

大学物理

实验教程

任志远 陈立明 姜国柱 主编



黑龙江科学技术出版社

《大学物理实验教程》编委会

主 编 任常愚 陈立有 姜国栋

副主编 池红岩 徐宝玉 张晓兰

主 审 韩仁学

前 言

本书是根据教育部高等学校工科物理课程教学指导委员会制定的“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”的精神,结合我校专业设置特点和实验仪器设备情况,在总结黑龙江科技学院多年来所使用的《大学物理实验》教材的基础上,经过修改、筛选和重新编排及参考其他院校的大学物理实验教材之后编写而成。

全书共分6章,第一章为基础知识,这部分内容包括误差理论、有效数字运算、数据处理和作图要求等;第二章到第五章共选编了29个力学、热学、声学、电磁学、光学和近代物理实验;第六章为综合设计与创新实验。这是学生在做了一定数量的基本实验之后,为了培养学生独立自主地进行科学实验研究工作的能力和创新意识而设置的。在这一部分中简述了综合设计与创新实验的基本原则及实验方法,列出了一些常用的测量仪器,让学生选择。

考虑到物理实验课的独立性和完整性,我们在编写时力求做到:实验目的精练突出,实验原理叙述清楚,计算公式推导完整,实验步骤由详到简。部分实验的数据表格由学生自拟,旨在培养想像力。在综合设计与创新实验部分给学生提供一些供选择的实验题目,主要是培养学生的创新意识和动手动脑能力。

参与本书编写的人员有:任常愚(第一章、第四章、第六章)、陈立有(第二章、第五章)、姜国栋(第三章、附录);池红岩、徐宝玉、张晓兰以及黑龙江八一农垦大学的史永臣,哈尔滨医科大学大庆分校的王海洋等同志也参加了本书的编写工作;全书由任常愚统稿,韩仁学担任本书的主审。由于编写水平有限,书中难免有粗疏谬误之处,敬请读者批评指正。

编 者
2004年7月

目 录

绪论	1
第一章 测量、误差和数据处理	3
第一节 测量与误差	3
第二节 测量结果的表示	6
第三节 误差的处理	11
第四节 测量结果的不确定度	13
第五节 直接测量结果的表示	15
第六节 间接测量结果的表示	18
第七节 有效数字及其运算规则	20
第八节 实验数据的处理方法	24
练习题	31
第二章 力学和热学实验	34
实验一 静态拉伸法测金属丝杨氏弹性模量	34
实验二 长度测量与简单数据处理	36
实验三 扭摆法测定不同形状物体的转动惯量	39
实验四 测定液体表面张力系数	44
实验五 稳态平板法测不良导体导热系数	47
实验六 流体静力称衡法测不规则物体密度	49
实验七 气垫导轨实验	53
实验八 超声波速度的测量	56
实验九 良导体线膨胀系数的测定	59
第三章 电磁学实验	63
实验一 示波器的原理及使用	63
实验二 电表改装和校准	68
实验三 双臂电桥测量低电阻	70
实验四 亥姆霍兹线圈磁场分布的测定	74
实验五 霍尔元件测磁场	78
实验六 惠斯通电桥测电阻	82
实验七 线性和非线性电阻伏安特性曲线的测定	85
实验八 模拟法测绘静电场	88
实验九 电位差计的原理及使用	91
第四章 光学实验	95
实验一 分光计的调节及棱镜折射率的测定	95
实验二 光栅衍射实验	100
实验三 双棱镜干涉实验	102

实验四 牛顿环测透镜曲率半径	105
实验五 测量单缝衍射相对光强的分布	109
第五章 近代物理实验	114
实验一 迈克尔逊干涉仪测光波波长	114
实验二 夫兰克—赫兹实验	117
实验三 PN 结正向压降与温度关系	122
实验四 密立根油滴实验	127
实验五 光电效应及普朗克常数的测定	132
实验六 电子束实验仪的原理及使用	137
第六章 综合设计及创新实验	145
一、基础知识	145
二、实验中常用的测量仪器及测量原理和特点	153
实验一 偏振光对双缝干涉图样影响的研究	163
实验二 PN 结替代热电偶改进导热系数实验之研究	164
实验三 冲击电流计的应用研究	164
实验四 电测法测微小长度变化量	165
实验五 迈克尔逊干涉仪测量压电陶瓷的电致伸长系数	165
实验六 反射光偏振特性的研究	166
实验七 金属细丝直径测量方法的研究	166
实验八 热敏电阻温度特性的研究	167
附 录	168
附录 A 法定计量单位(节录)	168
附录 B 常用物理数据表	170

