

空氣彈性力學引論

馮元楨 著



國防工業出版社

空气弹性力学引論

馮元楨 著

馮鍾越、管德譯



國防工業出版社

內 容 簡 介

本书系統論述空气动力对彈性体,特别是飞机、導彈的作用。內容包括涉及的數學力學基础、升力面发散、一般定态空气彈性問題、顫振分析和結構設計、瞬态載荷、扰流抖振、失速顫振、空气彈性問題的普遍提法、非定常机翼理論和振动机翼的二維繞流理論等等。

本书可供飞机与導彈設計人員、高等学校有关专业师生、有关科研人員参考。

AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF AEROELASTICITY

馮元楨 (Y. C. Fung) 著

John Wiley & Sons

Inc., 1955

空气彈性力學引論

馮鍾越、管德譯

國防工業出版社出版

北京市書刊出版業營業許可證出字第 074 号

國防工業出版社印刷 內部發行

850×1168¹/₃₂ 印張 16¹/₂ 425 千字

1963 年 11 月第一版 1963 年 11 月第一次印刷 印數: 001-900 册

統一書號: N15034-720 定價: 5.00 元

目 录

引言	4
第一章 基本知識	7
第二章 在土木和机械工程中的一些空气 弹性問題	66
第三章 升力面发散	87
第四章 定常空气弹性的一般問題	120
第五章 顫振現象	170
第六章 顫振分析基础	199
第七章 工程顫振分析和結構設計	261
第八章 瞬态載荷, 突風	293
第九章 扰流抖振和失速顫振	344
第十章 拉氏变换的应用	360
第十一章 空气弹性問題的一般表示法	392
第十二章 非定常机翼理論基础	409
第十三章 二維不可压缩流动中的振动翼型	422
第十四章 二維可压缩流动中的振动翼型	446
第十五章 一般的非定常运动。試驗	475
附录一	507
附录二	512
附录三	514
附录四	517
中英术语人名、地名对照表	519

引 言

空气弹性力学的任务是研究空气动力对弹性体的影响。

弹性力学的古典理论研究弹性体在给定外力或位移作用下的应力和变形。一般情况下，作用在物体上的外力和物体的变形无关。通常假设变形不大，并在本质上不影响外力的作用。在这种情况下，我们常常忽略物体尺寸的变化，并且按照初始形状进行计算。甚至在柱、板或者壳体的弯曲和屈曲问题中，无论外力还是边界约束条件，都当作是预先给定的。但是，在大多数重要的空气弹性问题中，情况就改变了。空气动力密切地取决于物体相对于流动的姿态度。在决定外载荷本身时，弹性变形起着重要的作用。在弹性变形决定以前，空气动力的大小是不知道的。因此，通常在问题解出以前，外载荷是不知道的。

空气弹性力学关心的问题之一是结构在风中的稳定性（或者确切一点说，是不稳定性）。因为，对于某一个给定外形的弹性体，空气动力随着风速很快地增加，而弹性刚度和风是无关的，所以存在着一个临界风速，在这个速度下，结构变成不稳定的。这种不稳定性会产生极大的变形，并且会导致结构的破坏。

当偶然性质的小扰动引起多少是强烈的振动时，一个较重要的问题就是诸如飞机或悬桥之类结构的颤振。它的特点是空气动力、弹性力和惯性力相互作用，并被称为动力空气弹性不稳定性问题。频率为零的振动特殊情况（其中可把惯性力略去），被称为定常或静力空气弹性不稳定性问题。

和上面讲的完全不同的是响应问题。这时，需要求出的是空气弹性系统对于外加载荷的响应。外载荷可以由弹性体的变形引起的，例如飞机操纵面的位移；也可以是由扰动引起的，例如突风、着陆撞击或者流动中的扰动。需要求出的响应可以是位移、运动或是在弹性体中诱生的应力状态。响应问题同样也可以

