

高考应试策略丛书

高考数学应试问答

- 考生成功之道
- 丰富考生文化素养
- 系统考生所学知识
- 训练考生合理思维
- 增强考生应变能力

北京市海淀区高校招生办公室
《高考应试策略丛书》编委会

主编

中国书籍出版社

· 高考应试策略丛书 ·

高考数学应试问答

北京市海淀区高校招生办公室

《高考应试策略丛书》编委会

主编

傅敬良 张宏才 屈春玲 司幼光 编

中国书籍出版社

· 北 京 ·

(京)新登字008号

出版人 陆本瑞

责任编辑 丘 淙

封面设计 王 强

高考应试策略丛书

高考数学应试答问

GAOKAO SHUXUE YINGSHI DAWEN

傅敬良 张宏才 屈春玲 司幼光 编

*

中国书籍出版社出版

(北京市西城区西绒线胡同甲7号)

邮政编码: 100031

河北三河科教印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

*

787×1092毫米 32开本 6.25印张 135千字

1993年3月第1版 1993年3月第1次印刷

印数: 1—15000册

*

ISBN7-5068-0129-9/G·62

定价: 3.70元

前言

高等学校入学考试是我国重要考试之一，考生经过从小学到高中十多年的学习，都希望能进入一个理想的大学，学习自己热爱的专业，为今后乃至一生的事业打下一个坚实的基础，为国家为民族作出大的贡献。

参加高考的学生不但应该有扎实的基础知识，还要有较强的逻辑思维能力和运算能力，同时也要有较强的心理素质，灵活的应变能力和较多的考试经验。常有这样的事情：学生为了在考试中不能正常发挥自己的水平而苦恼。其原因不全在于试题的难度大和自己的知识准备不足，紧张和缺乏考试经验也是一个主要原因。为帮助考生解除这方面的苦恼，使考生能正常发挥自己的水平，提高高考成绩，我们编写了这套《高考应试策略丛书》。这套丛书涉及考试知识、历年高考部分试题的讨论和对解题思路的剖析，以启迪考生思维、做好考生考前思想准备，从而提高考生的考试成绩。

本册《高考数学应试答问》就是根据以上精神，针对考生的实际困难，以答问形式，具体帮助考生就某一问题理清思路，开动智慧，解决问题。

由于时间仓促，水平有限，难免有缺点和错误，恳请读者提出宝贵意见，我们将不胜感激。

傅敬良 张宏才 屈春玲 司幼光

目 录

一、答数学考卷应注意些什么?	1
二、数学高考中为什么要出大量的选择题?	3
三、历年高考中哪些数学问题常以选择题的形式 出现?	6
四、解数学选择题有哪些常用的方法?	7
五、在什么情况下用“直接法”解选择题?	12
六、在什么情况下用“排除法”解选择题?	14
七、在什么情况下用“图解法”解选择题?	15
八、怎样利用极限位置进行判断?	19
九、在什么情况下用“特殊值法”解选择题?	21
十、解选择题时,遇到自己不熟悉的知识应怎么 办?	23
十一、怎样提高选择题的得分率?	26
十二、做填空题只有准确的计算就行了吗?	30
十三、填空题有什么特征? 考查什么能力?	33
十四、定义域对研究函数重要吗?	34
十五、怎样求一个函数的定义域?	38
十六、怎样求一个函数的反函数?	42
十七、如何确定一个函数的值域?	45
十八、如何利用函数的图象解题?	50
十九、怎样确定周期函数的最小正周期?	55

二 十、怎样求复合函数的单调区间？	60
二十一、如何判定函数的奇偶性？	65
二十二、如何解决解方程中丢根和增根的问题？	68
二十三、怎样用“换元法”解方程？	70
二十四、怎样解复数方程？	72
二十五、怎样利用共轭复数的性质去解题？	75
二十六、怎样利用复数及复数运算的几何意义解 题？	77
二十七、怎样应用“归纳法”与“数学归纳法”研究 数列问题？	79
二十八、怎样利用“转化”降低题的难度？	81
二十九、“转化”的思想是从哪里来的？	84
三 十、不等式的证明中有哪些常用方法？	88
三十一、掌握不等式的性质要注意些什么？	92
三十二、不等式重要吗？	94
三十三、怎样证明三角恒等式？	96
三十四、“和差化积”和“积化和差”适合解什么样 的三角题？	98
三十五、解反三角函数的试题要注意些什么？	100
三十六、怎样利用“1”解题？	104
三十七、解三角函数的最值问题的常用方法是什 么？	106
三十八、什么是试题的最佳解法？	109
三十九、怎样解三角形？	111
四 十、高考中对三角方程和三角不等式的要求 如何？	114