绪 论

物理学是一门实验科学,是高等院校理工科各专业的重要基础课之一。物理学基本定律或理论的发现与建立,大都是在严格的实验基础上产生或经过实验的检验才能被人们所接受。因此,物理实验作为一门系统的实验技术训练基础课,有丰富而广泛的内容,并在培养学生的科学实验能力方面起着重要的基础作用。

具体地说,物理实验课的教学目的和任务是:

1. 培养学生严肃认真的工作作风,实事求是的科学态度,不怕困难、勇于探索的开拓创新精神和团结合作、共同进步的良好品德。

2. 在一定的物理学知识以及中学物理实验训练的基础上,对学生进行科学实验方法和实验技能的基本训练。

让学生了解或掌握研究各种不同自然现象的基本实验方法和物理思想。

让学生了解并掌握一些常用物理量的测量方法。熟悉或掌握常用实验仪器的基本原理、性能和使用方法。

让学生学会正确记录、处理实验数据,分析判断实验结果,并写出比较完整的实验报告。

3. 初步培养学生独立进行科学实验研究的能力。

培养学生全面、细致和深入地观察实验现象及定性或定量分析、判断实验误差和实验结果的能力。

培养学生动手操作、调节仪器、精确测量的独立工作能力。

培养学生具备初步设计和拟定方案,研究简单物理现象的实验能力。

物理实验课基本要求:

1. 实验预习:实验前学生要认真阅读实验教材,明确本次实验的目的、内容以及实验基本要求,了解实验的原理以及所使用仪器的原理和使用方法,并在此基础上写好预习报告。预习报告主要包括以下几个内容:实验题目;实验目的与实验要求;所用仪器;简述实验原理并绘制原理图;列出实验记录表格。

2. 实验课要求:仪器使用是一项基本能力。注意了解各种仪器的基本原理和用途有助于自身科研能力的提高。在实验过程中应该多了解所用仪器的原理、功能和使用方法,防止蛮干。

实验记录也是科学实验的一项基本能力。原始数据的采集,一般要求越直接越好,要尽量避免记录经过换算的数据,以保证在实验数据处理过程中有据可查,提高实验结果的可信程度。在观察、测量过程中,要学会了解系统状态,做到正确读数,实事求是记录实验过程中的“原始数据”。

3. 书写实验报告:实验报告是实验工作的全面总结,是科研交流的途径;所以要求写实验报告必须严谨、清楚、真实、简明扼要。

实验报告一定要自己独立完成,不得互相抄袭,要锻炼自己撰写实验报告的能力,养成良好的科研素质。

书写实验报告具体格式如下:

实验题目:参阅教材

实验目的:参阅教材

实验原理:要求写得简明扼要、图文并茂。

实验方法:自拟表格,并要求能完整清晰地反映实验过程中的各项测量结果和实验条件。

数据处理与结果分析:写出数据处理的主要过程,曲线、误差分析等,并以醒目的形式给出实验结果或结论。

讨论:根据自己的实验体会、所观察到的实验现象、实验结论、误差原因等不拘一格地进行讨论。

科学技术的发展在于人才的培养,希望同学们重视实验这一理论联系实际的重要环节,注意提高自己的科学素质,使自己能够成为优秀的科技人才,为祖国的建设做出贡献。

第一章 测量、误差和数据处理

第一节 测量与误差

在人类的生产、生活及科学研究等实践活动中,经常要对各种量进行测量以获得客观事物的定量信息。所谓测量,就是将待测量直接或间接地与另一个同类的已知量相比较,把后者作为计量的单位,从而确定被测量是该单位的多少倍的过程。

