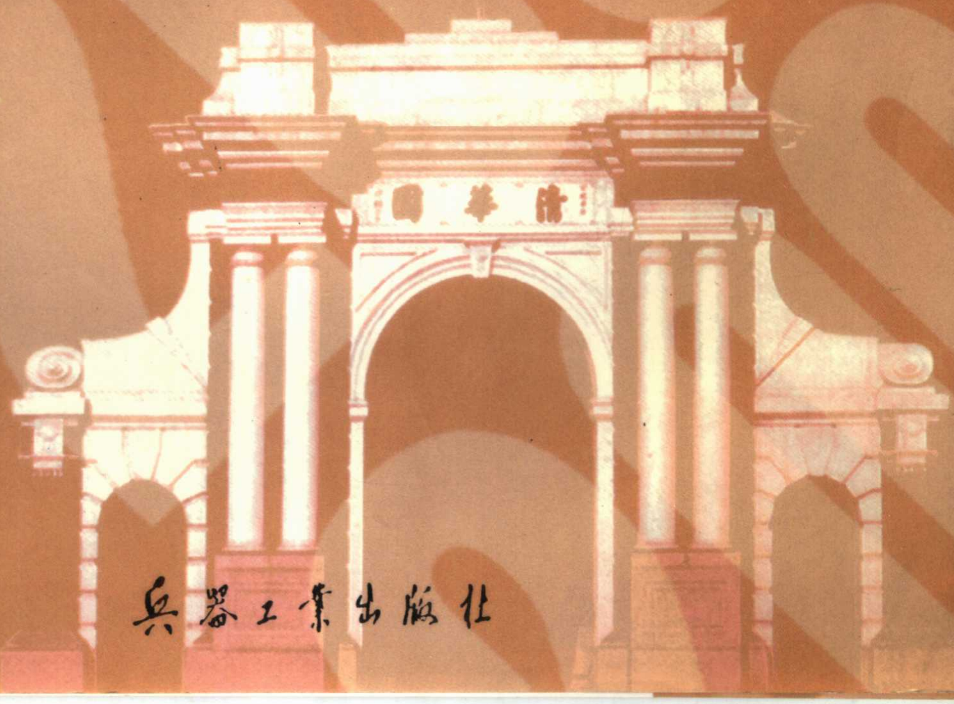
2000MBA
入学联考数学模拟试题

陈秉正　主编



兵器工业出版社

2000MBA入学联考
数学模拟试题

陈秉正　主编

兵器工業出版社

内 容 简 介

本书是根据MBA考生的实际需要，紧扣《最新MBA数学联考大纲》，结合编者多年从事数学教学以及MBA考前辅导的经验与体会编写而成的。全书共25套模拟试题，后附参考答案及1998、1999年考题。其中选择题部分附有参考答案、疑难提示或解答；计算题部分（含证明题）附有详细解答过程（含多解）或证明过程。试题考点全面、内容丰富、难易适中；具有针对性、适用性、典型性和权威性。

本书特别适用于MBA考生及同等学历申请工商管理硕士学位者，也适用于经济学硕士考生；同时还可供MBA数学考前辅导教师教学参考。

图书在版编目(CIP)数据

2000MBA入学联考数学模拟试题/陈秉正主编．—北京：兵器工业出版社，1999.8
ISBN 7-80132-649-0

Ⅰ.20… Ⅱ.陈… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-试题 Ⅳ.013-44

中国版本图书馆CIP数据核字（1999）第26034号

出版发行：兵器工业出版社
责任编辑：贺 岩
责任技编：魏丽华
社 址：100089 北京市海淀区车道沟10号
经 销：各地新华书店
印 刷：天津新华印刷二厂
版 次：1999年8月第1版第1次印刷
印 数：1～6000

封面设计：安 雅
责任校对：王 绛 仝 静
责任印制：王京华
开 本：787×1092 1/16
印 张：13.25
字 数：315.12千字
定 价：22.00元