分为可以不考虑惯性力的定常或静力問題；以及空气动力、弹性力和惯性力都要考虑的动力問題。

在稳定性問題和响应問題之間有很密切的关系。大多数稳定性問題在数学上可以用一組齐次方程来描述，而这組方程为一个意味着什么事情都没有发生的零位移（或零运动）的恒零解所满足。另一方面，响应問題是用非齐次方程組来表示的；即是，初始条件及外力是这样的，使得关系方程成为非齐次的，并允許有不恒为零的解。响应問題一般和稳定性問題是有联系的。例如，研究机翼对大气扰动的响应。我們可以通过提問以下几个問題把顫振問題表达出来：是否存在一个使飞机结构变得对大气扰动特别敏感的飞行临界速度；就是，是否存在一个即使在大气扰动强度为零的极限情况下也会使结构以有限幅度运动的速度？这和在顫振分析中常做的叙述相当：是否存在一个使空气弹性系統变成中立稳定的临界速度，此时，沒有外界的激励，结构也可能运动？这样，飞机结构对大气扰动的响应就和顫振問題联结在一起了。当结构对于有限扰动的响应是有限的时候，结构是稳定的，將不发生顫振。当结构在某一个临界流动速度下顫振时，它对于有限扰动的响应將变成是无限的。

实际上，对于所有互相对应的响应和稳定性問題，这二种定理中有一个是正确的。或者是齐次方程組有一非零解，而对应的非齐次方程組无解；或者是非齐次方程組有解，而对应的齐次方程組除零解外无解^②。因此，把响应問題和稳定性問題作为一个問題的两个方面来一起討論是适当的。

但是，当涉及在物理問題的数学表达中經常用到的线性化过程的合理性时，响应問題和稳定性問題之間，就存在着一个非常重要的区别。在稳定性問題中，彈性变形的幅度是不定的，而且，感兴趣的只是变形的形态（不是它們的絕對值）；因此，认为彈性变

② 在特殊情况下，非齐次方程組和对应的齐次方程組都会有解。但是，通常这种例外情况具有不大的工程意义。

形是在平衡状态的邻域中的无穷小量是合理的。所以，空气动力学和弹性力学上的小挠度理论是可以应用的；而且，关系方程的线性化也是有理由的。相反地，在响应问题中，主要感兴趣的是结构中应力和变形的绝对值。因此，必须研究有限变形。由于流体和固体力学的基本方程常常是非线性的，所以只要响应达到有限幅度时，就必须考虑非线性影响。这样，基本方程线性化的合理性，往往是值得研究的问题。

当然，最好能直接来处理非线性方程；但是，数学上的困难一般是难以克服的。一般情况下，为了得到实际的解答，我们被迫采用线性化的方法。于是，必须经常记住，线性化的合理性还有待证明。

在本书中，注意力主要集中在稳定性问题上；这并不是因为响应问题不重要，而是因为它们在工程概念上已是众所周知的了。反之，空气弹性力学的稳定性方面则是一个新的问题。

一般说来，空气弹性力学包括研究所有处于流动中的结构。但是，那些在决定外载荷时弹性变形不起重大作用的问题将不在本书中讨论。例如，就没有包括建筑物上风载的分布问题。

第一章到第十一章中，给出空气弹性力学的概貌。重要的问题都从物理观点上进行了讨论。主要目的是对基本问题作一初步的论述，并且指出包含在它们的解答中的必要的参数。在第十二章到第十五章中，更详细地研究了空气动力方面的问题。

第一章 基本知識

研究空气彈性力学要求在彈性力学、空气动力学和机械振动等理論方面具有一定的基本知識。在这些方面，已經有了不少的好书。所以，在这一章中，我們將只簡略地复习一些基本的东西；并且，解釋一下那些在本书中将要用到的符号和正負号約定。

然而，讀者應該仔細閱讀关系到剪心、彈性軸和撓曲綫等定义的1.2和1.3节；因为，在技术文献中，这些概念的应用，多少有些含糊不清。在1.4节中，解釋了影响函数。在1.6节中，复习了广义座标和拉格朗日方程，并且用一些例子加以說明。这些問題是必須要彻底了解的。

在本书中，向量都用黑体字表示。例如，速度的向量 $\mathbf{v}$ ，力的向量 $\mathbf{F}$ 。一个在三度空間中的向量，有三个分量。分量用脚碼表示。于是，一个力 $\mathbf{F}$ ，对于一个直角座标系統 x, y, z ，有三个分量 F_x, F_y, F_z 。有时把 xyz 座标写成 $x_1x_2x_3$ 座标的形式；并且用 F_1 来表示 F_x ， F_2 来表示 F_y ， F_3 来表示 F_z ，要更方便一些。以三个分量 F_1, F_2, F_3 表示的向量 $\mathbf{F}$ ，可以簡写成 F_i ($i = 1, 2, 3$)。