测量可分为直接测量与间接测量两种。凡使用测量仪器能直接测得结果的测量,如用米尺测量物体的长度、用秒表测量一段时间等都是直接测量。另外还有很多量,它们不是用仪器直接测得,而需要先直接测量另外一些量,然后通过这些量间数学关系的运算才能得到结果。如测量某物体的运动速率,就是直接测量路程及通过这段路程所用的时间,然后计算得到的。这种测量叫间接测量。显然,直接测量是间接测量的基础。

一般来说,测量过程都是测试人在一定的环境条件下,使用一定的测量仪器进行的。由于仪器的结构不可能完美无缺,测试人的操作、调整及读数也不可能完全准确,环境条件的变化,如温度的波动、机械振动、电磁辐射的随机变化等也将不可避免地会造成各种干扰,因此,任何测量都不能做到绝对准确。

我们把被测量在一定客观条件下的真实大小,称为该量的“真值”,记为 A_0 ,而把某次对它测量得到的值记为 A ,那么, A 与 A_0 之差就称为测量误差。将

$$\Delta A = A - A_0 \quad (1-1-1)$$

称为测量的绝对误差,将

$$E = \frac{\Delta A}{A_0} \times 100\% \quad (1-1-2)$$

称为测量的相对误差。显然,绝对误差与相对误差的大小反映了测量结果的准确程度。

既然测量的结果不可避免地存在着误差,那么,我们就必需懂得,在科学实验中应如何根据对测量准确程度的需要,正确选择合适的测量方法和测量仪器,在测量过程中如何尽量减少误差,以及如何对测量结果的准确程度做出科学的评价并正确地表达出来。所有这一切,都要求每个科学工作者必须掌握有关测量误差的一些基本知识。

误差的产生有多方面的原因,从误差的性质和来源上可分为以下几类。

1. 偶然误差

在同一条件下对某一量进行多次测量时,每次测量之间均会有差异,从表面上看差异大小即观测误差的大小和正负没有任何规律性,纯属偶然发生,这种误差称为“偶然误差”,也称“随机误差”。

偶然误差主要来自下述三个方面:

(1) 主观方面。由于人们的感官灵敏程度和仪器的精密程度有限,操作不熟练,估计读数

误差等。

(2) 测量仪器方面。测量器具精度不够高,指针或向左或向右偏转,不固定。

(3) 环境方面、气流扰动、温度的微小起伏,杂散电磁场的不规则脉动等均会影响测量的精度。

偶然误差的存在使每次测量值偏大或偏小,它是无规则的。但如大量增加测量次数,则能发现在一定的观测条件下,它具有一定的规律,即服从一定的统计规律。常见的规律一是比真值大或比真值小的测量值出现的概率相等;二是误差较小的数据比误差较大的数据出现的概率要大得多;三是在多次测量中绝对值相等的正误差或负误差出现的机会是相等的,全部可能的误差总和趋于零。因此,增加测量次数,可以减小偶然误差。

2. 系统误差

系统误差的特点是:在同样条件下,对同一量进行多次测量时,误差的大小和正负总保持不变,或按一定的规律变化,或是有规律的重复。

系统误差主要来自三个方面:

(1) 仪器误差。这是由测量仪器本身的缺陷或没有按规定使用而引起的。如尺子本身长了或者短了一点,等臂天平不等臂或使用的是三等砝码等,按国家计量局规定,50g的砝码允许有 $\pm 2\text{mg}$ 的误差,当一个砝码的实际量值为49.998g时,它是符合国家三等砝码规定的,是合格品。但当实验者使用这一标称值为50g的砝码进行称量时,它将引入的系统误差是:

$$\text{系统误差} = 50.000 - 49.998 = +0.002\text{g} = +2\text{mg}$$

所以,凡用该砝码称量时,均有 $+2\text{mg}$ 的系统误差。在使用时,需经高一等级仪器对该砝码进行校验之后,引入一个校正量来消除该砝码的系统误差。

又如秒表指针没有准确地安装在盘中心,会使秒表指示值出现周期性误差。再如某测角仪,转动时的读数标线没有正确地通过角度盘的中心,会使示值出现周期性误差。可见,由于仪表装置的偏心(即角度标中心与读数标线的转轴不同心),将造成周期性变化的系统误差。这种测量仪器的系统误差可采用在直径方向各装一个读数装置来加以消除,称为“对径测量法”。