《2000MBA入学联考数学模拟试题》编委会

主　编　陈秉正

副主编　费英瑶　黄克海　贾秋萍　王晓波

编　委　陈秉正　费英瑶　黄克海　贾秋萍

王晓波　陈　震　康玉珍　石　拓

龚金双　刘　海　屠新泉　魏志宏

张　晔　常春莉

前 言

近几年来，随着MBA招生院校的逐步扩大，全国各界有志之士踊跃报考，考生迫切希望考前多做一些针对性强的模拟试题，更好地准备应试，以达事半功倍之目的。为满足广大考生的这一迫切需要，由**清华大学、北京大学、对外经济贸易大学**等MBA招生院校从事MBA教学及考前辅导的专家、教授编写了这套《2000MBA入学联考模拟试题》丛书。该丛书分英语、数学、管理、语文和逻辑四个分册。其中数学分册与其它MBA入学考试数学辅导资料相比，具有如下三方面的特色：

一、更具针对性和适用性

本书是根据近年来MBA数学联考的信息反馈，以及难度、灵活性逐年加大的特点，紧扣MBA数学联考大纲，结合MBA考生的实际需要编写而成。第一，本书弥补了一般经济学硕士入学考试辅导或指南中模拟试题太少，难易程度不均，针对性不强等诸多不足。第二，本书弥补了一般研究生入学考试数学辅导资料中将工学类、经济学类的数学基础知识与MBA的数学考试内容混杂在一起，且缺少解题或证明过程，极不便于MBA考生考前短时间内严格模拟演习，及时发现自己存在的具体问题等诸多不足。第三，本书编入了考生易混淆和易计算出错的典型试题。

MBA招收的是在职人员，考生大多工作忙、时间紧、考前难以抽出大量时间进行系统的复习，因此希望考前多做一些针对性强的模拟试题，"真枪实弹"的演习，在短时间内抓住重点、巩固要点、解决难点、提高速度。满足MBA考生的这一实际需要即是本书的编撰宗旨。

二、更具典型性、广泛性和灵活性

本书试题典型、内容丰富，涉及每个知识考点。所列试题与《最新MBA数学联考大纲》所规定的范围、难度等极为吻合，难度接近于1999年考题。MBA考生通过对本书试题的认真模拟，能尽快掌握各种题型的解答技巧，提高解题速度和正确率。

三、更具权威性

本书由清华大学、北京大学、对外经济贸易大学等著名院校具有丰富MBA教学及考前辅导经验的专家、教授紧扣《最新MBA数学联考大纲》，通过对1997、1998、1999年MBA数学考题的认真分析以及对2000年数学命题的合理预测编写而成，更具权威性。

本书共25套模拟试题，后附参考答案、疑难提示、以及1998、1999两年的数学考题，特别适用于MBA考生及同等学历申请工商管理硕士学位者，也适用于经济学硕士考生，同时也可作为MBA数学辅导教师教学参考书。

本书由**清华大学经济管理学院陈秉正副教授主编，清华大学经济管理学院李端敏教授，清华大学经济管理学院程佳惠教授审稿**。同时，兵器工业出版社编辑贺岩同志给予了很大的支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

本书在编写过程中广泛参考了其它辅导资料及相关教材，限于篇幅不能一一注名，在此谨向这些资料的作者表示最诚挚的谢意！

编 者

1999年6月

目　　录

模拟试题 1

一、选择题：本大题共 20 小题，每小题 2 分，共 40 分，在每小题给出的五个选项中只有一项正确，请在答题卡上按要求把所选项涂黑．

1. 某单位今年减产 15%，问明年应增产百分之几才能达到去年的生产水平

(A) 15%　(B) 15.25%　(C) 16.78%　(D) 17.17%　(E) 17.65%

2. 空间四边形 $ABCD$ 中 $AB=AD=BD=BC=DC=AC$，则 AC 与平面 BCD 所成角的余弦值为

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(B) $\frac{1}{2}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$　(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. $\sqrt{a^4x^2}-a\geqslant 0$，$(a<0)$的解集是