若干个向量之間的关系，可以用一个单一的向量方程表示，也可以用表示向量各分量之間关系的一組方程来表示。例如，用 $\mathbf{a}$ (它的分量是 a_1, a_2, a_3) 代表一个质点的加速度， m 是它的质量， $\mathbf{F}$ (它的分量是 F_1, F_2, F_3) 是作用在质点上的力。这样，这个质点的牛頓运动定律或者可以写成

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}, \quad (1)$$

或者可以写成

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= ma_1; \\ F_2 &= ma_2; \\ F_3 &= ma_3. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

方程組 2 可以縮写成下列形式

$$F_i = ma_i \quad (i=1, 2, 3). \quad (3)$$

我們將认为方程 1 和 3 是完全相当的表达式。

这种表示方法可以利用双脚碼引伸到張量方程組和矩陣方程組上去。

在数学中，最重要的簡化約定之一是求和的約定：即用重复一个指数的方法来指明及于这一指数的整个範圍内的求和。例如，如果指数 i 的范围是 1 到 5，則

$$a_i b_i \equiv \sum_{i=1}^5 a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_5 b_5, \quad (4)$$

如果 $a_i = \mathbf{a}$ 和 $b_i = \mathbf{b}$ 是两个向量，那么乘积 $a_i b_i$ 即为 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的数量积。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_i b_i. \quad (5)$$

作为另一个例子，如果 $i, j=1, 2, 3$ ，則

$$\left. \begin{aligned} C_{1j} F_j &= \sum_{j=1}^3 C_{1j} F_j = C_{11} F_1 + C_{12} F_2 + C_{13} F_3, \\ C_{2j} F_j &= \sum_{j=1}^3 C_{2j} F_j = C_{21} F_1 + C_{22} F_2 + C_{23} F_3, \\ C_{3j} F_j &= \sum_{j=1}^3 C_{3j} F_j = C_{31} F_1 + C_{32} F_2 + C_{33} F_3. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

方程組 6 可以簡写成

$$C_{ij} F_j = \sum_{j=1}^3 C_{ij} F_j \quad (i=1, 2, 3). \quad (7)$$

在本书中将应用这种求和的約定。

1.1 梁的初等理論

現在研究一个由均匀的各向同性材料制成的梁。在梁的每一个切面上，可以定出两个通过切面形心的互相垂直的主軸，梁的切面面积对于主軸的二次矩（慣性矩）相对于形心軸的轉动取不变的值，并且面积的慣性积为零。包含所有切面的一个主軸的平面，称为主平面。如果梁受到在主平面内的弯矩 M 的作用，那么梁将在这一平面内撓曲。命 $\frac{1}{R}$ 表示梁在这一平面内的曲率；则在梁的彈性极限以内，有

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI}, \quad (1)$$

式中 E 是材料的楊氏模数， I 是梁切面对于与 M 作用着的主平面相垂直的主軸的慣性矩[●]。命 y 代表离中性面的距离，則弯曲应力可以由下式給出

$$\sigma = \frac{My}{I}. \quad (2)$$

假設 E 、 I 、 $\frac{1}{R}$ 和 M 是各切面处的值，并且梁的切面是逐渐变化的話，那么，方程 1 和 2 也可以近似地用于承受分布外载荷的具有不等切面的直梁。但是，它們不能直接用于曲梁。

方程 1 和 2 是按照下述假設推导出来的，即：梁的变形很小，从而应力和应变之間的虎克定律成立；以及在梁变形时，梁的平面切面仍保持平面。它們被称为梁的工程公式。

当一个外力系統作用在一个梁上时，則在梁中产生剪力和弯矩。載荷（单位长度上的橫側力） p 、剪力 S 和力矩 M 間有以下的关系：

● 对于半硬壳式薄壁盒式梁，部分蒙皮可能在压应力作用下屈曲。这些屈曲后的壁板，对于弯曲剛度的影响，可以用減折蒙皮壁板的真实寬度为其“有效寬度”的方法来計算。在这种情况下，方程 1 中的因子 I ，是按蒙皮的有效寬度算出的“有效”慣性矩^{1.3}。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM}{dx} &= -S; \\ \frac{dS}{dx} &= -P, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 x 表示沿着梁的軸綫測量的距離。對於一個給定的梁，在選定 x 座標為某一既定方向以後， P 、 S 和 M 的正負號（即正方向）即可由驗證方程 3 而相容地選定。