(2) 方法误差。这是由于测量所依据的实验理论、实验方法或实验条件不合要求而引起的。

(3) 人员误差。这是由于观测人员生理或心理特点所造成。通常与观测人员的反应速度或固有习惯等有关。如记录信息或计时的滞后,对准目标时始终偏左或偏右,估计读数时始终偏大或偏小等。

除上述各种系统误差外,很多系统误差的变化是极其复杂的。如刻度盘刻得不准确而引起的测量示值误差,就是一种规律比较复杂的系统误差。对于系统误差,一般要在实验前对测量设备仪器进行校正,在实验时对实验方法、观测数据的系统误差加以补偿或消除,使其对实验结果的影响尽量降低到最小。

综上所述,偶然误差与系统误差的性质不同、来源不同、处理方法也不同。影响测量结果的精确度,有时主要因素是偶然误差,有时主要因素是系统误差。因此,对每个实验要作具体分析,但实验结果的总误差是偶然误差和系统误差的总合。

$$\text{测量值} \pm \text{系统误差} \pm \text{偶然误差} = \text{真值}$$

在精密测量时,对偶然误差与系统误差必须加以区别,分别处理。有时为了说明总误差的限度,就不加以区别,有时也难于划分或区别它们。请注意:在基本实验中,一般我们仅要求考

考虑偶然误差。

3. 粗大误差

测量值明显超出一定条件下的预期值,出现不符合统计规律的超常误差,通常称这种误差为粗大误差。它是测量的异常值,应按一定规则剔除。

第二节 测量结果的表示

一、测量结果的精密度、准确度和精确度

测量结果的精密度不是代表个别误差的大小,而是一组误差平均的大小,是指各次测量误差分布密集或疏散的程度,即各次测量值重复性优劣的程度。精密度表示偶然误差的大小。一般各测量值之间相互差异大,精密度低;各测量值之间相互差异小,精密度高。必须注意,实验中有时因所用测量仪器灵敏度低或选择不适当、精度不高导致测量结果的偶然误差虽然很小,但其中却可能包含有很可观的系统误差。

测量结果的准确度说明测量结果所达到的准确程度,是指测量结果最佳值与真值之间相符合的程度,准确度一般表示系统误差的大小。

当我们用同一测量仪器,对同一被测物理量进行多次重复测量,仅能确定其量值的分布性和重复性。但不能断定它的准确性。此点往往容易混淆。有人认为:重复性好就是测量好,测量好就是准确度高,其实并不一定,因为重复性好,仅是指测量结果精密度高,而测量结果的好坏还取决于准确度的高低。因此,某一组测量结果的分布性较大(即重复性较差),精密度低,但它的测量结果可以是较准确的;另一组测量结果的分布性很小(即重复性好),精密度高,而它的测量结果可以是不够准确的甚至可以是不准确的、错误的。故要求测量结果既精密而又准确,称为“精确”。精确度是表示偶然误差和系统误差综合的结果,它是描述测量结果的通称,或简称精度。

应该注意,精密度和准确度分别表述测量结果优劣的两个不同方面,很容易混淆,在科学实验中,我们希望得到精确度高的结果。

二、仪器误差

(一) 仪器误差的形式

任何测量用的仪器或工具都存在误差。仪器误差是指在正确的使用仪器的条件下,测量的结果和被测量之间存在的差异。造成仪器误差的原因很多,按性质大致分成两类。第一类:仪器本身由于标定不好以及运输、元件老化、环境条件不符合要求等原因造成的示值不准确的误差(事实上仪器的标定不可能绝对准确)。第二类:由于仪器粗糙,元件特征不稳定,存在摩擦,以及环境干扰等一些不可预见的因素引起的示值不稳定误差。第一类仪器误差一般可以通过标定、修正等方法使其减至最小。第二类仪器误差是属于偶然误差,在进行一次性测量时,要按偶然误差估计的方法对仪器误差进行估计。在进行多次测量时,仪器的这类误差往往隐含在测量结果的测量列中,无法单独考虑,只能在可能的情况下应尽量提高仪器的稳定性,以减小仪器的偶然误差对最终测量结果的影响。