(A) $\frac{1}{a}\leqslant x\leqslant -\frac{1}{a}$　(B) $-\frac{1}{a}\leqslant x\leqslant \frac{1}{a}$　(C) $x\geqslant \frac{1}{a}$ 或 $x\leqslant -\frac{1}{a}$

(D) $x\leqslant \frac{1}{a}$ 或 $x\geqslant -\frac{1}{a}$　(E) 都不是

4. 设 $F(x)$是奇函数，$G(x)$是偶函数，则 $F(x)+G(x)$

(A) 是奇函数　(B) 是偶函数　(C) 可能是奇函数、也可能是偶函数、也可能既不是奇函数也不是偶函数　(D) 既不是奇函数也不是偶函数　(E) 都不是

5. 若 $a,b,c>0$，则

(A) $a^2+b^2<2ab$　(B) $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}<2$　(C) $\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}}\geqslant 2$

(D) $(a+b)(b+c)(c+a)<8abc$　(E) 都不对

6. 方程 $C_{27}^{x^2-x}=C_{27}^{5x-5}$解的个数是

(A) 2　(B) 1　(C) 3　(D) 4　(E) 0

7. 在四边形 $ABCD$ 中，设 BC 的长为 6，$\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:7:4:10$，$\angle CDB=60°$，则$\triangle BCD$ 的面积为

(A) $9\sqrt{3}$　(B) $6\sqrt{3}$　(C) $3\sqrt{3}$　(D) $\sqrt{3}$　(E) $12\sqrt{3}$

8. 两平行线 $8x+6y+2=0$，$4x+3y+6=0$ 之间的距离是

(A) 2　(B) 4　(C) 5　(D) 1　(E) 3

9. 函数 $y=3\sin x+4\cos x-3$ 的最大值是

(A) 4　(B) 2　(C) 1　(D) 3　(E) 无法确定

10. 如果 a、b、c 成等比数列，那么函数 $f(x)=ax^2+bx+c(b\neq 0)$与 x 轴交点的个数是

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 1 或 2

(E)无法确定是否相交

11. 下列不等式成立的是

(A) $\sin 2<\cos 2<\mathrm{tg} 2$　(B) $\mathrm{tg} 2<\cos 2<\sin 2$　(C) $\cos 2<\sin 2<\mathrm{tg} 2$

(D) $\cos 2<\mathrm{tg} 2<\sin 2$　(E) $\sin 2<\mathrm{tg} 2<\cos 2$

12. 已知$G(x)$的图形与$f(x)=x^2-9x+19$的图形关于原点对称，则$G(x)$为

(A) $G(x)=f^{-1}(x)$ (B) $G(x)=-x^2-9x-19$ (C) $G(x)=-x^2+9x-19$

(D) $G(x)=x^2+9x+19$ (E) $G(x)=-x^2-9x+19$

13. 若直线$x-y+k=0$截抛物线$y=x^2$所得线段长度小于等于3，则k的取值范围满足

(A) $-3\leqslant k\leqslant 3$ (B) $-\sqrt{3}\leqslant k\leqslant 3$ (C) $k<0$

(D) $k>0$ (E) $-\frac{1}{4}\leqslant k\leqslant\frac{7}{8}$

14. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[9]{3}\cdot\sqrt[27]{3}\cdots\sqrt[3^n]{3}\right)=$

(A) $3^{\frac{1}{2}}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $e\sqrt{3}$ (D) $3^{\frac{1}{2}}-\sqrt{3}$ (E) $3-\sqrt{3}$

15. 若$f(x)=\begin{cases}2ax+b & x\geqslant 0\\ xe^x & x<0\end{cases}$，且$f(x)$在$x=0$可导，则$a,b$等于

(A) $a=\frac{1}{2}$，b任意 (B) $a=0$，b任意 (C) $a=0,b=0$

(D) $a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{2}$ (E) $a=0,b=1$

16. 若$\begin{vmatrix}1 & x & x^2 & \cdots & x^n\\ 1 & a_1 & a_1^2 & \cdots & a_1^n\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 1 & a_n & a_n^2 & \cdots & a_n^n\end{vmatrix}=0$，且$a_1,a_2,\cdots,a_n$各不相同，则上述方程