如果一個扭矩（它的向量平行於梁的軸綫）加在梁上，切面將繞梁的彈性軸旋轉。扭角 θ （弧度）沿梁長度的變化率由下面的公式給出

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{GJ}, \quad (4)$$

式中 T 是圍繞在 x 處截面剪心的扭矩， GJ 表示扭轉剛度。 G 是剪切剛性模數，而 J 則按照不同的切面形狀，代表如表 1.1 中所示的量^{1.27}。

在方程 4 中，向量 θ 的正方向選得和座標軸 x 的一樣。但是，扭矩 T 的正方向，和剪應力的一樣，一直要到扭矩所作用的平面的正邊選定後，才能決定。正負號的約定如下：考慮一個長度為 dx 、兩端以梁的法向切面為邊界的梁的元素。命切面的法向向量是從元素的里面向外（即所謂外法綫），如果作用在梁元素端面上的扭矩 T 的向量方向和外法綫一致，則 T 是正的；反之為負。

如果梁承受一組每單位長度強度為 m 的分布扭矩，則扭矩 T 沿展長是變化的。當 m 的向量方向和 x 一致時，定 m 為正；而 x 假定指向右方。那麼，在長度為 dx 的元素上，左邊作用着扭矩 $-T$ ，右邊作用着扭矩 $T + dT$ ，並且還有一個扭矩 $m dx$ 作用在元素上（參看 52 頁的圖 1.21）。這樣，元素的平衡條件要求

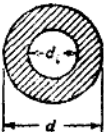
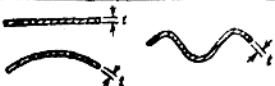
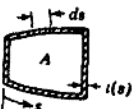
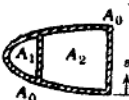
$$-T + m dx + T + dT = 0,$$

或

$$\frac{dT}{dx} = -m. \quad (5)$$

把方程 4 代入方程 5，對於承受一組分布扭矩的梁，可以得到如下的關係：

表 1.1

梁 的 切 面	I
 圆 筒	极惯性矩 $= \frac{\pi}{32}(d^4 - d_i^4)$.
 橢 圓 柱	$\frac{Aa^2b^2}{4(a^2+b^2)}$, $A = \text{面积} = \pi \frac{ab}{4}$.
 矩 形 切 面	$\frac{A^4}{40I_p}$ (近似的), I_p 为形心的极惯性矩.
	$\frac{At^3}{3}$, $A = \text{切面的面积}$.
 单閉室薄壁管	$4A^2 \oint \frac{ds}{t}$, $A = \text{管壁所包圍的面积}$.
 双閉室薄壁管	$4 \left[\frac{a_{20}A_1^2 + a_{12}(A_1 + A_2)^2 + a_{01}A_2^2}{a_{01}a_{12} + a_{12}a_{20} + a_{20}a_{01}} \right]$ 式中 $a_{ij} = \oint \frac{ds}{t}$, 是沿 A_i 和 A_j 之間的边界取得的积分。

$$\frac{d}{dx} \left(GJ \frac{d\theta}{dx} \right) = -m_0. \quad (5a)$$

在梁的工程理論中, 假定梁的撓度是无穷小量。命 w 是梁的撓度; 則近似地有,

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (6)$$

当已经选定 w 的正方向时, M 的正方向必须按照方程 6 来加以校核。为了避免计算中的混乱, 应该经常进行这种正负号的校核。

由方程 3 和 6, 我們得到

$$-\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) = p, \quad (6a)$$

式中 w 是挠度, p 是作用在梁单位长度上的载荷。 w 和 p 的正方向应互相符合。

当作用在梁上的外力不在主平面内时, 应该把力分解为在两个主平面内的分量。于是, 梁的挠度可以分别在这两个平面内计算, 然后再向量相加。类似地, 如果一个作用在梁上的外力偶对于梁的轴线是倾斜的话, 那么, 这个力偶也应分解为一个弯矩和一个扭矩, 并分别计算它们所引起的位移。

对于实心梁, 挠度主要是由弯矩引起的。由剪力 S 产生的挠度可以忽略不计。但是, 在薄壁盒式梁中, 剪切挠度可能变成十分重要, 特别在计算高次振动频率和形态的时候, 更是如此^{1.64}。

