有天赋的中学生在同样的条件下比较自己的知识和能力,对青年人具有很强的吸引力。

国际物理奥赛的模式是什么?国际物理奥赛试题的难度水平、解答要求、评分标准怎样?这本由曾率中国队在国际物理奥赛中连夺金牌的主教练、北京大学舒幼生教授主编的《90 年代国际物理奥赛试题及解答》将告诉你这一切。

本书集中了 1990 年以来历年国际物理奥赛的试题、解答、评分标准和注意事项等内容,其中包括 1997 年 7 月由中国科学技术大学金嗣炤教授领队在加拿大萨德伯里市竞赛的最新内容和最新要求,是一本中学物理国际奥赛信息最快捷的书。

1998. 6.

目 录

第 21 届 (1990 年)	1
第 22 届 (1991 年)	37
第 23 届 (1992 年)	60
第 24 届 (1993 年)	102
第 25 届 (1994 年)	146
第 26 届 (1995 年)	184
第 27 届 (1996 年)	214
第 28 届 (1997 年)	243

第21届 (1990年 荷兰 格罗宁根)

中国队领队：舒幼生

副领队：朱世嘉

理论部分

【题1】晶体的X射线衍射

本题欲研究简单立方晶体的X射线衍射。为此，先令一束单色平面波垂直入射到一个二维网栅上，在相互垂直的两个方向上分别有 N_1 、 N_2 个缝，相应的缝与缝的间距为 d_1 和 d_2 。衍射图样可在距网栅 L 处的屏幕上观察到，屏幕平行于网栅且 L 远大于 $N_1 d_1$ 和 $N_2 d_2$ 。

a) 确定屏幕上各主极大的位置和宽度。此处宽度定义为主极大两侧极小之间的距离。

现在取一晶格间距为 a 、尺寸为 $N_0 a \times N_0 a \times N_1 a$ 的简单立方晶体，其中 N_1 远小于 N_0 。晶体的位置与平行的X射线束方向间成一小角度 θ (见图 21—1)。在距晶体很远的原屏幕上又可观察到衍射图样。

