

初中数理化教与学指导丛书

初三 代数

北京市西城区教育研究中心 编

教育科学出版社



·chusandajishu

初中数理化教与学指导丛书

初 三 代 数

北京市西城区教育教学研究中心 编

教育科学出版社

(京)新登字第111号

初中数理化教与学指导丛书

初三代数

北京市西城区教育教学研究中心 编 责任编辑 宋炳忠

教育科学出版社出版、发行 (北京·北太平庄·北三环中路46号)

各地新华书店经销 北京顺义燕华印刷厂印装

开本: 787×1092毫米 1/32 印张: 7.5 字数: 168千

1992年12月第1版 1992年12月第1次印刷

印数: 00,001—10,500册

ISBN 7-5041-0935-5/G·894 定价: 3.20元

前 言

教学过程是一个知识传递的过程，这个过程要靠师生双方的协同活动来完成。教师如何教，学生如何学，才能使知识的传递更加有效，这是一个很值得探索的问题。

多年来，我们北京市西城区教育研究中心的各理科教研室，组织本区教研员和有经验的教师，针对初中数理化教学，进行了探索和研究，并取得了一些有益的经验。实践证明，这些经验对解决初中数理化教与学中存在的问题，培养教师的教与学生的学的能力，提高教学质量，都大有好处。

在这个基础上，我们编写了初中数理化教与学指导丛书。全套丛书共八册，分别为《初一代数》、《初二代数》、《初三代数》、《初二几何》、《初三几何》、《初二物理》、《初三物理》、《初中化学》。

《丛书》中的章节基本与教材相对应，对教材中大的章分为若干个单元，单元的划分以利于教与学两个方面为原则。每章（或每单元）的内容均由“重点、难点、疑点解析”、“解题方法指导”、“思考与训练”三部分组成。

“重点、难点、疑点解析”阐述分析本章（本单元）的知识和内在联系，指明重点、难点和疑点，并说明如何在教与学中去解决这些问题，以便有效地把教师的教落实到学生的学。

“解题方法指导”选择本章（本单元）典型问题进行分析，题型全，分析活，突出基本技能、基本方法的训练，阐明了思路，归纳出方法，便于学生自学和提高分析与解决问题。

题的能力。

“思考与训练”从各类题型中精选部分习题，题目的选择由易到难，循序渐进，可用于教师检查教学效果或学生自检自测。

每章之后都有小结，并附有本章的自我检查题及答案。

为便于教师指导学生和检查学生综合掌握本科知识的情况，在代数、几何、物理、化学初三分册的最后均安排了总复习综合指导与思考训练题。

参加数学分册编写的有李松文、方珊、欧阳东方、刘绍贞、郑廉、马淑玲、马成瑞、凌文伟、康英琴和刘际蓁等同志。鉴于时间仓促，编者水平有限，《丛书》难免有疏漏和不足之处，恳请读者批评指正。

北京市西城区教育教学研究中心

1992年2月

初 三 代 数

目 录

第十四章 函数及其图象	(1)
第一单元 平面直角坐标系	(1)
重点、难点、疑点解析	(1)
解题方法指导	(9)
思考与训练	(14)
第二单元 函数	(16)
重点、难点、疑点解析	(16)
解题方法指导	(21)
思考与训练	(26)
第三单元 正比例函数与反比例函数	(29)
重点、难点、疑点解析	(29)
解题方法指导	(35)
思考与训练	(39)
第四单元 一次函数的图象和性质	(42)
重点、难点、疑点解析	(42)
解题方法指导	(46)
思考与训练	(54)
第五单元 二次函数的图象和性质	(57)
重点、难点、疑点解析	(57)

