普通高等教育基础课规划教材

大学物理实验

◆ 张彦纯 主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育基础课规划教材

大学物理实验

主　编　张彦纯
副主编　姜广军　向安润
参　编　罗树范　臧立言
　　　　张少卓　付　静　梁丽杰

机械工业出版社

本教材是按照“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，结合土建类院校的特点和编者多年的教学改革经验编写而成的。

本教材根据分层次教学的需要，全书分为五部分，重点介绍了绪论、基础性实验、综合性实验、设计性实验等，共有33个实验。另外，本教材还以校园网上物理仿真实验室为平台，编入了仿真实验。书后附录给出了基本物理常数及国际单位制等。

本教材可作为高等院校工程类专业的教科书或参考书。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验/张彦纯主编. —北京：机械工业出版社，2006.1

普通高等教育基础课规划教材

ISBN 7-111-18168-9

Ⅰ.大… Ⅱ.张… Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.04-33

中国版本图书馆CIP数据核字（2005）第154096号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑：李永联

责任编辑：李永联 版式设计：冉晓华 责任校对：姚培新

封面设计：饶 薇 责任印制：洪汉军

北京京丰印刷厂印刷

2006年1月第1版·第1次印刷

787mm×1092mm 1/16·11.75印张·281千字

定价：19.00元

前　　言

本教材是根据“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，结合新制土建类高校特点，以培养基础扎实、视野开阔、动手能力强、有创新意识的应用型工程技术人才为目的，结合吉林建筑工程学院城建学院多年教学经验和近年来物理实验的改革和课程建设成果，在对原自编试用教材进行大量修改的基础上重新编写而成的。

本教材分为六部分：绪论、基础性实验、综合性实验、设计性实验、仿真实验和附录。内容涉及实验方法、测量误差、数据处理、力学、电磁学、光学、近代物理等，共编入实验33个。

本教材试图建立基础性、综合性、设计性、互相衔接、逐层提高的适应创新教育培养应用型工程技术人才的物理实验内容体系。

本教材大力加强基础实验教学的内容。本教材从经典实验中精心挑选了一些物理思想好、实验方法典型的实验作为基础实验教学内容，主要是加强对学生进行物理实验的基础训练，让学生掌握基本的实验知识、实验方法、实验技能和数据处理方法，养成良好的实验习惯和科学态度。

在综合性实验中，本教材根据土建类专业的特点和培养应用型工程技术人才的需要，力求实验内容与专业和实际应用密切结合，力求实验内容具有时代特色。20世纪以来科学技术的发展取得了巨大成就，物理实验教学应与时俱进，把反映时代特色的新技术、新成就纳入教学内容，以培养学生的创新意识。

设计性实验主要是培养学生独立地分析问题和解决问题的能力。要求学生独立完成从实验方案的设计、仪器的选配和使用，到实验操作、数据记录和实验报告的撰写等实验的全过程。在设计性实验中，学生运用所学知识，发挥自己的聪明才智和想象力，锻炼独立进行科学实验的能力。

教材中的仿真实验是对实物实验的补充和完善。以校园网和仿真实验室为平台，介绍其操作和使用方法。学生通过仿真实验训练后，可以在网上进行实验预习和仿真实验，也可以在完成实验室操作实验后，再在网上深入学习和复习。由于受到仪器设备和学时的限制不能做的实验，可以用仿真实验来补充。

本教材是我院物理实验室同仁在周辉教授的指导下集体辛勤劳动的成果。此次成书由张彦纯担任主编，姜广军、向安润担任副主编，书中插图由张少卓绘制。参加编写工作的教师具体分工如下：

张彦纯：绪论，实验13，实验19，实验31；姜广军：实验1，实验16，实验22，实验23，实验24，实验32；向安润：实验2，实验3，实验27，实验28，仿真实验；罗树范：实验11，实验14，实验15，实验20，实验26，实验29；臧立言：实验6，实验7，实验8，实验21，实验30；付静：实验4，实验5，实验10，实验17，实验18；张少卓：实验9，实验

12，实验25，实验33，附录；梁丽杰也参加了实验10，实验16，实验17的编写工作。

本教材在编写过程中得到了院系有关领导的大力支持和帮助。本教材的编写参考了北方工业大学、中国科学技术大学、西安电子科技大学、武汉化工学院、华中工学院等编写的大学物理实验教材，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，经验不足，时间仓促，教材中难免有疏漏之处，恳请读者批评指正。