伴随着外载荷在梁上作用, 在梁里贮存了弹性应变能。对于实心梁, 由横向剪应力所引起的应变能和由弯曲及扭转所引起的应变能相比, 通常可以忽略不计。如果挠度 $w(x)$ 和扭矩 $T(x)$ 是在位于 x 处的切面剪心上测量的, 那么应变能可以写成,

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l GJ \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 dx, \quad (7)$$

或

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{1}{EI} M^2(x) dx + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{1}{GJ} T^2(x) dx, \quad (8)$$

式中 l 是梁的长度。对于薄壁结构, 由于横向剪切引起的应变能就不能忽略不计。这时应该加上如下的一项

$$V' = \frac{1}{2} \int_0^l K(x) S^2(x) dx, \quad (9)$$

式中 $\kappa(x)$ 是結構切面形状和材料的函數。

作为弯曲和扭轉初等理論的基础的假設，在真实的机翼結構中，通常是不能成立的。初等扭轉理論只是在下列条件下才是正确的：即壳体是等切面的；在两端承受扭矩，而切面上的剪流分布形式符合这种理論的規定；并且，允許两端的切面自由翘曲出它們原来的平面。但是，真实的机翼是变截面的；并且承受分布的扭矩。結果，各个切面的翘曲趋势一般是不同的；于是，由于由此而来的干扰影响，产生了次应力。这样产生的正应力，称为“扭轉引起的弯曲应力”。同样，如果所加的載荷是純弯矩时，初等的弯曲理論才是严格地正确的。在真实的机翼結構中，弯矩由横向載荷产生；而由这些載荷在梁中所产生的剪应变会破坏平面切面仍然保持平面的假設。和扭轉的情况一样，在相邻切面間的干扰影响，将产生次应力。在薄壁盒式梁的特殊情况下，剪切应变对正应力分布的影响，称为“剪滞”。

变切面、承受变載荷的梁的弯曲和扭轉的一般理論，是很复杂的。对于薄壁筒，在隔框可以保持筒的切面形状不变的假設下，存在着实用的解；这些隔框在抵抗本身平面內的变形时，是无限剛硬的，但是在抵抗垂直于它們本身平面的撓曲时，則是完全柔軟的。在閉剖面的盒式梁上，剪滞影响对应力分布是重要的；但是，除去后掠机翼外，对梁的撓度影响并不大。这是因为实际应力与按照初等理論算出的应力值之間的偏差是局部的，而局部的偏差会被計算撓度所必須的积分过程修匀。因此，撓度与按照初等理論算出的值之間的偏差要比应力間的偏差小得多。由于这一理由，即使应用极为簡化的理論，撓度(以及影响系数)的計算也往往可以达到足够的精確度。相反地，剪滞和限制翘曲的影响，对于开剖面的薄壁結構是十分大的（机翼有大开口的部分可以視為开剖面）。对于这些特殊問題的处理，可以參看列入本章末尾处文献目录內的文献，特別是文献 1.70。

在把梁的初等理論的結果用到飞机結構上去的时候，需要做

不少工程上的判断；因为，开口、剪滞、梁的参差弯曲、切面特性的不连续变化等等的影响，都必须适当地考虑。有时一个机翼或尾翼完全不能看成是一个“梁”或一个“扭管”。在这种情况下，需要更全面的弹性变形分析。在空气弹性力学中，描述结构弹性特性的最方便的方法是列出它的影响函数。计算一个结构的影响函数，除了简单的梁以外，可能是很困难的；但是，它是空气弹性分析的先决条件。

1.2 剪 心

现在来研究一个如图 1.1 所示承受剪力 S 的等切面薄壁直梁。如图中所表示的那样，选取一个正交的笛卡儿坐标系 xyz ；其

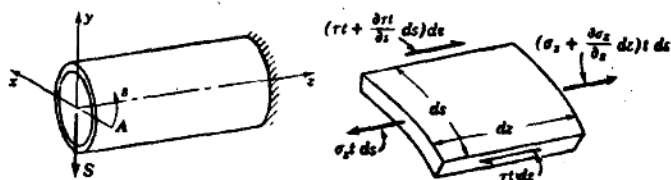


图1.1 作用在薄壁切面元素上的力的平衡。

中， z 轴平行于梁的轴线， x 和 y 轴是切面的主轴。我们假定在切面上的任何一点处，应力沿壁厚度的分布是均匀的。为方便计，引入沿切面周线方向的曲线坐标 s ，并且使用“剪流”这一名词，它表示沿周线单位长度上的剪力

$$q = \tau t, \quad (1)$$

式中 τ 是剪应力， t 是壁的厚度。按照图 1.1 中右侧部分的图，作用在这一面积为 $ds dz$ 的小元素上的轴向力的平衡方程为：

$$(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz) t ds - \sigma_z t ds + (\tau + \frac{\partial \tau}{\partial s} ds) t dz - \tau t dz = 0, \quad (2)$$