解题方法指导	(70)
思考与训练	(77)
第六单元 一元一次不等式组和一元二次不等式	(80)
重点、难点、疑点解析	(80)
解题方法指导	(87)
思考与训练	(95)
本章小结	(98)
自我检查题	(102)
第十五章 解三角形	(105)
第一单元 三角函数	(106)
重点、难点、疑点解析	(106)
解题方法指导	(109)
思考与训练	(117)
第二单元 解直角三角形	(122)
重点、难点、疑点解析	(122)
解题方法指导	(125)
思考与训练	(134)
第三单元 解三角形	(141)
重点、难点、疑点解析	(141)
解题方法指导	(146)
思考与训练	(162)
本章小结	(168)
自我检查题	(169)

第十六章 统计初步	(173)
第一单元 总体和样本	(173)
重点、难点、疑点解析	(173)
思考与训练	(174)
第二单元 平均数	(175)
重点、难点、疑点解析	(175)
解题方法指导	(178)
思考与训练	(179)
第三单元 方差和方差的简化计算	(179)
重点、难点、疑点解析	(179)
解题方法指导	(183)
思考与训练	(186)
第四单元 频率分布	(188)
重点、难点、疑点解析	(188)
解题方法指导	(191)
思考与训练	(193)
本章小结	(194)
自我检查题	(196)
初中代数总复习	(200)
知识结构及其内在联系	(200)
解题方法指导	(204)
思考与训练	(219)

第十四章 函数及其图象

本章主要讲授直角坐标系，函数的概念及几类简单函数，最后讲不等式组 and 一元二次不等式的解法。

本章分为六个单元：

一、平面直角坐标系

二、函数

三、正比例函数与反比例函数

四、一次函数的图象和性质

五、二次函数的图象和性质

六、一元一次不等式组 and 一元二次不等式

第一单元 平面直角坐标系

重点、难点、疑点解析

1. 知识结构

这一单元的知识是从学生已经熟悉的数轴引入的。学生已经掌握，实数和数轴上的点有一一对应的关系，也就是在数轴上每一个点的位置都能用一个实数来表示；反过来，任意一个实数都可以用数轴上的一个点来表示。这个实数叫做数轴上这个点的坐标。在此基础上，提出“用什么方法表示平面内点的位置”的问题。

由实例引入，需要建立平面直角坐标系，用一对有序实

数表示平面内点的位置，建立了有序实数与平面内的点之间的一一对应关系，在认识上，初步建立了“数”与“形”的联系，并在一定条件下可以互相转化。直角坐标系的建立，对代数问题与几何问题的联系起重要的桥梁作用。

2. 重点、难点、疑点解析

本单元的重点是直角坐标系和两点间的距离公式。

坐标概念的建立是学习解析几何和变量数学的基础。直角坐标系的有关概念、名词、术语对学生来说都是全新的，以前没有接触过，通过直角坐标系把代数、几何中的基本元素“数”和“点”联系起来，在学生的认识上和思维方法上都是个跃进的阶段，所以学生有个理解、接受、适应和熟悉的过程。在这个过程中要多引用实例，使直角坐标系建立在形象和需要的基础上，便于学生掌握。

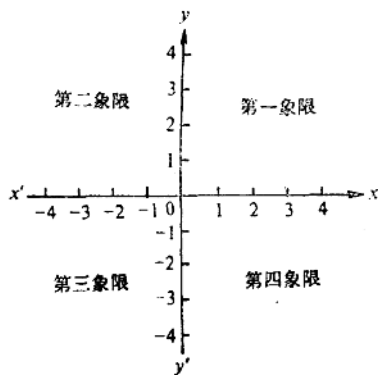


图 14-1

直角坐标系的概念要掌握好三点：

(1) 直角坐标系是由两条互相垂直而且有公共原点 O 的数轴组成的，一般将水平数轴称为 x 轴（或横轴），铅直数轴称为 y 轴（或纵轴），将平面分成四个象限，建立了直角坐标系的平面叫坐标平面，如

图 (14-1)。

(2) 建立了坐标平面之后，可以用一对（两个）有序

(有顺序, 横坐标在前, 纵坐标在后) 实数来表示平面内点的位置, 它们之间是一一对应的关系, 即坐标平面内的一个点就有一对有序实数与其对应; 反过来, 有一对有序实数, 就可在坐标平面内确定一个点。例如点 A (图14