编　者

目　　录

第1章 绪　　论

1.1 物理实验的地位、目的和要求

1.1.1 物理实验的地位

物理实验是大学工科的一门独立的必修课程，是他们进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端。物理实验课是学生在教师指导下动手独立地完成实验任务。它在培养学生运用实验手段去分析、观察、发现、研究和解决问题的能力方面起着重要的作用。

物理实验与时俱进，通过引入与工程技术紧密结合的测量技术、传感技术及计算机技术等，使物理实验由验证物理规律向着应用技术领域扩展。物理实验教学以培养学生的创新意识和创新能力为重点，它在以培养应用型高技术人才为目标的独立学院中占有十分重要的地位。

1.1.2 本课程的目的和要求

1. 在整个实验过程中，培养学生良好的实验习惯，爱护实验仪器和设备，遵守安全卫生制度，树立良好的学风。

2. 掌握测量误差的基本知识，具有正确处理实验数据的初步能力。主要是：测量误差的基本概念、直接测量和间接测量的不确定度计算以及数据处理的一些重要方法，如列表法、作图法、逐差法等。

3. 掌握常用的操作技术和实验方法。常用的操作技术包括：零位校准、水平调节、铅直调整、光路共轴调节、逐次逼近调节、视差清除、电路接线等。常用的实验方法有：比较法、放大法、转换法、模拟法、补偿法、干涉法等。

4. 能够进行常用物理量的测量。例如：长度、质量、时间、热量、电流强度、电压、电阻、电动势、磁感强度等。了解常用仪器的性能，并学会使用方法。例如：测长仪、计时仪、测温仪、变阻器、电表、直流电桥、通用示波器、低频信号发生器、分光计、常用电源、常用光源等。

1.1.3 实验程序

物理实验程序主要分为实验预习、实验操作、实验报告等。

1. 实验预习

实验课前必须认真阅读教材相关内容，弄清实验目的、原理、仪器、操作步骤以及应该注意问题等，写好预习报告。预习报告要用统一格式的实验报告纸写，内容主要有：

1）实验名称。

2）实验目的：完成本实验的目的。

3）实验仪器：所用仪器的名称和型号，主要规格（包括量程、分度值、精度等）。

4）实验原理：简要叙述实验原理，写出测量公式，画出原理图、电路图、光路图等。

5）内容与步骤：根据实验内容写出实验步骤。

6）画出实验数据表格：根据实验内容要求设计出数据表格。

2. 实验过程

1）学生到实验室后，要遵守学生实验守则，爱护仪器设备，注意安全，不要乱动仪器，指导教师点名记载学生的出席情况。

2）检查预习报告。指导教师讲解或与学生共同讨论，进一步搞清实验中的重要问题。

3）根据实验讲义的要求，在教师指导下自行完成实验。实验数据直接记录在表格内，不得任意涂改。

4）做完实验后，需仔细分析实验结果，总结实验过程，对还不清楚的问题请教师回答。在没有任何疑难问题后，请教师审阅并签字。在教师认可后，可整理实验仪器，离开实验室。

3. 实验报告

1）预习报告作为正式实验报告前面的部分，在实验前已经完成。

2）做完实验后，对数据进行整理和计算，完成误差估算与不确定度评定，写出标准形式的测量结果表达式，对于有的实验，要按图解法要求绘制图线（必须用坐标纸）。

3）完成教师指定的作业题，对实验中出现的问题进行说明和讨论或写出实验心得和建议等。

实验报告是评价学生实验成绩的重要依据之一。实验报告要求内容完整，书写清晰，字迹端正，数据记录整洁，图表规范，叙述文理通顺。实验报告在实验后完成，在下次实验时以组为单位交给指导教师批阅。

1.2 测量与误差

1.2.1 测量

1. 测量的定义

测量是指将待测的物理量与一个选作标准的同类量进行比较，从而得出它们之间的倍数关系的过程。作为标准的同类量称为单位。倍数称为测量值。由此可见，一个物理量的测量值等于测量数值与单位的乘积。在记录测量值时，一定要写明数值和单位。

根据《中华人民共和国计量法》有关规定，国家计量局规定以国际单位制（SI）为国家法定计量单位，即以米、千克、秒、安培、开尔文、摩尔、坎德拉作为基本单位，其他量由以上七个基本单位导出，称为国际单位制的导出单位。