b) 导出各主极大位置和宽度随 θ 角变化的函数关系 (设 θ 为小角度)；条件 $N_1 \ll N_0$ 会产生什么具体效果？

上述衍射图样也可采用布拉格理论来导出，该理论假设X射线先由一系列晶面反射，而后这些反射射线彼此干涉生成衍射图样。

c) 试证这种所谓的布拉格反射导出的主极大条件与你在 b) 中已求得的条件相同。

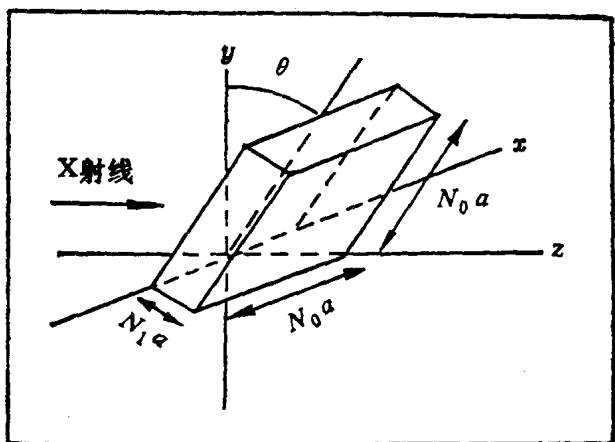


图 21—1

在某些测量技术中采用了所谓的晶粉法，即一束 X 射线受到包含大量小晶粒的晶粉所散射（当然，各晶粒的线度远大于晶格间距 a ）。

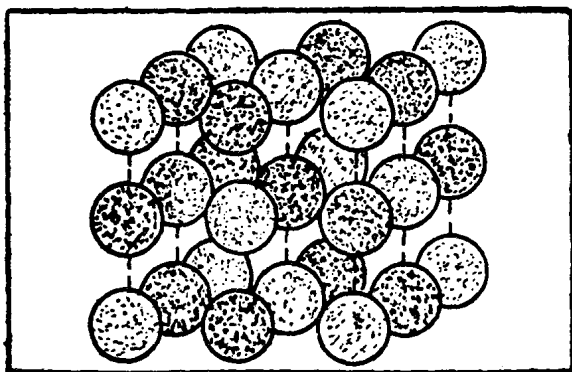


图 21—2

波长为 0.15nm 的 X 射线经氯化钾 $[\text{KCl}]$ （具有简单立方晶格结构，见图 21—2）晶粉散射后，在照相底板上产生一系列同心

黑环。晶粉与底板的距离为 0.10 nm ，最小黑环半径为 0.053 m (见图 21—3)。 K^+ 与 Cl^- 离子的线度几乎相同，它们可视为等同的散射中心。

d) 计算出晶体中两个相邻 K^+ 离子的间距。

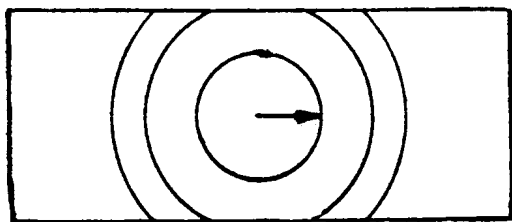


图 21—3

【解答】

(译者按)

本题原解答多有不妥甚至错误之处。关于 b)，原解答错误地认为，晶体的倾斜效果相当于“在 y 方向，波束‘看到’的是有效间距为 $a\cos\theta$ 的网栅”，…在 z 方向，波束‘看到’的是有效间距为 $a\sin\theta$ 的网栅”，从而导出了关于 y 方向上衍射主极大的一系列错误结论。接着在 c) 的解答中又将题文中晶体的透射性衍射与布拉格反射混为一谈。最后在 d) 的晶粉衍射实验中，照相底板实际上是圆柱面形状而不是平面屏幕形状，这必定会影响计算结果。

考虑到这诸多问题，在此舍弃了原题解而重新写了题解，详文如下。

a) 设波束垂直投射到缝间距为 d_1 、 d_2 的二维网格上，在与网格平行的屏上观察到衍射图样(见图 21—4)。首先考虑 x 方向。如果从相邻缝(间距为 d_1) 发出而到达同一点的波在传播中形成波程差为

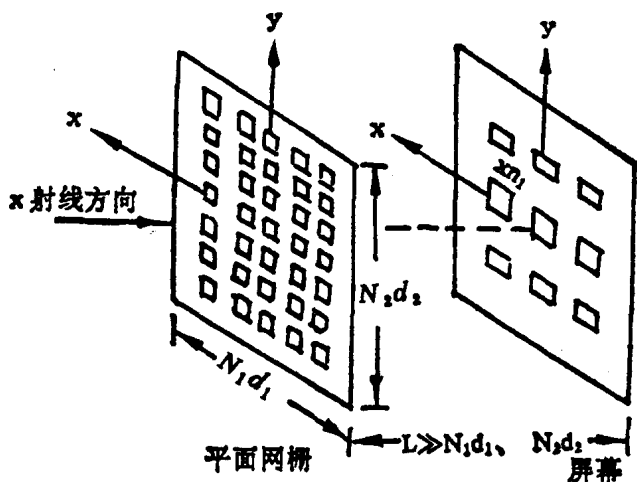


图 21—4

$$\Delta_1 = n_1 \lambda$$

其中 n_1 为一整数, 则在该点产生一个主极大. 该点在屏幕上的位置 (x 方向上) 为

$$x_{n_1} = \frac{n_1 \lambda L}{d_1}$$

此处已考虑到 $d_1 \ll L$.