四十一、怎样利用熟知的题举一反三？	116
四十二、复习立体几何要注意些什么？	120
四十三、按指令办事——如何解立体几何试题？	121
四十四、怎样解二面角的问题？	125
四十五、如何使用判定定理和性质定理？	134
四十六、怎样应用反证法？	136
四十七、怎样使用综合法解题？	138
四十八、怎样解体积问题？	141
四十九、如何解几何中的旋转体及折叠体？	146
五十、如何解立体几何中的最值问题？	151
五十一、遇有不会作的题如何得分？	158
五十二、怎样解决过焦点弦的问题？	160
五十三、解析几何题计算出没有想到的结果怎么办？	165
五十四、对解析几何中想出的结果计算不出来怎么办？	167
五十五、这道高考题作法中的错误你能发现吗？	169
五十六、一题用多种方法解好不好？	173
五十七、平时怎样训练自己的解题能力？	176
五十八、要用的公式记不清了怎么办？	179
五十九、为什么有人易出马虎的错误？怎样克服？	181
六十、这道高考题你能作对吗？	183
六十一、一个隐蔽的错误你能发现吗？	183
六十二、你对作好最后两个题有信心吗？	192

一、答数学考卷应注意些什么？

为了回答这问题，我们先来看看试题的基本情况，设 y_1 为考题的起点难度。以难度上升的情况，依次分为 y_1, y_2, y_3, y_4 四个档次。 y_1 这个高度是绝大多数学生可达到的。从 y_1 到 y_2 这两个难度档次，大约有占全部题数60%的题目，这是检查基本知识和基本技能的基础题，主要是第一道选择题和第二道填空题。将这些题都答对，可得约60分左右，另有占全部题数大约30%的题，其难度在 y_2 到 y_3 之间，这是检查所培养的几种重要数学能力的综合性中档题，在考卷上一般是第三大题开始到倒数第二或第三题。将这些题做对了，可得50分略弱，再有约10%的难题，在考卷上一般是最后一、二道题，其难度达到 y_4 的水平。这是给重点大学选择尖子生用的，做对了得约10到15分之间。能完全做出这种题的是极少数，如1990年高考的最后一题，在北京地区能做出此题者不足在京考生数的0.4%。考题达到这种难度，其实已失去意义了。所以1991年、1992年的最后一道难题其难度有所“下降”。

了解了这一比例，它不仅是我们高中教学和高三总复习的指导，也是指导我们在答高考数学卷时，科学地分配时间和精力。就答卷来看，考生首先应该把前二道大题，即选择题和填空题认真、仔细地做好，力求全对，以便先把这基本题的60分拿到手，有了这60分垫底，再做下面的题时，

就有“脚踏实地，心中不慌”之感了。这样对做下面的综合题，较难的题，就有一个较好的心理状态，有利于理清解题的思路，提高解题的成功率。切不可认为“基本题无所谓，做错也没关系，到时只要把后面的大题，难题做对就行了。”这种想法是本末倒置！千万使不得！这样能得高分的例子是没有的。抽样检查每年的高考卷，得高分者都是前面的基本题满分或基本满分，对后面的难题则尽力而为，力求多得分。

再者后面的一道难题做对，得10分，是很不容易的，而在前面做对两道填空题或选择题也得10分，比较起来要容易得多，而前面的10分和后面的10分，其“效果”是一样的，但花费的力气却大不一样。说到这里，聪明人应该知道该怎么做了。

但是总有一些同学，甚至一些老师认为，一说高考题，似乎就得和难题等同，好像不到“ y_4 ”的难度就与高考不相称似的。以至于产生这种情况：有个1991年的考生高考时看到一道题是“已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ，且 α 是第二象限的角，

求 $\tan \alpha$ 的值是多少”时，简直有点不相信这居然是道高考题，做完了又看了好几遍，总觉得高考题都是很难的题，见到容易的题却感到有些发毛。

其实每年不管是考试还是复习，总有一批聪明人干傻事，就是在较容易拿到分的题目上下工夫不够，没有把该得到的分拿到手，而在很不容易拿到分的难题上下工夫，但因为题难，也没有把握把分全拿到手，这就不可能考出较理想的成绩。

这也是为什么年年强调“双基”，而年年反映出来的问题又都是“双基”的不足，或不够扎实的原因。

考试和复习都服从同一个道理，首先要把主要的时间和精力放在基本题上，把能够得到的分尽量拿到手，再尽力做好综合题或难题，而对这部分题则应尽力而为，力求多得分。我看对考生提出：“在基本题上不丢分，对难题尽力而为，力求多得分”的口号还是可行的，有益的。