2. 测量分类

按测量方式可将测量分为直接测量和间接测量。

（1）直接测量　指用测量仪器能直接测出被测量的量值的测量过程。相应的被测量称为

直接测量量。例如：用米尺测物体的长度，用天平称物体的质量，用秒表测时间等是直接测量。相应的长度、质量、时间等称为直接测量量。

（2）间接测量 指先测出与待测量有一定函数关系的直接测量量，再将直接测量的结果代入函数式进行计算，最终得到待测物理量的测量值的过程。相应的被测量称为间接测量量。例如：测量圆柱体密度，其公式为 $\rho=4m/(\pi d^2h)$，先用卡尺和千分尺测圆柱体的高度 h 和直径 d，用电子秤或天平测出其质量 m（这些都是直接测量），然后，将 h、d 和 m 的值代入测量公式，计算出圆柱体的密度 ρ，整个过程称为间接测量。其中，ρ 是间接测量量，h、d 和 m 是直接测量量。

按测量条件可将测量分为等精度测量和非等精度测量。

（1）等精度测量 在同等条件下进行的多次重复性测量称为等精度测量。即环境、人员、仪器、方法等都不变，对一个待测量进行多次重复测量。由于各次的测量条件相同，测量结果的可靠性、测量的精度也是相同的。

（2）非等精度测量 在特定的不同条件下，用不同的仪器、不同的测量方法、不同的测量次数、不同的人员进行的测量叫做非等精度测量。

在实际测量中，常用的测量主要是单次测量、等精度测量和间接测量。当测量精度要求不高时用单次测量；测量精度要求比较高时用等精度测量；在无法使用直接测量时才用间接测量。

1.2.2 误差

1. 误差的定义

每一个待测物理量在一定的客观条件和状态下所具有的真实大小，称之为该物理量的真值。进行测量时，由于理论的近似性、实验仪器灵敏度的局限性、环境条件的不稳定等因素的影响，测量值总是不可能绝对准确。测量值与真值之差称为误差，按表达式分为绝对误差和相对误差。

（1）绝对误差和残差

$$\delta_x = x - x_0 \tag{1.2-1}$$

式中，δ_x 表示绝对误差；x 表示测量值；x_0 表示真值。

绝对误差反映了测量的准确度。由于误差存在于一切测量过程中，真值虽然是客观存在的实际值，但无法得到。因此，在等精度测量中常用测量值与平均值之差来估算绝对误差。我们把测量值与平均值之差，称为测量值的残差，其符号用 v_x，表达式为

$$v_x = x - \bar{x} \tag{1.2-2}$$

在估算绝对误差时，有时用被测量的公认值、理论值或更高精度的测量值代替真值，这些值称为约定真值。

（2）相对误差

$$E_r = \frac{\delta_x}{x_0} \times 100\% \tag{1.2-3}$$

E_r 表示相对误差。通常相对误差用百分数表示，也成为百分误差。

2. 误差的分类及其特性

测量误差按其产生的原因与性质可分为系统误差、随机误差和粗大误差三类。

(1) 系统误差　在对一物理量进行多次等精度测量时，误差为常数或以一定规律变化的误差称为系统误差。系统误差可分为可定系统误差和未定系统误差。

可定系统误差：在测量中大小和正负可确定的误差。测量中应该消除该误差。例如，零点误差，千分尺零点不为零，测量时记下零点值 z_0，再测量被测量值的大小 z_1，则修正后值（$z_1 - z_0$）就消除了千分尺的零点误差。

未定系统误差：测量中只能确定大小，不能确定正负的误差。仪器的允差就属于未定系统误差。例如，一个名义质量 100g 的三等砝码，它的质量的允差为 ±2mg，这意味着其质量在 99.998 ~ 100.002g 之间。在没有校准之前，就不能知道这一系统误差的大小，我们便说它含有未定系统误差。未定系统误差随实验条件的变化往往具有一定程度的随机性质，因而它也是随机误差，可以对它进行概率估计。

产生系统误差的原因有：

1）由于测量仪器不完善，仪器不够精密或安装调整不妥，如刻度不准、零点不对、砝码未经校准、天平臂不等长、应该水平放置的仪器没有放水平等。

2）由测量公式产生的系统误差。测量公式本身的近似性或没有满足理论公式的规定条件。例如，单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$，近似成立的条件是摆角小于 5°，用这个计算公式计算 T 时，计算本身就带来了误差。