(A) 没有实根 (B) 没有有理根 (C) 有n个相等实根

(D) 有n个不等实根 (E) 都不是

17. 四元线性方程组$\begin{cases}x_1=0\\ x_3-x_4=0\\ x_3+x_4=0\end{cases}$的基础解系是

(A) $(0\ 0\ 0\ 0)^T$ (B) $(0\ 8\ 0\ 0)^T$ (C) $(0\ 1\ -1)^T$

(D) $(0\ 8\ 0\ 0)^T$和$(0\ 1\ 0\ 0)^T$ (E) $(0\ 0\ 0)^T$

18. 设当事件A与B同时发生时，事件C必发生，则

(A) $P(C)\leqslant P(A)+P(B)-1$ (B) $P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$

(C) $P(C)=P(AB)$ (D) $P(C)=P(AB)\cdot P(C|AB)$

(E) $P(C)=P(A+B)$

19. 设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$均为$n$维向量，那么，下列结论正确的是

(A) 若$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=\boldsymbol{0}$，则$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性相关

(B) 若对任意一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots,k_m$都有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m\neq\boldsymbol{0}$，则$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性无关

(C) 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性相关，则对任意一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots,k_m$，都有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=\boldsymbol{0}$

(D) 若$o\alpha_1+o\alpha_2+\cdots+o\alpha_m=\boldsymbol{0}$，则$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性无关

(E) 以上说法均不正确

20. 若$A\supset B,A\supset C,P(A)=0.8,P(\overline{B}+\overline{C})=0.6$，则$P(ABC)=$

(A) 0.4 (B) 0.6 (C) 0.2 (D) 0.7 (E) 0.8

二、计算题:本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分.

21. 解方程$(2^{2x}+1)(2^{2y}+2)(2^{2z}+8)=2^{x+y+z+5}$

22. 设$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x-\sqrt{ax^2+bx+1}\right)=2$,求 a,b

23. 若曲线 $y=f(x)=x^n$ 上点$(1,1)$处的切线交 x 轴于$(t,0)$,试求$\lim\limits_{n\to+\infty}f(t)$

24. 求内接于椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$,两边平行于坐标轴的最大矩形的面积.

25. 设方程 $x^{2k}+2ax+b=0$(k 是大于 0 的整数)

(1)当 a,b 满足何种关系时,方程有唯一实根;

(2)当 a,b 满足何种关系时,方程无实根.

26. 计算$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a}{n}\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{n}}+\sqrt{1+\dfrac{2}{n}}+\cdots+\sqrt{1+\dfrac{n-1}{n}}\right)$ (a 为实数)

27. 讨论函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}+2\displaystyle\int_1^x\dfrac{1}{t^2}\mathrm{d}t-1$ $(x>0)$的单调性、极值和凹凸性.

28. 以椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}\leqslant 0$ $(0<b<a)$为底的柱体,被一通过短轴而与底面成 α 角的平面所截,求截得部分的体积.

29. 已知线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=a\\3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=0\\x_2+2x_3+2x_4+6x_5=b\\5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=2\end{cases}$

(1)a,b 为何值时,方程组有解?

(2)方程组有解时,求出方程组的导出组的一个基础解系.

30. 已知 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶方阵,且$|\boldsymbol{A}|=-2$,$|\boldsymbol{B}|=3$,计算

$$\left|(-5)((\boldsymbol{AB})^T)^{-1}\boldsymbol{BAA}^T\right|\left|\begin{pmatrix}|\boldsymbol{A}| & |\boldsymbol{A}|\\0 & |\boldsymbol{B}|\end{pmatrix}\right|$$

31. 设有三维向量$\boldsymbol{\alpha}_1=(k,1,1)^T$,$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,k,1)^T$,$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,1,2)^T$,$\boldsymbol{\beta}=(1,k,k^2)$,问 k 取何值时,

(1) $\boldsymbol{\beta}$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示,且表达式唯一;

(2)$\boldsymbol{\beta}$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示,且表达式不唯一;

(3)$\boldsymbol{\beta}$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示。

32. 甲乙二人下象棋,假定每局比赛甲胜乙的概率为 0.6,乙胜甲的概率为 0.4,问采取五局三胜的规则比赛,甲胜的可能性多大?