位于一个边缘缝 (第一缝) 和位于中央的第 $(N_1 + 1)/2$ 缝 (N_1 为奇数时) 或第 $(N_1/2) + 1$ 缝 (N_1 为偶数时) 之间的波程差则分别为

$$\Delta_{\left(\frac{N_1-1}{2}\right)} = \frac{N_1-1}{2} n_1 \lambda \quad (N_1 \text{ 为奇数})$$

$$\Delta_{\left(\frac{N_1}{2}\right)} = \frac{N_1}{2} n_1 \lambda \quad (N_1 \text{ 为偶数})$$

下面先按 N_1 为偶数的情况进行讨论.

若此波程差满足

$$\Delta(\frac{N_1}{2}) = \frac{N_1}{2}n_1\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

则会出现靠近主极大的第一个极小。该极小在屏幕上的位置由下式给出：

$$x_{n_1} + \Delta x = \frac{\left[\frac{N_1}{2}n_1\lambda + \frac{\lambda}{2}\right]L}{\frac{N_1}{2}d_1} = \frac{n_1\lambda L}{d_1} + \frac{\lambda L}{N_1 d_1}$$

由此求得

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{N_1 d_1}$$

从而主极大的宽度为

$$\delta x = 2\Delta x = 2 \frac{\lambda L}{N_1 d_1}$$

若 N_1 为奇数，则所得结果为

$$\delta x = 2\Delta = 2 \frac{\lambda L}{(N_1 - 1)d_1}$$

由于 N_1 远大于 1，故结果相同。

对 y 方向可作类似处理，该方向上有 N_2 个缝，缝间距为 d_2 。

此二维网栅产生的主极大的位置为

$$(x_{n_1}, y_{n_2}) = \left(\frac{n_1 \lambda L}{d_1}, \frac{n_2 \lambda L}{d_2} \right)$$

主极大在两个方向上的宽度为

$$\delta x = 2 \frac{\lambda L}{N_1 d_1}$$

和 $\delta y = 2 \frac{\lambda L}{N_2 d_2}$

b) 设入射光束与屏幕均保持不变，即入射光束与屏幕垂直，而使晶体绕与 x 轴平行的轴转动一小角度 θ (见图 21—5)，此

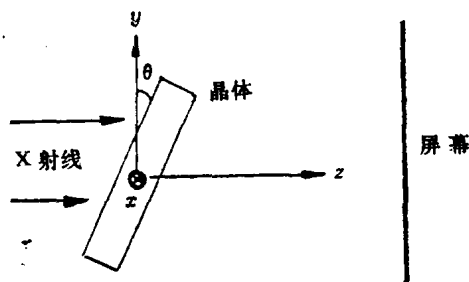


图 21—5

时关于屏幕上衍射图样的讨论如下。

(i) 由于入射光束在 yz 平面内与 x 轴垂直, 故对沿 x 方向排列的衍射中心来说, 入射光束仍为正入射, 因而衍射主极大的位置和宽度均与 a 中的情形相同, 即

$$x_{n_1} = \frac{n_1 \lambda L}{a}, \quad \delta x = 2 \frac{\lambda L}{N_0 a}$$

(ii) 对于在晶体表面沿与 x 轴垂直方向排列的各衍射中心来说, 射到各衍射中心的入射波的位相不同, 相邻格点上入射波的波程差为 $\Delta = a \sin \theta$ (见图 21-6)。在 yz 平面内, 与入射波束成 ϕ 角的相邻衍射波束的波程差为 $\Delta' = a \sin(\phi + \theta)$, 故主极大条件 $\Delta' - \Delta = n_2 \lambda$ 给出

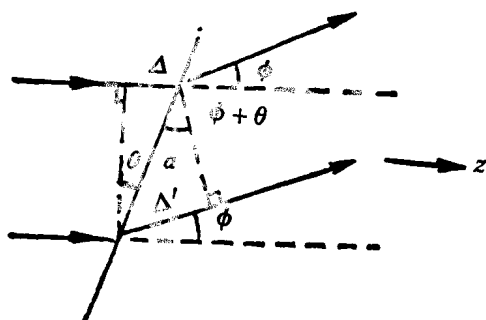


图 21-6

$$\sin(\phi + \theta) - \sin \theta = \frac{n_2 \lambda}{a}$$

即
$$\sin \phi \cos \theta + \cos \phi \sin \theta - \sin \theta = \frac{n_2 \lambda}{a}$$