3）由于实验人员生理或心理特性以及缺乏经验等引起的误差。例如，有的人习惯于斜视读数，有的人眼睛辨色能力较差等都会使测量值偏大或偏小。

系统误差的特点是恒定性，不能用增加测量次数的方法使它减少。在实验中，发现、消除和减小系统误差是很重要的，因为它常常是影响实验结果准确程度的主要因素。在实验中，学生要逐步学会对具体问题做具体分析与处理，指导教师要注意培养学生这方面的能力。

(2) 随机误差（偶然误差）　随机误差又称偶然误差，是指在多次等精度测量中，误差变化是随机的，忽大忽小，忽正忽负，没有规律。

随机误差主要来源于人们的视觉、听觉和触觉等感觉能力的限制以及实验环境偶然因素的干扰。例如，温度、湿度、电压的起伏、气流的波动以及地面震动等因素的影响。从个别测量值来看，随机误差带有随机性，杂乱无章没有规律。当测量次数足够时，随机误差满足某种统计规律，最常见的就是正态分布，也称高斯分布。

1）正态分布（高斯分布）：大多数偶然误差，包括以后经常遇到的多次等精度测量的算术平均值的偶然误差以及间接测量结果的偶然误差都可以被认为近似服从正态分布。正态分布是一种很重要的概率分布。正态分布的概率密度函数为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \tag{1.2-4}$$

且

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta)\mathrm{d}\delta = 1 \tag{1.2-5}$$

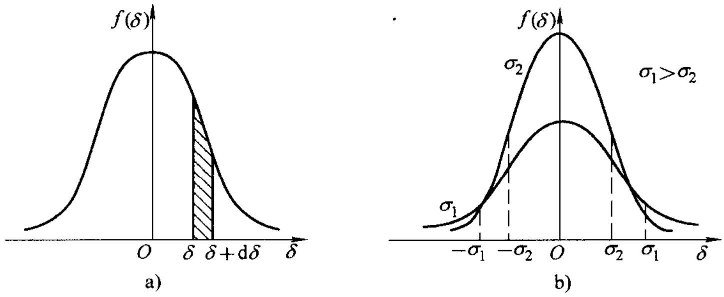

图 1.2-1 正态分布曲线

a）随机误差的正态分布曲线 b）σ 值与曲线形状的关系

正态分布的特征可以用正态分布曲线表示出来，见图 1.2-1a。图中，横坐标为误差 δ，纵坐标为概率密度分布函数 $f(\delta)$。式（1.2-4）中 σ 是与实验条件有关的常数，称之为标准误差，其值为

$$\sigma = \lim_{n \to \infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2}{n} \tag{1.2-6}$$

式中，n 为测量次数；δ_i 是各次测量的随机误差；$i = 1, 2, 3, \cdots, n$。

正态分布主要有四个重要特征：

单峰性：绝对值小的误差出现的概率大，$\delta = 0$ 形成一峰值，即真值出现的概率最大。

对称性：大小相等的正误差和负误差出现的概率相同。

有界性：非常大的正误差和负误差出现的可能性几乎为零。

抵偿性：正负误差具有抵消性。当 $n \to \infty$ 时，误差的代数和趋近于零。

由式（1.2-4）可知，随机误差正态分布曲线的形状取决于 σ 值的大小，如图 1.2-1b 所示，σ 的值愈小，分布曲线愈陡，峰值愈高，说明绝对值小的误差占多数，且测量的重复性好，分散性小；反之，σ 值愈大曲线愈平坦，峰值愈低，说明测量值的重复性差，分散性大。标准误差反映了测量值的离散程度。

测量值的随机误差出现在区间（δ，$\delta + \mathrm{d}\delta$）的概率为 $f(\delta)\mathrm{d}\delta$，即图 1.2-1a 中阴影部分的面积元。由正态分布函数可计算出测量值误差出现在区间$(-\sigma, \sigma)$,$(-2\sigma, 2\sigma)$,$(-3\sigma, 3\sigma)$内的概率为

$$P(-\sigma < \delta < \sigma) = \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta)\mathrm{d}\delta = \int_{-\sigma}^{\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \mathrm{d}\delta = 68.3\%$$

$$P(-2\sigma < \delta < 2\sigma) = \int_{-2\sigma}^{2\sigma} f(\delta)\mathrm{d}\delta = \int_{-2\sigma}^{2\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \mathrm{d}\delta = 95.4\%$$

$$P(-3\sigma < \delta < 3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\delta)\mathrm{d}\delta = \int_{-3\sigma}^{3\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \mathrm{d}\delta = 99.7\%$$