测量仪器一般有一定的测量范围,而在测量范围内其测量精度不可能完全一致。同时,分度本身的准确性也不可能完全一致。这样,对仪器的误差进行评价时,一般不逐点给出仪器的误差,而是给出一个可能的最大误差。仪器的最大误差有时也称为仪器的极限误差或极差。仪器的最大误差一般已由仪器制造厂和计量部门经过标定和检验定级后按一定的规定给出,在使用仪器之前,一定要了解有关仪器误差的规定和实际测量要求,针对具体情况选择合适的仪

器。过高地要求仪器的精度将浪费仪器资源,而过低地要求仪器精度又将达不到测量要求。

(二) 关于仪器误差的有关规定

1. 常用长度测量工具的最大误差

(1) 钢卷尺的最大误差。经计量部门检验定出级别的钢卷尺,其最小刻线间的最大误差 Δ 由下列公式给出:

$$\text{I 级标准: } \Delta = \pm (0.1 + 0.1L) \text{ mm}$$

$$\text{II 级标准: } \Delta = \pm (0.3 + 0.2L) \text{ mm}$$

式中 L 是测量值以米为单位并按向上取整而得到的米数(无单位)。例如:用 II 级标准尺分别测得 32.5cm 和 156.5cm 两个测量值,如果以 m 为单位,则应该为 0.325m 和 1.565m 按向上取整规则,前者 L 值应取 1 而后者应取 2,所以前者 $\Delta = \pm 0.5\text{mm}$,后者 $\Delta = \pm 0.7\text{mm}$ 。

未经标定的卷尺,按国家生产有关标准规定,最大误差 Δ 一般 1m 以内时取 $\pm 0.8\text{mm}$,1 至 2m 间取 $\pm 1.2\text{mm}$,2 至 3m 间取 $\pm 2.0\text{mm}$ 等。

(2) 钢直尺的最大误差。按部颁标准,300mm 以下时, Δ 取 $\pm 0.10\text{mm}$;300 ~ 500mm, Δ 取 $\pm 0.15\text{mm}$;500 ~ 1 000mm, Δ 取 $\pm 0.20\text{mm}$ 。

(3) 游标卡尺的最大误差。按国家计量局规定,各规格的游标卡尺的最大误差见表 1-2-1。

2. 电表的最大误差

国家标准(GB776-76)规定,各类电表的准确度 a 分为 0.1,0.2,0.5,1.0,1.5,2.5,5.0 七个等级,根据规定不同级别的各类电表的最大示值误差 Δ 为:

$$\Delta_{\text{仪}} = \pm \text{满量程值} \times \text{准确度等级} \%$$

满量程值是指表某一量程可测最大值。对于一块有多量程表,各量程可测最大值是不同的,所以各量程的最大误差也不同,但每一量程内,不论测量值多大,最大误差只有一个。例如:1.0 级电压表如果满量程为 300V,则它的最大误差应该为: $\Delta_{\text{仪}} = \pm 300\text{V} \times 1.0\% = \pm 3\text{V}$ 。

3. 仪器误差的估计

仪器所给出的误差是仪器所有示值的最大误差,而不是各标度的具体误差。由于各标度的误差不可能完全相同,所以,在 $(+\Delta_{\text{仪}}, -\Delta_{\text{仪}})$ 范围内存在着标度的误差分布问题。仪器的误差估计应该针对仪器的所有标度误差分布情况进行。