若 θ, ϕ 皆为小量, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$, $\sin \phi \approx \phi$, $\cos \phi \approx 1 - \frac{\phi^2}{2}$,

上式可化简为

$$\phi \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2 - \frac{1}{2} \theta \phi \right) = \frac{n_2 \lambda}{a}$$

忽略高级小量, 有

$$\phi = \frac{n_2 \lambda}{a} \quad (1)$$

$$y_{n_2} = L\phi = \frac{n_2 \lambda L}{a} \quad (2)$$

主极大的半角宽度 $\Delta\phi$ 由下式决定：

$$\sin(\theta + \phi + \Delta\phi) - \sin(\phi + \theta) = \frac{\lambda}{N_0 a}$$

由于 $\Delta\phi$ 是很小的量，上式可简化为

$$\cos(\phi + \theta) \Delta\phi = \frac{\lambda}{N_0 a}$$

故主极大的宽度为

$$\delta y = 2L\Delta\phi = \frac{2\lambda L}{N_0 a \cos(\phi + \theta)} \quad (3)$$

式中 ϕ 满足 (1) 式。

如果在 ϕ 计算中不忽略 $\phi\theta^2$ 、 $\phi^2\theta$ 项，则可解 ϕ 的二次方程：

$$\frac{1}{2}(\theta\phi^2) - \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)\phi + \frac{n^2\lambda}{a} = 0$$

得

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\theta} \left[1 - \frac{1}{2}\theta^2 \pm \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)^2 - 2\theta \frac{n_2\lambda}{a}} \right] \\ &= \frac{1}{\theta} \left[\left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \pm \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \left(1 - \frac{2\theta n_2\lambda}{a(1 - \theta^2/2)^2}\right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{aligned}$$

因 θ 、 ϕ 均为小量，取加号肯定不合理，取减号，并展开平方根号，得

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\theta} \left[\frac{\theta n_2\lambda}{a(1 - \theta^2/2)} + \frac{\theta^2 n_2^2 \lambda^2}{2a^2(1 - \theta^2/2)^3} \right] \\ &= \frac{n_2\lambda}{a} \left[\frac{1}{1 - \theta^2/2} + \frac{n_2\lambda}{2a} \frac{\theta}{(1 - \theta^2/2)^3} \right] \\ &= \frac{n_2\lambda}{a} \left(1 + \frac{\theta^2}{2} + \frac{n_2\lambda}{2a}\theta \right) \end{aligned}$$

它将替代 (1) 式。

(iii) 对于与晶体表面垂直的各衍射中心，即图 21—7 中沿 z'

方向排列的各衍射中心，设它们发出的衍射波束与 z' 成 ψ 角，相邻中心的入射波束波程差和衍射波束波程差分别为

$$\Delta = a \cos \theta,$$

$$\Delta' = a \cos \psi.$$

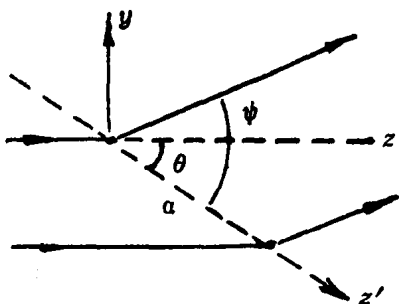


图 21-7

从而

$$\Delta - \Delta' = a(\cos \theta - \cos \psi)$$

当 $\Delta - \Delta' = n_3 \lambda$, n_3 为整数，在此衍射波束的方向即可出现主极大，即当 ψ 满足

$$a(\cos \theta - \cos \psi) = n_3 \lambda \quad (4)$$

时出现主极大. θ 是给定的，满足 (4) 式的诸方向形成一个以 z' 为轴，以 ψ 为顶角的圆锥. 观察衍射图样的屏幕与此圆锥面的交线，即为主极大所在的位置. 在本题中，主极大位于一椭圆上. 在 y 轴上的主极大位置由下列二式决定：

$$y_{n_3} = L \tan(\psi - \theta) \text{ 和 } a(\cos \theta - \cos \psi) = n_3 \lambda$$