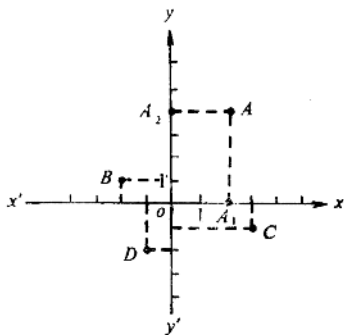


图 14-2

-2), 从点 A 向 x 轴画垂线, 垂足 A_1 的坐标是2, 从点 A 向 y 轴画垂线, 垂足 A_2 的坐标是4, 2叫点 A 的横坐标, 4叫点 A 的纵坐标, 记作 $A(2, 4)$ 。同样 $B(-2, 1)$, $C(3, -1)$, $D(-1, -2)$, 坐标平面内的一个点就有一对有序实数与其对应。

例如有一对有序实数 $(3, -2)$, 就可以在坐标平面内确定一个点与其对应, 如图14-3中的点 A , 即经过 x 轴上坐标为3的点画 x 轴垂线, 经过 y 轴上坐标为-2的点画 y 轴的垂线, 这两条线的交点 A , 就是和一对有序实数 $(3, -2)$ 对应的点, 和

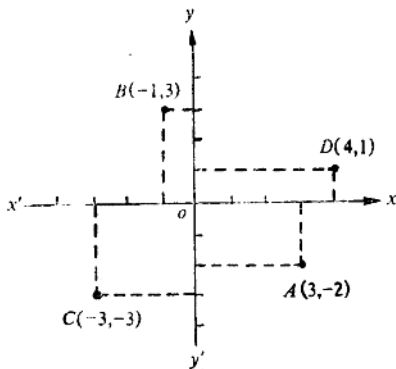


图 14-3

$(-1, 3)$ 对应的点是 B 点, 和 $(-3, -3)$ 对应的点是 C 点, 和 $(4, 1)$ 对应的点是 D 点. 对于任意一对有序实数, 在坐标平面内都有一个确定的点与其对应。

(3) 要使学生熟悉并掌握坐标平面内一些特殊位置的点的坐标。

例如, 坐标原点 O 的坐标是 $(0, 0)$, x 轴上点的坐标是 $(x, 0)$, 即纵坐标为零, 如图 14-4 中 $A(3, 0)$, $B(-2, 0)$, y 轴上点的坐标是 $(0, y)$, 即横坐标为零, 如图 14-4 中 $C(0, 4)$, $D(0, -2)$ 。

关于 x 轴对称的两个点的坐标的关系是横坐标相同, 纵坐标互为相反数, 关于 y 轴对称的两个点的坐标的关系是横坐标互为相反数, 纵坐标相同。关于原点对称的两个点的坐标的关系是横坐标互为相反数, 纵坐标也是互为相反数。如图 14-5 中 $A(a, b)$ 和 $A_1(a, -b)$ 关于 x 轴对称, $A(a, b)$ 和 $A_2(-a, b)$ 关于 y 轴对称, $A(a, b)$ 和 $A_3(-a, -b)$ 关于原点对称。

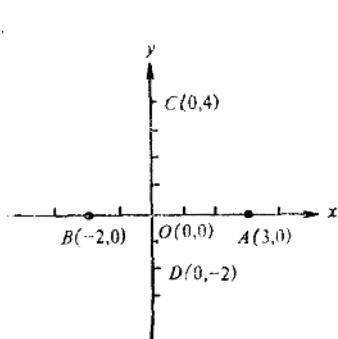


图 14-4

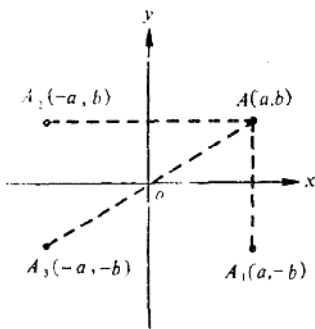


图 14-5

本单元教材的另一个重点是两点间的距离公式，也是本单元教材的难点。

两点间的距离公式，是用坐标法来研究几何图形中最简单的图形线段，学生从数形结合上，从思维方法上都会感到困难和不习惯，但这个公式是解析几何中经常要用的重要公式，要求学生必须正确熟练地掌握。这个公式的学习分两个问题研究：