表 1-2-1 游标卡尺的误差范围

测量长度	示 值 误 差		
	游标读数		
	0.02	0.05	0.10
0 ~ 150	± 0.02	± 0.05	± 0.10
150 ~ 200	± 0.03	± 0.05	
200 ~ 300	± 0.04	± 0.08	
300 ~ 500	± 0.05	± 0.08	
500 ~ 1000	± 0.07	± 0.10	± 0.15
测量深度为 20mm 的示值误差	± 0.02	± 0.05	± 0.10

下面我们以直尺为例来具体地分析一下仪器误差分布规律。

我们所使用的直尺,其上的每条刻线都不可避免地存在一定的误差。而尺上所给出的最大示值误差并不表示各刻线的实际误差,表示的仅是所有刻线误差的最大范围。因而,每条刻线的误差值只要在 $(+\Delta_{\text{仪}}, -\Delta_{\text{仪}})$ 这个范围内都是合理的,而由于各刻线的误差之间是互相独立的,且互不相关,所以不存在集中分布问题,直尺刻度的误差分布不应该是正态分布,一般可视为均匀分布。可以证明,在误差的概率分布满足均匀分布时,标准误差为:

$$\sigma_{\text{仪}} = \Delta_{\text{仪}} / \sqrt{3}$$

三、一次直接测量的结果表示

在对某一物理量重复测量时,如果各次测量值之间非常接近,比起所使用的测量仪器的仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来说可忽略不计时,或对某一物理量的测量精确度要求不高,可以用一次测量方法进行测量。结果可表示为:

$$A = A_{\text{测}} \pm \Delta_{\text{仪}} (\text{单位}) \quad \text{极限情况} \quad (1-2-1)$$

或

$$A = A_{\text{测}} \pm \sigma_{\text{仪}} (\text{单位}) \quad (1-2-2)$$

其中 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示仪器的最大误差, $\sigma_{\text{仪}} = \Delta_{\text{仪}} / \sqrt{3}$ 表示测量结果的标准误差。注意:(1-2-1)式表示被测真值在 $(A_{\text{测}} - \Delta_{\text{仪}}, A_{\text{测}} + \Delta_{\text{仪}})$ 范围内,而(1-2-2)式标准误差的表达形式,表示被测真值以68%的置信概率在 $(A_{\text{测}} - \sigma_{\text{仪}}, A_{\text{测}} + \sigma_{\text{仪}})$ 范围内,我们一般使用标准误差的表达形式。

四、多次直接测量的结果表示

在不符合一次测量要求的情况时,要采用多次测量方法进行测量。多次测量在系统误差可以忽略的情况下,或不含有修正部分的系统误差时,测量的结果可由下式表达:

$$A = \bar{A} \pm \sigma_A (\text{单位}) \quad (1-2-3)$$

或

$$A = \bar{A} \pm \sigma_{\bar{A}} (\text{单位}) \quad (1-2-4)$$

式中 $\bar{A}$ 表示 N 次测量数据的算术平均值,算术平均值最接近于真值,称为“测量的最佳值”。当测量次数无限增加时,算术平均值将无限接近于真值。

$$\bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i \quad (1-2-5)$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left[\sum_{i=1}^N (A_i - \bar{A})^2 \right]} \quad (1-2-6)$$

$$\sigma_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \left[\sum_{i=1}^N (A_i - \bar{A})^2 \right]} \quad (1-2-7)$$

σ_A 表示 N 次测量中某一次测量结果的标准误差, $\sigma_{\bar{A}}$ 表示平均值的标准误差。

计算过程中应注意数字位数的取舍规则, σ 一般取一位,当首位为1时可取两位,尾数只进不舍; $\bar{A}$ 的最后一位要与 σ_A 或 $\sigma_{\bar{A}}$ 位对齐。