当 θ 很小时，有

$$y_{n_3} = L \tan \psi \text{ 和 } a(1 - \cos \psi) = n_3 \lambda$$

消去 ψ ，得

$$y_{n_3} = L \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{n_3 \lambda}{a}\right)^2} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

主极大的半角宽度 $\Delta \psi$ 可由 (4) 式及下式求出

$$\frac{1}{2} N_1 a [\cos \theta - \cos(\psi + \Delta \psi)] = \frac{1}{2} N_1 n_3 \lambda + \frac{1}{2} \lambda$$

因 $\Delta \psi$ 很小，上式变为

$$\frac{1}{2} N_1 a [\cos \theta - \cos \psi - \sin \psi \cdot \Delta \psi] = \frac{1}{2} N_1 n_3 \lambda + \frac{1}{2} \lambda$$

将 (4) 式代入，得

$$\Delta\psi = \frac{\lambda}{N_1 a \sin\psi} \quad (6)$$

相应主极大的半宽度为

$$\Delta y = L \tan(\psi - \theta + \Delta\psi) - L \tan(\psi - \theta)$$

将上式展开，并考虑到 $\Delta\psi$ 是很小的量，可得

$$\begin{aligned} \Delta y &= \frac{L}{\cos^2(\psi - \theta)} \Delta\psi \\ &= \frac{\lambda L}{N_1 a} \frac{1}{\sin\psi \cos^2(\psi - \theta)} \end{aligned}$$

主极大的宽度为

$$\delta y = 2\Delta y = \frac{2\lambda L}{N_1 a \sin\psi \cos^2(\psi - \theta)} \quad (7)$$

θ 很小时，

$$\delta y = \frac{2\lambda L}{N_1 a \sin\psi \cos^2\psi} \quad (8)$$

(原解答的这一部分由于解题观点不正确，所以得到的结果与上述导得的结果也多有不同。)

在 (iii) 的情形中，由于晶体有一定大小，每一列沿 z' 排列的衍射中心都会产生一个椭圆，这些椭圆的中心不重合，因而由整个晶体产生的主极大有一定的宽度，这宽度与晶体的大小有关，一般说来它远大于 δy 。如果 $\psi=0$ ，则在推导 (6) 式时就不应略去 $(\Delta\psi)^2$ 项，结果所得的 $\Delta\psi$ 不是 (6) 式，而是 $\Delta\psi = \sqrt{2\lambda/N_1 a}$ ，其数值较大，并不像 (6) 式那样趋于无穷大。

现在可以来看衍射的总效果。这里已经有 x 、 y 、 z' 三个方向主极大的条件，它们都是必要条件，同时满足三者，才能在屏幕上观察到主极大。对于单色波，这里只有两个衍射角变量，除了衍射零极（直接透射的几何波束）之外，别无同时满足三条件之可能。所以实验得到的是除直接透射的几何波束外，别无主极大，这里 z' 方向衍射的半角宽度并非非常大，原题中所给的 $N_1 \ll N_0$ 的条件在此处毫无用处，对半角宽度起作用的是 $N_1 \gg 1$ 的条件。

c) 在布拉格反射中, 入射到晶面的波束和由晶面产生的衍射波束的方向符合反射定律, 所以由同一晶面上各衍射中心的衍射波叠加的结果就相当于一次镜面反射, 结果产生主极大. 这对任何入射角都一样. 但是, 不同晶面的衍射波之间会产生干