参考答案

一、选择题

1.E　2.B　3.E　4.C　5.C　6.D　7.A　8.D　9.B　10.A

11.B　12.B　13.E　14.D　15.A　16.D　17.B　18.B　19.B　20.A

疑难提示

4. **提示**:任意函数 $f(x)$ 均可表示为一个奇函数 $\frac{f(x)-f(-x)}{2}$ 与一个偶函数 $\frac{f(x)+f(-x)}{2}$ 的和

6. **提示**:先求 n

20. **提示**:$P(ABC)=P(\overline{B}\overline{C})=1-P(\overline{B}+\overline{C})$

二、计算题

21. **解**:$\because 2^{2x}+1\geqslant 2\cdot 2^x, 2^{2y}+2\geqslant 2\cdot 2^y\cdot\sqrt{2}, 2^{2z}+8\geqslant 4\sqrt{2}\cdot 2^z$. $\therefore$原式左边$\geqslant 2^{5+x+y+z}$.

当且仅当 $2^x=1, 2^y=\sqrt{2}, 2^z=2\sqrt{2}$,即 $x=0, y=\frac{1}{2}, z=\frac{3}{2}$ 时,方程成立

$\therefore$方程的解为 $x=0, y=\frac{1}{2}, z=\frac{3}{2}$.

22. **解**:$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x-\sqrt{ax^2+bx+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{9x^2-(ax^2+bx+1)}{3x+\sqrt{ax^2+bx+1}}$

在分子中,若 $a\neq 9$,则分子是 x 的二次式,分母则是 x 的一次式,因而极限必为∞,

$\therefore a=9$

当 $a=9$ 代入极限得　$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-bx-1}{3x+\sqrt{ax^2+bx+1}}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-b-\frac{1}{x}}{3+\sqrt{9+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}}=\frac{-b}{6}=2$$

$\therefore b=-12$

23. **解**:过曲线 $y=f(x)=x^n$ 点$(1,1)$处切线的斜率为 $y'=nx^{n-1}, k=y'|_{x=1}=n$

过点$(1,1)$的切线方程为 $y-1=n(x-1)$,即 $y=n(x-1)+1$

令 $y=0$　得 $t=x=1-\frac{1}{n}$

$f(t)=\left(1-\frac{1}{n}\right)^n$

$\lim\limits_{n\to\infty}f(t)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^n=e^{-1}$

24. **解**:如图 1-1 所示内接矩形的面积为

$S(x)=4xy=4x\,\frac{b}{a}(\sqrt{a^2-x^2})=\frac{4b}{a}\times\sqrt{a^2-x^2}$　$(0\leqslant x\leqslant a)$

$$S'(x)=\frac{4b}{a}\left[\sqrt{a^2-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\right]=\frac{4b}{a}\cdot\frac{a^2-2x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

$(x\neq a)$

$S'(x)=0$ 的两个根是$x_1=-\frac{a}{\sqrt{2}}$，

$x_2=\frac{a}{\sqrt{2}}$，x_1 不合题意，

又 $S(0)=0$，$S(a)=0$，故 $x=\frac{a}{\sqrt{2}}$时得到最大矩形面积 $S=2\sqrt{3}ab$.