式中 σ_z 表示轴向应力。转向极限情况，即 $ds, dz \rightarrow 0$ ，可得

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial s} = 0, \quad (3)$$

或者, 当厚度为一常数时乘以厚度 t ,

$$t \frac{\partial \sigma_x}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial s} = 0. \quad (4)$$

可以看出, 剪流 q 取决于轴向应力的变化率。下面将研究几个简单的例子。

(a) 平受剪腹板。“平受剪腹板”是承受纯剪的腹板; 即它是由 $\sigma_x = 0$ 的条件来定义的。这样的腹板, 可由图 1.2 近似地表示出。

在这种情况下, 由方程 4 可得出

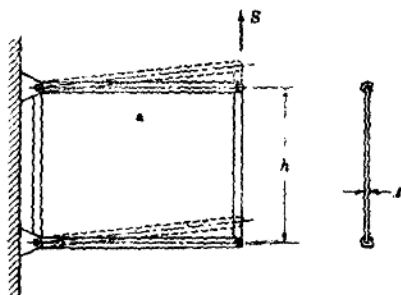


图 1.2 平受剪腹板。

$$q = \text{常数}, \quad (5)$$

这个常数很容易由静力学算出:

$$q = \frac{S}{h}, \quad (6)$$

式中 S 是切面上的总剪力, h 是腹板的高度。

(b) 曲受剪腹板。按照方程 4, 当“曲受剪腹板”的 $\sigma_x = 0$ 时, $q = \text{常数}$ 的情况也存在。如图 1.3 中所示, 剪流方向与切面的曲度一致。 y 方向的合力为

$$S = \int q \cos \theta \, ds, \quad (7)$$

式中 θ 是剪流 q 的向量和 y 轴之间的夹角; 并沿整个切面积分。很明显

$$S = \int q \, dy = q h, \quad (8)$$

或

$$q = \frac{S}{h}. \quad (9)$$

这和方程 5 是一样的。剪流等于总剪力除以梁的高度。
找出剪力合力的作用位置是重要的。为此，要计算在切面平

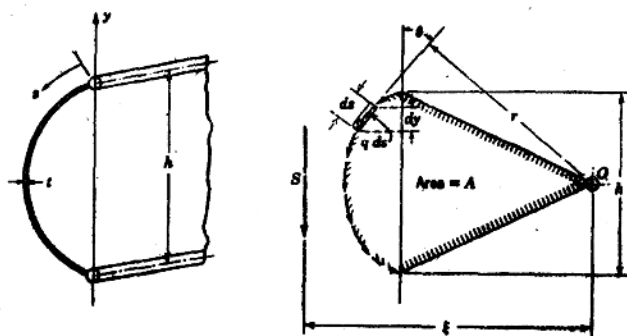


图1.3 曲受剪腹板。

面内因剪流所产生的对于点 O 的力矩。命 r 是从点 O 到 q 作用点 s 处的切线的垂直距离。由图 1.3，对点 O 的力矩为

$$M_O = \int q r \, ds, \quad (10)$$

由于 q 是常数，这可以写成

$$M_O = q \int r \, ds = 2qA, \quad (11)$$

式中 A 是这一受剪曲腹板和以 O 为原点的两个径向向量所包围的扇形面积，如图 1.3 中所示。但是，这一力矩也等于合剪力 S 乘以它绕原点 O 的力臂 ξ ，

$$M_O = S\xi.$$

因此，由方程 9 和 11，

$$\xi = \frac{M_O}{S} = \frac{2A}{h}. \quad (12)$$

很容易证明，合剪力作用线的空间位置并不受原点 O 的位置的影响。

双缘条梁的腹板实际上很接近于上面所讲的受剪腹板。只有当外力作用在按方程 12 算出的位置上，并且平行于两个缘条所构