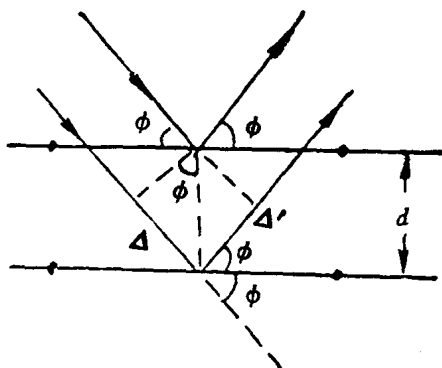


图 21—8

涉, 因而只有当入射角等于某些数值时才能观察到主极大. 设晶面间的距离为 d , 入射波束的掠射角为 ϕ (见图 21—8), 则当掠射角满足

$$\text{波程差} = \Delta + \Delta' = 2d \sin \phi = n\lambda$$

时, 就出现主极大. 这就是布拉格公式. 此时出现主极大的方向与入射波方向的夹角等于 2ϕ . 这里的处理方法与 b) (iii) 相似, 但由于衍射波是反射波而不是 (iii) 中的透射波, 所以总程差是 $\Delta + \Delta'$ 而不是 $\Delta - \Delta'$, 另外 (iii) 中的 θ 和 ψ 与这里的 ϕ 的关系是

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \phi,$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} + \phi$$

本题按题文所述, 欲将晶体透射性的衍射与晶体的布拉格反射联系起来, 这是不妥的. 正如前面已经指出的, 在晶体透射性衍射中, 屏幕上观察到的只有直接透射的几何波束对应的零级主极大, 所以布拉格反射条件实际上没有用处.

d) 相邻 K^+ 离子的间距等于 $\sqrt{2}a$, 在粉末衍射实验中, 照相底片放在一圆柱形暗盒中, 晶粉在轴上, 照相底片中央即为入射波束的方向. 因此由所给数据有

$$2\phi = \frac{x}{R} = \frac{0.053}{0.1} = 0.53 \text{ rad},$$

$$\phi = 0.265 \text{ rad}$$

对于最小圆来说, $n=1$, 晶面间距为 a , 由布拉格公式得

$$a = \frac{\lambda}{2\sin\phi} = \frac{0.15 \times 10^{-9}}{2 \times 0.26} \text{ m} \approx 0.29 \text{ nm}$$

故所求 $K^+ - K^+$ 间距为

$$\sqrt{2} \times 0.29 = 0.41 \text{ nm}.$$

本题原解答中照相底片按平面形状处理, 所得 $K^+ - K^+$ 间距为 0.44 nm .

【题 2】地球磁层 (magnetosphere) 中的电学实验

1991 年 5 月, 亚特兰蒂斯号航天飞机将进入环绕地球的轨道, 设轨道是圆形的并处在地球的赤道面上.

在某一预定时刻, 航天飞机将放出卫星 S , 它们之间用一长为 L 的导体棒相连. 设棒为刚性, 其质量可略, 并用电绝缘层包裹. 略去所有摩擦.

令 α 为长棒与亚特兰蒂斯号到地心连线的夹角(见图 21—9).

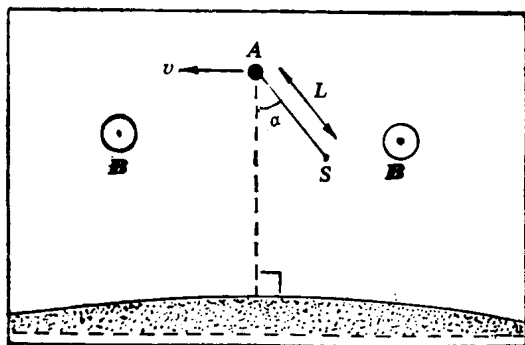


图 21—9

卫星 S 也处于地球赤道面内. 设卫星质量远小于亚特兰蒂斯