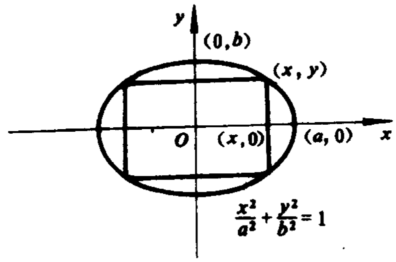


图 1-1

25. **解**：(1)设 $f(x)=x^{2k}+2ax+b$，则 $f'(x)=2kx^{2k-1}+2a$

由实系数多项式的性质知，要偶次方多项式 $f(x)$有唯一实根，则这个根必定是重根，因此，此根必定也是 $f'(x)$的根，而 $f'(x)=0$ 有唯一实根 $x=-\left(\frac{a}{k}\right)^{\frac{1}{2k-1}}$，因此 a,b 满足关系$\left(\frac{a}{k}\right)^{\frac{2k}{2k-1}}-2a\left(\frac{a}{k}\right)^{\frac{1}{2k-1}}+b=0$.

(2)$f'(x)$在$-\left(\frac{a}{k}\right)^{\frac{1}{2k-1}}$的左边小于 0，右边大于 0，因此 $f(x)$在$-\left(\frac{a}{k}\right)^{\frac{1}{2k-1}}$处有唯一的极小值．因此若 $b>-\left(\frac{a}{k}\right)^{\frac{2k}{2k-1}}+2a\left(\frac{a}{k}\right)^{\frac{1}{2k-1}}$，方程无实根．

26. **解**：$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a}{n}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{2}{n}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{n-1}{n}}\right)$

$$=a\lim_{n\to\infty}\sum_i\sqrt{1+\frac{1}{n}}\,\frac{1}{n}=a\int_0^1(1+x)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}x$$

$$=\left(\frac{4}{3}\sqrt{2}-\frac{2}{3}\right)a$$

27. **解**：$f(x)=\frac{1-2x}{x^2}+1$，

$f'(x)=\frac{2(x-1)}{x^3}=0$，解得 $x=1$，$f''(x)=\frac{2(3-2x)}{x^4}=0$，解得 $x=\frac{3}{2}$，

列表讨论如下：

x	$(0,1)$	1	$\left(1,\frac{3}{2}\right)$	$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f''(x)$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	下凸↘	极小值 0	下凸↗	$\frac{1}{9}$	上凸↗

当 $x=1$ 时，$f(1)=0$ 是极小值；函数 $f(x)$在 $x=\frac{3}{2}$左边凹，右边凸；函数 $f(x)$在$(0,1)$单调下降，在$(1,+\infty)$单调上升．

28. **解**：过 y 轴上的点 Y 作垂直 y 轴的截面，则截面为一直角三角形，其面积为

$$A(y)=\frac{1}{2}x\cdot x\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{2}a^2\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)\mathrm{tg}\alpha$$

所以 $V=\int_{-b}^{b}A(y)\mathrm{d}y=\int_{-b}^{b}\frac{1}{2}a^2\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{d}y=2\int_0^b\frac{a^2}{2}\mathrm{tg}\alpha\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)\mathrm{d}y=\frac{2}{3}a^2b\,\mathrm{tg}\alpha$

29. **解**:(1)将原方程组的增广矩阵进行初等变换

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&a\\3&2&1&1&-3&0\\0&1&2&2&6&b\\5&4&3&3&-1&2\end{pmatrix}\longrightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&a\\0&1&2&2&6&3a\\0&0&0&0&0&b-3a\\0&0&0&0&0&2-2a\end{pmatrix}$$

于是,当 $b-3a=0$ 且 $2-2a=0$,即 $a=1$ 且 $b=3$ 时,$\gamma(A)=\gamma(A)$,故 $a=1,b=3$时,方程组有解。

(2)当 $a=1,b=3$ 时,有

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&1&2&2&6&3\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}\longrightarrow\begin{pmatrix}1&0&-1&-1&-5&-2\\0&1&2&2&6&3\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

因此,原方程组的同解方程组为$\begin{cases}x_1-x_3-x_4-5x_5=-2\\x_2+2x_3+2x_4+6x_5=3\end{cases}$