算明白了这笔帐，就不会再做为了捡芝麻而丢西瓜的傻事了。

二、数学高考中为什么要

出大量的选择题？

自1983年开始在数学高考试题中正式出现选择题，至1992年已整整十年了。选择题在试题中的比例逐年增大，涉及的知识点逐年增多。笔者做了初步统计，请看下表：

1983~1992年(理工类)高考数学“选择题”统计

年号	题量	分数	占总量百分比	涉及知识点 (约计)
1983年	5 小题	15分	12.5%	8 个
1984年	5 小题	15分	12.5%	10个
1985年	5 小题	15分	12.5%	14个
1986年	10小题	30分	25%	15个
1987年	8 小题	24分	20%	13个
1988年	15小题	45分	37.5%	17个
1989年	12小题	36分	30%	15个

1990年	15小题	45分	37.5%	17个
1991年	15小题	45分	37.5%	17个
1992年	18小题	54分	45%	20个

为什么选择题的比例在试题中会逐年加大呢？这主要是由于它具有以下几方面的优点：

(1) 知识容量大

高考数学大纲要求学生掌握的知识点有128个。如果只通过几道大题目是无法把70%的知识点都考查到的。而选择题不但在题目条件中，而且在4—5个备选答案中都可以涉及不同的知识点，从不同角度考查学生对这些基础知识掌握的程度。如1985年高考数学试题中有这样一道选择题：

在下面给出的函数中，哪一个函数既是区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的

增函数，又是以 π 为周期的偶函数？

$$(A) y = x^2 (x \in R) \quad (B) y = |\sin x| (x \in R)$$

$$(C) y = \cos 2x (x \in R) \quad (D) y = e^{\sin 2x} (x \in R)$$

分析：这一道题中涉及到增函数、周期函数、偶函数、绝对值的概念，还涉及到幂函数、三角函数、指数函数、复合函数的知识，以及函数的图象等内容。即从题目条件和备选答案中共涉及近10个知识点。学生要想得出正确结果，必须能够运用这些基础知识，从正反两个方面进行推理判断。

(2) 有利于考查考生对正确与错误的鉴别能力

将一些平时学生易错的概念、容易出现的问题编入选择题的备选答案中，可考查学生能否找出错误。

(3) 有利于考察对知识理解掌握的程度

有些选择题的不同答案从原则上说都对，但应选择更确

切的答案。只有考生对知识理解得十分深刻，才能区分它们的差异。

(4)有利于考查学生基础知识和基本能力

一道选择题一般涉及面不宽，知识点只涉及1—2个。因此难度不是很大，能够比较确切地反映出考生究竟在哪些基础知识或基本能力上存在问题。

(5)有利于考察学生分析与解决问题的能力

由于正确的答案含在备选答案中，学生不一定用正面推理的方法求解，也可以运用排除法、试验法等多种渠道思考问题。从而考查了学生多向思维的能力。

(6)阅卷标准易于统一

“选择题”又称为“标准化试题”、“客观性试题”。只有全对和全错两种结果，不受地区及阅卷人水平高低的影响，评分标准易于掌握。

对任何事物都要一分为二。尽管“选择题”有以上优点，但也存在一些弊端。由于选择题解答时无解题过程，因此对一道题的得分只有满分和零分两个等级。这不利于对不同档次水平的学生进行区分。因此也限定选择题不宜过难。一般中等学生主要靠选择题得分。选择题得分多少主要用于区分成绩中等的学生和成绩下等的学生，综合大题得分多少主要用于区分成绩上等学生和成绩中等的学生。因此，那些平时不注意掌握概念，不注重熟练进行运算的“马虎”学生，很容易在解选择题时丢分。一般考生得分的半数靠选择题，因此认真研究与掌握选择题的解法是至关重要的。

三、历年高考中哪些数学问题

常以选择题的形式出现？

选择题涉及的数学知识相当广泛，但重点是考查学生基础知识、基本能力。其中以检查考生对数学概念、定义、公式、法则的应用，推理、判断的能力和为主。近十年高考数学试题中，选择题大致经常考查的数学问题有以下几个方面：

(1) 函数的概念和性质

与函数有关的高考数学选择题共出现近30次。主要涉及函数的奇偶性、对称性、增减性、周期性等；以及求函数的解析式、定义域、值域，函数的图象及图象的平移变换等。经常考查的具体函数有幂函数、指数函数、对数函数和三角函数，其中三角函数和反三角函数占的比例最大，约占半数以上。