五、测量结果的相对误差表示法

有时为反映测量结果的精度,误差常以相对误差形式表示,相对误差表达式为:

$$\text{一次测量} \quad E = \Delta_{\text{仪}} / A_{\text{测}} \times 100\% \quad \text{极限表示} \quad (1-2-8)$$

$$\text{或} \quad E = \sigma_{\text{仪}} / A_{\text{测}} \times 100\% \quad (1-2-9)$$

$$\text{多次测量} \quad E = \sigma_A / \bar{A} \times 100\% \quad (1-2-10)$$

$$\text{或} \quad E = \sigma_{\bar{A}} / \bar{A} \times 100\% \quad (1-2-11)$$

相对误差一般可取 1 ~ 2 位,尾数只进不舍。

有时被测量的量值有公认值或理论值,则用百分误差加以比较:

$$\text{百分误差} = \frac{|\text{测量值} - \text{理论值}|}{\text{理论值}} \times 100\% \quad (1-2-12)$$

六、间接测量结果的误差计算

在大量的物理实验中,几乎所有的测量都属于将一些直接测量的物理量,通过一定的公式,将需要的待测量计算出来的所谓“间接测量”。由于每次直接测量都有误差,因此,间接测量的结果也一定会有误差,这就是误差的传递。

设待测量 A 和各直接测量的量 $x, y, \dots$, 有下列函数关系:

$$A = f(x, y, \dots),$$

对上式求全微分,得

$$dA = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$$

上式表示,当 $x, y, \dots$ 有微小改变 $dx, dy, \dots$ 时, A 也将改变 dA 。通常误差远小于测量值,故可把 $dx, dy, \dots$ 和 dA 看作误差,这就是误差的传递公式。

由各部分的误差组合成总误差,就是误差的合成。设在实验中对各直接测量 $x, y, \dots$ 作了 N 次测量,如:

$$A_1 = f(x_1, y_1, \dots),$$

$$A_2 = f(x_2, y_2, \dots),$$

$$\dots$$

$$A_N = f(x_N, y_N, \dots)。$$

根据误差传递公式,每次测量的误差为

$$dA_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) dx_i + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) dy_i + \dots,$$

上式两边各自平方,得:

$$dA_i^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 dx_i^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 dy_i^2 + \dots + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) dx_i dy_i + \dots。$$

将 N 次测量的 dA_i^2 相加,得:

$$\sum_{i=1}^N dA_i^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sum_{i=1}^N dx_i^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sum_{i=1}^N dy_i^2 + \dots + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) \sum_{i=1}^N dx_i dy_i + \dots。$$

若 $N = f(x, y, \dots)$ 中,各直接测量 $x, y, \dots$ 的误差彼此无关,彼此独立(如果不是独立量,误差传递公式更复杂),则各测量中的 $dx_i, dy_i, \dots$ 可正可负,可大可小,其交叉乘积项的总和如

$\sum_{i=1}^N dx_i dy_i$ 将等于 0。则:

$$\sum_{i=1}^N dA_i^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sum_{i=1}^N dx_i^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sum_{i=1}^N dy_i^2 + \dots。$$

将上式两边同乘以 $\frac{1}{N-1}$, 得标准误差的平方

$$\sigma_A^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \dots \quad (1-2-13)$$

最后得函数 A 的合成标准误差为:

$$\sigma_A = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2} \quad (1-2-14)$$

函数 A 的相对标准误差为:

$$E = \frac{\sigma_A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \frac{\sigma_x^2}{A^2} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \frac{\sigma_y^2}{A^2} + \dots} \quad (1-2-15)$$

第三节 误差的处理

在科学实验中,有时系统误差是影响实验结果准确度的主要因素,然而它又常常不明显地表现出来,有时会给实验结果带来严重的影响。因此,发现系统误差,估算它对结果的影响,设法修正、减小或消除它的影响,是误差分析的一个很重要的内容。由于系统误差涉及较深的数学和误差理论知识,更需要具备丰富的科学实验的专门知识,本章只作一般性介绍。我们先从一些简单、明显的情况出发,一方面对系统误差加深认识,同时,也学习一些简单的处理方法。随着知识的增加、经验的丰富,处理系统误差的能力就会得到不断的提高。下面结合几个具体例子来介绍处理简单系统误差的方法。