得导出组的基础解系为

$$\eta_1=\begin{pmatrix}1\\-2\\1\\0\\0\end{pmatrix},\eta_2=\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\1\\0\end{pmatrix},\eta_3=\begin{pmatrix}5\\-6\\0\\0\\1\end{pmatrix}$$

30. **解**:$|AB|=|A||B|=-6$;$|(AB)^{\mathrm{T}}|=|AB|=-6$;$[(AB)^{\mathrm{T}}]^{-1}=\frac{1}{|(AB)^{\mathrm{T}}|}=-\frac{1}{6}$

$\therefore$ 原式 $=(-5)^n|[(AB)^{\mathrm{T}}]^{-1}||B||A||A^{\mathrm{T}}||A||B|$

$$=(-5)^n\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot3\cdot(-2)(-2)(-2)\cdot3=12(-5)^n=(-1)^n12\times5^n$$

31. **解**:设 $x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+x_3\alpha_3=\beta$

得线性方程组$\begin{cases}kx_1+x_2+x_3=1\\x_1+kx_2+x_3=k\\x_1+x_2+2x_3=k^2\end{cases}$

其系数行列式 $|A|=\begin{vmatrix}k&1&1\\1&k&1\\1&1&2\end{vmatrix}=2k(k-1)$

(1)当 $k\neq0$ 且 $k\neq1$ 时,$|A|\neq0$,方程组有唯一解,即 β 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 唯一地线性表示

(2)当 $k=1$,则方程组的增广矩阵与系数矩阵有相同的秩,故有无穷多组解,即 β 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示,且表示法不唯一

(3)当 $k=0$ 时,方程组的增广矩阵与系数矩阵的秩不同,此时方程组无解,即 β 不能由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示。

32. **解**:将比赛一次看成一次试验,比赛五局看成五重伯努利试验

设 A 表示事件"甲胜",则甲获胜的可能结果是：

A_1：3：0（赛三局，甲都胜）

A_2：3：1（赛四局，前三局中甲二胜一负，第四局甲胜）

A_3：3：2（赛五局，前四局中甲二胜二负，第五局甲胜）

则 $A=A_1+A_2+A_3$，于是有

$$P(A)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$$
$$=0.6^3+C_3^2\times0.6^2\times0.4\times0.6+C_4^2\times0.6^2\times0.4^2\times0.6$$
$$=0.68256$$

模拟试题 2

一、选择题:本大题共 20 小题,第小题 2 分,共 40 分,在每小题给出的五个选项中,只有一项正确,请在答题卡上按要求把所选项涂黑.

1. 某人以每股 100 元的价格购入某种股票 100 股，第二日该股票上涨 25%，到第三日该股票又回落 10%，则此时抛出股票可得收益比前一日抛出可得收益减少了

(A) 15%　　(B) 17.5%　　(C) 50%　　(D) 75%　　(E)10%

2. $\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式里第 5 项和第 3 项的系数之比为 10∶1，则展开式共有

(A) 10 项　　(B) 9 项　　(C) 8 项　　(D) 6 项　　(E) 5 项

3. 已知 $x^2+ax-15=0$，其两根之差为 8，则 $a=$

(A) 2　　(B) ± 2　　(C) -3　　(D) -5　　(E) 8

4. 一块地用一台拖拉机来耕，用四天耕完了一半，后来增添了一台新拖拉机，两台合作，一天就耕完了剩下的地，则新拖拉机的效率是原来拖拉机的几倍

(A) 3　　(B) $\frac{9}{8}$　　(C) $\frac{64}{3}$　　(D) 2　　(E) 4

5. 已知 a、b、c 是三角形三条边的边长，则方程 $b^2x^2+(b^2+c^2-a^2)x+c^2=0$ 的根的情况是：

(A) 有两个不等实根，且都大于零　　(B) 有一个实根

(C) 有两个不等实根，且都小于零　　(D) 无实根　　(E) 不能确定

6. 直角三角形的两条直角边之和 $a+b=q$，斜边为 c，则

(A) $c>2q$　　(B) $c<\frac{q}{2}$　　(C) $\frac{q}{2}\leqslant c<q$

(D) $c=\sqrt{2}q$　　(E) $c\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}q$