(2) 曲线与方程的有关概念和性质

曲线与方程是解析几何研究的重点内容之一。高考选择题中有十多次出现了曲线与方程的有关内容，主要考查学生“形数结合”的能力。其中以直线、圆、圆锥曲线为主。

(3) 距离、角、面积和体积的计算

求柱、锥、台、球等几何体的截面积、表面积和体积，以及异面直线所成角的问题在高考选择题中出现了近十次。其中以面积、体积的计算题为主。

(4) 利用充分必要条件的定义进行推理判断的问题在高考选择题中出现了7次。有时还把方程、不等式、计算等问

题与充要条件综合在一起进行考查。主要考查学生逻辑推理的能力如何。

(5)与复数有关的问题高考选择题中出现了7次。主要考查复数的基本概念和性质,如复数的三角形式、复数运算化简、复数方程与图象等。

(6)极坐标方程的内容在高考选择题中出现了7次。主要考查极坐标方程与直角坐标方程的互化,以及极坐标方程所表示的曲线等。

(7)排列组合问题在高考选择题中出现了5次。主要考查学生对加法原理和乘法原理的理解和运用,利用排列、组合公式进行计数。

(8)集合的概念及集合间的相互关系和集合的交、并、补的运算在高考选择题中出现了5次。

以上所提到的数学问题,都是在近十年高考中以选择题的形式出现了5次以上的。其中充要条件、三角函数周期、极坐标方程、排列组合、集合等问题是选择题中最常见的问题。考生务必复习掌握好。

四、解数学选择题有哪

些常用的方法?

一般数学题由条件和问题两部分组成。而选择题除了有条件和问题这两部分外,还有供选择的答案部分。针对选择题的特点,特别是数学选择题一般都是单项选择(即符合题目要求的答案有且只有一个)这一特点,在选择题的解法上既有与解其它数学题一样的一般方法,又有一些特殊的解题方

法。下面逐一加以介绍:

(1) 演算和证明法

从题目的已知条件出发, 经过演算、推理或证明, 得出与选择题的某一选择项相同的结论。而决定选择项的方法, 是解答选择题基本的和可靠的一种解法, 这种解法也叫直接法。

例如: 如果函数 $y = \sin(\omega x) \cos(\omega x)$ 的最小正周期是 4π , 那么常数 ω 为()。(1992年高考题)

- (A) 4; (B) 2; (C) $\frac{1}{2}$; (D) $\frac{1}{4}$

解: $y = \sin(\omega x) \cos(\omega x)$

$$= \frac{1}{2} \sin(2\omega x)$$

$$\therefore \text{周期 } T = \frac{2\pi}{2\omega} = 4\pi$$

$$\therefore \omega = \frac{1}{4} \quad \text{故应选(D)}$$

(2) 筛选法

通过排除容易判断为错误的选择项, 逐渐缩小选择范围, 再进行比较和验证, 选择正确的答案。这种解法又叫间接法或排除法。

例: $\lg(\cos x - 1)^2$ 与下列哪个式子相等()。

- (A) $[\lg(\cos x - 1)]^2$; (B) $2\lg(\cos x - 1)$;
(C) $2\cos(\lg x)$; (D) $4\lg \left| \sin \frac{x}{2} \right| + 2\lg 2$

解: $\because x \in R \quad \therefore -2 \leq \cos x - 1 \leq 0$

$\therefore$ (A)、(B) 答案中的 $\lg(\cos x - 1)$ 都无意义，应排除。

又当 $x \in (-\infty, 0)$ 时答案 (C) 中的 $\lg x$ 也无意义，而此时已知条件中的 $(\cos x - 1)^2 \in [0, 4]$

$\therefore \lg(\cos x - 1)^2$ 对 x 的任意值都有意义

$\therefore \lg(\cos x - 1)^2$ 与 (A)、(B)、(C) 中的式子不相等。

由于只有一个答案正确，故应选 (D)。

实际也可证明 (D) 式与已知式子相等：

$$\begin{aligned} & 4\lg\left|\sin\frac{x}{2}\right| + 2\lg 2 \\ &= \lg\left[\left(\sin\frac{x}{2}\right)^4 \cdot 2^2\right] \\ &= \lg\left[\left(\frac{1-\cos x}{2}\right)^2 \cdot 4\right] \\ &= \lg(1-\cos x)^2 \end{aligned}$$

(3) 特殊值代入法

用满足条件的特殊值检验各选择项是否正确，从而找出正确答案。

例：若 $a^2 > b > a > 1$ ，则 $\log_b a$ ， $\log_a b$ ， $\log_b \frac{b}{a}$ 的大小关系是()。

$$(A) \log_b a < \log_a b < \log_b \frac{b}{a},$$

$$(B) \log_a b < \log_b a < \log_b \frac{b}{a},$$

$$(C) \log_b \frac{b}{a} < \log_a b < \log_b a,$$