在通常有限次测量中，测量误差超过 $\pm 3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现，所以把 3σ 称为极

限误差。

2）算术平均值和算术平均值的标准误差：由于测量误差的存在，真值实际上是无法测得的。根据随机误差的正态分布规律，测得值偏大或偏小的机会相等。因此，在排除掉系统误差后，多次测量的算术平均值为

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} \tag{1.2-7}$$

且

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)=0 \tag{1.2-8}$$

这个算术平均值必然最接近被测量的真值，而且当测量次数趋于无限多（$n\to\infty$）时，算术平均值将无限接近真值，所以算术平均值是真值的最佳估算值。

算术平均值的标准误差用来评定算术平均值本身的离散性。

我们通过多次重复测量获得一组数据，并把求得的算术平均值 $\bar{x}$作为测量结果。如果在相同的条件下再重复测量该被测量量时，而随机误差的影响又不能得到完全相同的 $\bar{x}$，这表明算术平均值本身具有离散性。为了评定算术平均值的离散性，我们引入算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$。可以证明

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{1.2-9}$$

式中，n 为重复测量次数。算术平均值的标准误差表示算术平均值的误差（$\bar{x}-x_0$）落在（$-\sigma_{\bar{x}}$，$\sigma_{\bar{x}}$）之内的概率为 68.3%。

由式（1.2-9）看出：增加测量次数 n 可使算术平均值的标准误差减小，并能提高测量的精度。但由于 n 的增大对系统误差无影响，由于测量误差是随机误差与系统误差的综合，所以增加测量次数对减少误差的作用是有限的。

3）标准偏差，贝赛尔公式：由于真值无法测得，所以前面对误差的讨论只有理论上的价值。下面讨论在实际测量中误差的估算方法。

由于算术平均值最接近真值，所以用算术平均值代替真值，去估算标准误差

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.2-10}$$

这个式子称为贝赛尔公式。贝赛尔公式是用残差（$x_i-\bar{x}$）求标准误差的估算值 S_x，称此估算值 S_x 为测量值的标准偏差。

算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$的估算值称为算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$。

若测量值的标准偏差为 S_x，则

$$S_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1.2-11}$$

式（1.2-11）也称为贝赛尔公式，请同学们记住，今后我们会常用到。

（3）粗大误差 粗大误差简称粗差，是由于实验者粗心大意或环境突发性干扰而造成的，该测量值为异常数据或坏值。在处理数据时不能把坏值计算在内，应予以剔除。具体做法是：求出 $\bar{x}$ 和 σ（σ 可用标准偏差 S 替代），将 $|x_i-\bar{x}|$ 与 3σ 进行比较，大于 3σ 的测量值都是坏值，应剔除掉。这种判断方法称为 3σ 法则。

在测量中，若一组等精度测量值中的某值与其他值相差很大，应找一下原因，判断是否是粗差引起的。若是，则将其剔除；若找不出原因或无法肯定，就先求出所有测量值（包括可疑坏值）的标准差，然后用 3σ 法则判断。当怀疑有坏值时要多测几个数据。

1.3 不确定度及测量结果表达式

用标准误差来评估测量结果可靠程度的做法不是很完善，有可能遗漏一些影响测量结果准确性的因素，例如仪器误差等。为了更准确地表述测量结果的可靠程度和与国际上规定的统一，1993 年国际计量组织（BIPM）、国际电工委员会（IEC）、国际临床化学联合会（IFCC）、国际标准化组织（ISO）、国际理论与应用化学联合会（IUPAC）、国际理论与应用物理联合会（IUPAP）和国际法制计量组织（OIML）等七个国际组织正式发布了“测量不确定度表示指南（Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement，简称 GUM）”，为计量标准的国际对比和测量不确定度的统一奠定了基础。为了加速与国际惯例接轨，我国制定了一系列技术标准，计量标准部门也已明确指出采用不确定度作为误差数字指标的名称。因此，物理实验课程也引入了不确定度来评定测量结果的质量。