7. 方程 $\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}=\sqrt{a}$ 有实根时，a 的极大值与极小值分别为

(A) 1，0　　(B) $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$　　(C) 2，1　　(D) 4，1　　(E) 不存在

8. 若 $(55.6)^x=1000$，$(0.0556)^y=1000$，则 $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=$

(A) 1　　(B) 55.5444　　(C)999　　(D) $\frac{9}{100}$　　(E) 0.1

9. 函数 $y=\sin x$ 在 $\left[\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right]$ 上的反函数是

(A)$\arcsin x$　　(B)$\pi+\arcsin x$　　(C) $\pi-\arcsin x$　　(D)$-\arcsin x$

(E)$\frac{\pi}{2}+\arcsin x$

10. 高为 h 的圆锥被一个平行底面的平面截成体积相等的两部分,则顶点与截面的距离等于

(A) $\frac{h}{\sqrt{2}}$　　(B) $\frac{h}{\sqrt[3]{3}}$　　(C) $\frac{h}{\sqrt[3]{6}}$　　(D) $\frac{h}{\sqrt{3}}$　　(E) $\frac{h}{\sqrt[3]{2}}$

11. 成等比数列的四个数，前三个数的积为 1，后三个数的积为 $3\frac{3}{8}$，则公比为

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$或$\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $-\frac{1}{2}$

12. 圆心在直线 $x-2y=3$ 上，且经过点 $(2,-3)$ 和 $(-2,-5)$，则圆的直径为

(A) 20 (B) 10 (C) $2\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{10}$ (E) $2\sqrt{10}$

13. 设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶矩阵且 $|\boldsymbol{A}|=2$，则 $|4\boldsymbol{A}^{-1}+\boldsymbol{A}^{*}|=$

(A) $4\frac{1}{2}$ (B) 12 (C) 6 (D) 108 (E) 54

14. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1+x}{x}\right)^{ax}=\int_{-\infty}^{a}te^{t}\mathrm{d}t$，则 $a=$

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -2 (E) -1

15. 函数________在其定义域内可导

(A) $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\frac{1}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ (B) $f(x)=\sqrt{x-1}$

(C) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}(x-1) & x<-1\\ \frac{2}{3}x & x\geqslant 1\end{cases}$ (D) $f(x)=\begin{cases}x+1 & x\leqslant 0\\ x-1 & x>0\end{cases}$

(E) $f(x)=\begin{cases}\sin x & x>0\\ \cos x & x<0\end{cases}$

16. 设在区间 $[a,b]$ 上，$f(x)>0$，$f'(x)<0$，$f''(x)<0$，设 $S_1=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$，

$S_2=f(b)(b-a)$，$S_3=\frac{1}{2}[f(a)+f(b)](b-a)$，则

(A) $S_1<S_2<S_3$ (B) $S_1<S_3<S_2$ (C) $S_3<S_1<S_2$

(D) $S_2<S_3<S_1$ (E) $S_3<S_2<S_1$

17. 设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&0&0\\1&4&0\\0&0&3\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{E}$ 为单位矩阵，则 $(\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{E})^{-1}$ 为

(A) $\begin{pmatrix}1&0&0\\1&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix}1&0&0\\\frac{1}{2}&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix}1&0&0\\-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix}1&0&0\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ (E) $\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

18. 对于任意两事件 A 和 B，则 $P(A-B)=$

(A) $P(A)-P(B)$ (B) $P(A)-P(B)+P(AB)$ (C) $P(A)-P(AB)$

(D) $P(A)+P(\overline{B})-P(A\overline{B})$ (E) $P(A)-P(\overline{B})+P(AB)$

19. 设 A、B 为两个随机事件，且 $P(A)=0.4$，$P(A+B)=0.7$，A、B 互不相容，则 $P(B)=$

(A) 0.7 (B) 0.3 (C) 0.5 (D) 0.6 (E) 0.2