在物理实验中,可以把常见的系统误差分为两种。一种是可定系统误差,另一种是未定系统误差。

一、可定系统误差的处理

这种系统误差的特点是,它的大小和方向是确定的,因此,可以消除、减弱或修正。如实验方法和理论的不完善引起的系统误差以及实验仪器零点发生偏移等,都属于这种类型。

例1 伏安法测电阻

由于实验所用的电流表和电压表都具有内阻,因此,只用电压表的读数 V 和电流表的读数 I ,通过计算公式 $R = V/I$ 来计算电阻,就会引入系统误差。如果认为电表的仪器误差很小,那么,这个误差主要是由于测量方法所引起的,是一种可定的系统误差。为了消除、减弱或修正这一误差,可采取下面几种不同的处理方法。

寻找其他的测量方法,如用电桥平衡法测量电阻,这样就可以消除由于方法不当所引起的系统误差。如果方法不变,仍采用伏安法测电阻,那就要将待测电阻的阻值与有关电表的内阻进行比较,决定采用电流表内接还是外接以减小系统误差。除此之外,还可以从实验结果上加以修正,来消除由于系统误差的存在对测试结果的影响。

例2 用单摆测重力加速度

用单摆测重力加速度所依据的理论公式为:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} \quad (1)$$

但这一公式是在摆角 θ 很小时近似成立的,若在实验中 θ 较大,就会明显地出现系统误差。如果不使实验带来明确的系统误差,就应使用对单摆运行方程求解得到的准确公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{\theta}{2} + \cdots\right) \quad (2)$$

从上式可见,只有当 $\theta = 0$ 时才可得公式(1),在 $\theta \neq 0$ 时而采用式(1),实验结果都会存在误差。但在 θ 很小时(比如 $\theta < 5^\circ$)使用式(1)引起的系统误差很小,因此式(1)被普遍使用。

例3 用天平测质量

在用天平测质量时,往往认为天平是等臂的。但使用不太精密的天平时,总有微小的不等臂的因素存在。在不计及不等臂影响时,就会对测量结果造成可定的系统误差。对这样的系统误差,往往通过一些灵活的实验方法或技巧加以消除。对于本例,就可以采取交换砝码与待测物体再称量一次的办法来消除因天平不等臂所带来的系统误差。

二、未定系统误差的处理

实验中使用的各种仪器、仪表及各种量具,在制造时都有一个反映准确程度的极限误差指标,习惯上称之为仪器误差,用 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示。这个指标在产品说明书中都有明确的说明。例如 50g 的三等砝码,计量部门规定其极限误差为 2mg,即 $\Delta_{\text{仪}} = 2\text{mg}$ 。再如,电学实验中常用的电表,如果量程为 X_n ,准确度等级为 K ,则有 $\Delta_{\text{仪}} = X_n K\%$ 。对每种仪器误差的规定在每一个具体实验中都要介绍,在此不一一赘述。一般来说,仪器误差是构成测量过程中未定系统误差的重要成份。

从原则上讲,由于仪器的不准确而引起的系统误差,其大小和方向都应是确定的。那么,为什么还称其为未定的系统误差呢?其原因是,在使用某件仪器前,只知道 $\Delta_{\text{仪}}$,但这一指标只代表误差的极限范围。如上面提到的 50g 的砝码,在使用中只知道其误差不会超过 $\pm 2\text{mg}$,并未确切说是正还是负,也未说明大小到底是多少。如果想知道这些确切指标,必须用准确度等级较高的仪器进行校验。但在实验教学或一般使用中不可能也没有必要这样做。

未定系统误差的含义很广,远不止仪器误差一种。至于其他的未定系统误差,以后遇到时再加以介绍,对未定系统误差的处理也在后面介绍。

实际上,偶然误差与系统误差之间并不存在不可逾越的鸿沟,它们之间在一定条件下是可以相互转化的。此外,偶然误差与系统误差之间的区分有时也与时间因素有关。在短时间内基本上不变的误差显然可以视为系统误差。但随着时间的推移,很难避免受外界的偶然因素影响,故上述误差有可能出现随机的、统计的变化,而使本来为恒定的误差转化为偶然误差。