第一，关于在同一数轴上的两点间的距离。

(1) 两点间的距离就是以这两点为端点的线段的长度。在数轴上，首先让学生确定所求线段的起点和终点，例如线段 AB ，则把 A 看成起点， B 看成终点；若说线段 BA ，则把 B 看成起点， A 看成终点。在未讲有向线段之前，线段 AB 和线段 BA 是同一个含义。同时要求学生把线段的起点、终点用点的坐标表达清楚。

(2) 求线段长时，是根据平面几何中求线段差的方法，即用较长的线段减去较短的线段。要紧密结合图形进行分析，然后总结出公式。

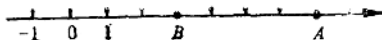


图 14-6

例如①如图14-6， A 点坐标 $x_A=7$ ， B 点坐标 $x_B=3$ ，线段 $BA=7-3$ ，也就是用线段终点的坐标减去起点的坐标，即 $BA=x_A-x_B$ ，因为 $|7-3|=|3-7|$ ，所以线段的长度就是线段端点坐标差的绝对值。

$$\begin{aligned} \text{即 } AB &= |x_B - x_A| = |x_A - x_B| \\ &= |3 - 7| = |7 - 3| = 4. \end{aligned}$$

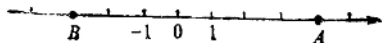


图 14-7

②如图14-7, $x_A=4$, $x_B=-3$,

$$BA = |x_A - x_B| = |4 - (-3)| = 7,$$

$$\text{或 } AB = |x_B - x_A| = |-3 - 4| = 7.$$

经过分析不同情况后可得出规律, 数轴上两点间的距离, 等于这两点坐标差的绝对值。

$$\text{即 } AB = |x_B - x_A|.$$

这个结论的取得是这个单元的难点。

得到公式之后要反复练习, 教材中练习的第1题的形式就很好, 要求学生会用语言叙述这个公式, 同时必须熟练掌握数学表达式。

第二, 在解决了数轴上两点间距离的问题之后, 进而提出在坐标平面内任意两点间的距离求法问题。

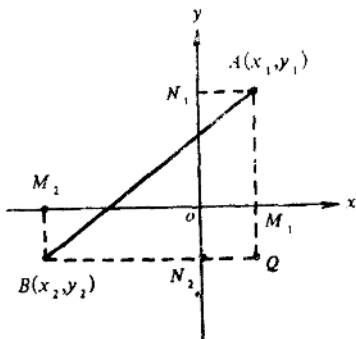


图 14-8

平面内任意两点间的距离公式, 主要用数轴上两点间的距离和勾股定理推得, 要紧密切合图形, (如图14-8)。设平面内有任何两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 图中通过做辅助线, 构成矩形 AN_1N_2Q 和矩形 BM_2M_1Q 以及直角

三角形 ABQ , $AQ=N_1N_2$, $BQ=M_2M_1$, 根据同一数轴上两点间的距离得 $N_1N_2=|y_2-y_1|$, 即 $AQ=|y_2-y_1|$, $M_1M_2=|x_2-x_1|$, 即 $BQ=|x_2-x_1|$, 根据勾股定理:

$$AB = \sqrt{AQ^2 + BQ^2} = \sqrt{|y_2 - y_1|^2 + |x_2 - x_1|^2} \\ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

推得公式 $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

公式推得之后, 强调一下“任意”两字, 就是说这个公式适用于求平面内任何位置的两点间的距离。可举出各种情况说明公式的运用, 同时也达到熟悉和使用公式的目的。

例如

①在图14-9中有

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

②在图14-10中有

$$P_1O = \sqrt{(0 - x_1)^2 + (0 - y_1)^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}.$$