由于测量不确定度涉及的知识面较广，超出了本课程的教学范围。因此，本课程在保证科学性的前提下，尽量简化，使学生易于接受和运用。

1.3.1 不确定度的概念

1. 不确定度

不确定度表示由于测量误差的存在而造成的对被测量值不能确定的程度。它是测量结果表达式中的一个参数，是对测量结果的真值所处范围的评定，表征被测量值的分散性、准确性和可靠程度。

不确定度与误差是两个不同的概念，两者不应混淆。误差是测量值和真值之差，一般情况下，它是未知的、确定的、可正可负的量；不确定度是表示误差可能存在的范围，它的大小可以按一定的方法估算出来。

测量结果可以写成下列标准形式

$$\begin{cases} x=\bar{x}\pm U \\ U_r=\dfrac{U}{\bar{x}}\times 100\% \end{cases} \tag{1.3-1}$$

式中，x 为测量值；$\bar{x}$ 为等精度多次测量的算术平均值；U 为不确定度；U_r 为相对不确定

度。

2. 不确定度的表达

通常，测量不确定度由几个分量构成，根据估算方法的不同，分为 A 类不确定度和 B 类不确定度。

A 类不确定度是指用统计方法计算的不确定度分量，用 Δ_A 表示。

B 类不确定度是指用其他方法（非统计方法）计算的不确定度分量，用 Δ_B 表示。

1.3.2 不确定度的评定

1. A 类不确定度的分量的估算

把算术平均值 $\bar{x}$ 作为测量结果，根据误差理论，当重复测量次数足够多（$n\rightarrow\infty$）时，可求得置信概率为 $P=0.95$ 时 A 类不确定度分量为

$$\Delta_A = 1.96 S_{\bar{x}} \tag{1.3-2}$$

式中，$S_{\bar{x}}$ 为算术平均值的标准偏差。

当重复测量次数减少时，对式（1.3-2）进行修正，得

$$\Delta_A = t S_{\bar{x}} \tag{1.3-3}$$

式中，t 为修正因子（$t=\Delta_A/S_{\bar{x}}$），数值见表 1.3-1。

表 1.3-1 测量次数 n 与 A 类不确定度分量 Δ_A 之间的关系

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
t	12.7	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.14	2.09	1.96

根据重复测量次数 n，从表 1.3-1 查出相应的 t 值代入式（1.3-3）便可得到置信概率 P 为 0.95 的 A 类不确定度分量。

2. B 类不确定度的估算

B 类不确定度是用其他方法（非统计方法）计算的分量，如用统计分析无法发现的固有系统误差，就要用 B 类不确定度分量来描述。求 B 类不确定度分量应考虑到影响测量准确度的各种可能因素，要通过对测量过程的仔细分析，根据经验和有关信息来估计。为了简化起见，在本课程中通常主要考虑的因素是仪器误差 Δ_{inst}，它是指测量器具的示值误差，或者按仪表准确度算出的最大基本误差。

仪器误差 Δ_{inst} 可在仪器出厂说明书或仪器标牌上查到。例如，国家标准规定，量程为 0 ~ 300mm 以下的游标卡尺，其示值误差等于该尺的最小分度值；量程为 0 ~ 25mm 的一级千分尺，示值误差为 ±0.004mm。

电表的仪器误差用准确度等级 K 表示。其示值误差限为电表量程与准确度等级的百分数的乘积，即：$\Delta_{inst}=$ 量程 $\times K\%$。电阻箱分为 5 个级别，若级别为 K，一般 $\Delta_{inst}=$ 示值 $\times K\%$。

对于精度较低的仪器，Δ_{inst} 可取其最小分度值的一半。

在大多数情况，大学物理实验把 Δ_{inst} 当作 B 类不确定度分量 Δ_B，即在仅考虑仪器误差的情况下，且置信概率大于 0.95 时，B 类不确定分量表征值为

$$\Delta_B = \Delta_{inst} \tag{1.3-4}$$

3. 合成不确定度

A 类和 B 类分量采用方和根合成，得到合成不确定度为

$$U = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{(tS_{\bar{x}})^2 + \Delta_{inst}^2} \tag{1.3-5}$$

4. 间接测量量不确定度的估算

在很多实验中我们进行的测量都是间接测量。因为间接测量量都是直接测量量的函数，所以，直接测量量的误差必定会造成间接测量量的误差，这被称为误差的传递。不确定度也是这样，间接测量结果的不确定度取决于直接测量结果的不确定度和函数关系的具体形式。分析如下：

设间接测量量 y 是各相互独立的直接测量量 x_1，x_2，…，x_m 的函数，其函数形式为

$$y = f(x_1, x_2, \cdots, x_m) \tag{1.3-6}$$

各直接测量量 x_1，x_2，…，x_m 的测量结果分别为 $\bar{x}_1 \pm U_{x_1}$，$\bar{x}_2 \pm U_{x_2}$，…，$\bar{x}_m \pm U_{x_m}$，则间接测量量 y 的最佳估计值为

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_m) \tag{1.3-7}$$

由于不确定度都是微小的量，相当于数学中的“增量”，因此，间接测量量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同。不同之处是要用不确定度 U_x 来替换微分 dx，还要考虑到不确定度合成的统计性质。具体分为如下两种形式：

(1) 函数关系为和差形式时

对式（1.3-6）求全微分

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_m}dx_m$$

用不确定度 U_y，U_{x_1}，U_{x_2}，…，U_{x_m} 替换 dy，dx_1，dx_2，…，dx_m 并将等式右端进行方和根合成，得到间接测量量的不确定度方和根合成公式

$$U_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}U_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}U_{x_2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m}U_{x_m}\right)^2} \tag{1.3-8}$$

(2) 函数关系为积商形式时　先对式（1.3-6）取对数，得

$$\ln y = \ln f(x_1, x_2, \cdots, x_m)$$

再对上式进行全微分

$$\frac{dy}{y} = \frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{dx_1}{f} + \frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{dx_2}{f} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{dx_m}{f}$$

用不确定度 U_y，U_{x_1}，U_{x_2}…，U_{x_m} 替换 dy，dx_1，dx_2，…，dx_m 后，再进行方和根合成，得到间接测量量的不确定度方和根合成公式

$$\frac{U_y}{y} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{U_{x_1}}{f}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{U_{x_2}}{f}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{U_{x_m}}{f}\right)^2} \tag{1.3-9}$$

用式（1.3-8）和式（1.3-9）估算间接测量量的不确定度时，应使各直接测量量的不确

定度具有相同的置信概率，$P \geqslant 0.95$。

1.3.3 测量结果的表示

测量结果无论是直接测量还是间接测量得到的，其正确表示应包括测量量的最佳估计值、不确定度和单位。

1. 单次直接测量

在某些精度要求不高或条件不许可的情况下，只需要进行单次测量。在单次测量中，单次测量值 $x_{测}$ 作为被测量的最佳估计值。测量的不确定度与所用的测量仪器的精度、测量者的估读能力及测量条件等许多因素有关，因此，它的合理估计实际上是比较复杂的。在一般情况下，对随机误差很小的测量，可以只估计不确定度的 B 类分量，用仪器误差 Δ_{inst} 作为测量值 x 的总不确定度，测量结果表示为

$$x = x_{测} \pm \Delta_{inst} \tag{1.3-10}$$

2. 多次直接测量

对多次直接测量的数据 x_1，x_2，…，x_n 进行处理的一般步骤是：

(1) 计算被测量的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{x_1, x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

把 $\bar{x}$ 作为被测量的最佳估算值。

(2) 用贝赛尔公式求出算术平均值的标准偏差

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

(3) 剔除异常数据　审查测量数据，如发现有异常数据，应予以剔除。剔除异常数据后，再重复步骤 (1) ~ (3)，直至完全剔除异常数据。

(4) 确定仪器误差 Δ_{inst}　查表 1.3-1 确定因子 t，求出总不确定度的 A 类分量 $\Delta_A = tS_{\bar{x}}$。

(5) 求出总不确定度值

$$U = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{(tS_{\bar{x}})^2 + \Delta_{inst}^2}$$

(6) 测量结果为

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm U \\ U_r = \pm \dfrac{U}{x} \times 100\% \end{cases}$$

3. 间接测量

间接测量的数据处理步骤：

(1) 按着直接测量处理步骤求出各直接测量值的结果

$$x_1 = \bar{x}_1 \pm U_{x_1}, \bar{x}_2 = \pm U_{x_2}, \cdots, \bar{x}_m \pm U_{x_m}$$