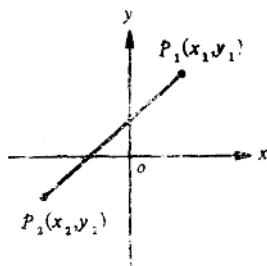


图 14-9

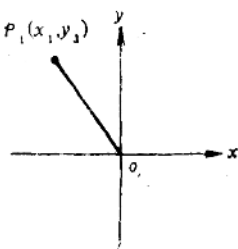


图 14-10

③在图14-11中有

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - 0)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ = \sqrt{x_2^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

④在图14-12中有

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - 0)^2 + (0 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{x_2^2 + y_1^2}.$$

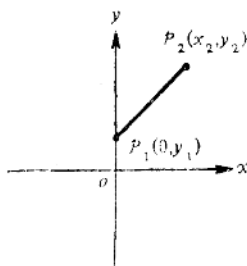


图 14-11

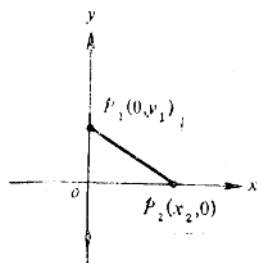


图 14-12

⑤图14-13中, $p_1p_2 \parallel x$ 轴, 此时 p_1, p_2 两点的纵坐标相同即 $y_1 = y_2$,

$$\begin{aligned} \text{所以 } p_1p_2 &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = |x_2 - x_1|. \end{aligned}$$

⑥图14-14中, $p_1p_2 \parallel y$ 轴, 此时 p_1, p_2 两点的横坐标相同即 $x_1 = x_2$,

$$\begin{aligned} \text{所以 } p_1p_2 &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(y_2 - y_1)^2} = |y_2 - y_1|. \end{aligned}$$

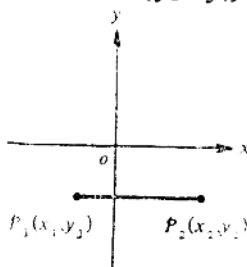


图 14-13

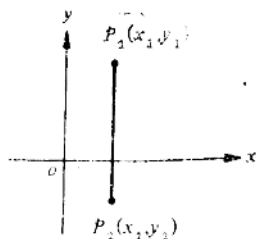


图 14-14

⑦若两点在同一坐标轴上，即可用同一数轴上两点间的距离公式。

解题方法指导

本单元要求学生掌握有关直角坐标系的概念和两点间距离公式的应用，配备如下例题：

例1 在直角坐标系中，描出点 $p(-2, 3)$ 关于 x 轴、 y 轴和原点的对称点。

解：分析： $p(-2, 3)$

关于 x 轴的对称点 p_1 的横坐标应与 p 点横坐标相同， p_1 的纵坐标是 p 点纵坐标的相反数， $\therefore p_1(-2, -3)$ 关于 x 轴的对称点为 $p_1(-2, -3)$ 。

关于 y 轴对称的两个点的坐标应是横坐标互为相反数，纵坐标相同， $\therefore p(-2, 3)$ 关于 y 轴的对称点为 $p_2(2, 3)$ 。

关于原点对称的两个点，它们横坐标互为相反数，纵坐标互为相反数。 $\therefore p(-2, 3)$ 关于原点对称的点为 $p_3(2, -3)$ ，如图(14-15)。

方法指导：根据轴对称和中心对称的定义，取点、定坐标，在坐标平面内要掌握好关于坐标轴对称点的坐标间的关系，关于原点对称点的坐标的关系。

例2 (1) 在 x 轴上求一点 A ，使它与点 $B(-1, 2)$ 的距

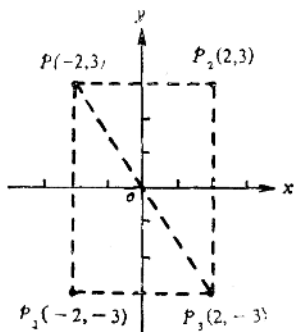


图 14-15