# 初中几何辅导练习

## 三年级上学期

江苏教育出版社

**初中几何辅导练习**

三年级上学期

初中数理化《辅导练习》编写组

江苏教育出版社出版

江苏省新华书店发行　　海门印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32　印张 4　字数 88,500

1985年6月第1版　1985年6月第1次印刷

印数 1－616,000册

书号：7351·131　　定价：0.54 元

责任编辑　王建军

# 编 者 的 话

为了帮助初中学生学好数学、物理、化学三门主科，提高他们的学习效果和发展智力、增强能力，根据教育部统编教材内容编写了这套《辅导练习》，供初中各年级学生使用。

这套《辅导练习》配合学生课堂学习和课后辅导与练习。各册的每章有学习辅导、本章要点、习题与自我检查题、阅读与思考四个内容。其中：学习辅导逐节从“基本内容”、“疑难分析”、“例题分析”、“练习”四个方面对学生进行辅导与练习，使他们熟悉基本内容，理解重要概念，掌握规律，学会习题的分析与解法。本章要点是使学生学完一章后的知识系统化，以利于进一步学习和应用。习题与自我检查题是学生学完一章后检查学习效果的手段。阅读与思考主要介绍一些与本章有关的新知识，拓宽学生的知识面。书末的综合练习主要供学生考察自己所学知识的综合运用能力，测验实际使用水平。

本书由王安琛、陈学礼、祁震等同志编写，刘荣和同志绘图。限于编者水平，不妥之处难免，欢迎广大读者批评指正。

初中数理化《辅导练习》编写组

一九八五年五月

# 目　录


第六章　相似形……………………………………………………（1）

Ⅰ、学习辅导……………………………………………………（1）

6.1 比例、比例线段……………………………………………（1）

6.2 平行线分线段成比例定理…………………………………（5）

6.3 三角形角平分线的性质……………………………………（13）

6.4 相似多边形…………………………………………………（20）

6.5 相似三角形…………………………………………………（23）

6.6 直角三角形中成比例的线段………………………………（33）

6.7 相似多边形的性质和判定…………………………………（39）

6.8 位似图形……………………………………………………（41）

Ⅱ、本章要点……………………………………………………（43）

Ⅲ、习题与自我检查题…………………………………………（45）

Ⅳ、阅读与思考…………………………………………………（55）

第七章　圆………………………………………………………（63）

Ⅰ、学习辅导……………………………………………………（63）

7.1 点和圆的位置关系、经过三点的圆………………………（63）

7.2 垂直于弦的直径、圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系
……………………………………………………………………（66）

7.3 圆周角………………………………………………………（71）

7.4 四点共圆……………………………………………………（77）

7.5 直线和圆的位置关系、切线的判定和性质………………（82）

7.6 三角形的内切圆、弦切角…………………………………（87）

7.7 相交弦定理、切割线定理…………………………………（94）

Ⅱ、习题与自我检查题…………………………………………（101）

附录　答案与提示………………………………………………（114）

# 第六章　相似形

## I　学习辅导

### 6.1　比例、比例线段

**【基本内容】**

用同一长度单位去量两线段所得量数的比，叫做这两条线段的比。

如果线段a和b的比等于线段c和d的比，即$a:b=c:d$，那么线段a、b、c、d叫做成比例的线段。其中线段b、c叫做比例内项，线段a、d叫做比例外项，线段d叫做线段a、b、c的第四比例项。

当线段a和b的比等于线段b和c的比，即$a:b=b:c$时，线段b叫做线段a和c的比例中项。

比例的性质：由于两线段的比是它们关于同一长度单位的量数的比，所以线段成比例问题实质就是它们的量数成比例的问题。因此，关于数的比和比例的各种性质，完全适用于线段的比和成比例的线段。这些性质是：

(1)　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Longleftrightarrow ad=bc$（比例的基本性质）

(2)　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Longrightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$　（反比定理）

(3) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Longrightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ (更比定理)

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Longrightarrow\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ (更比定理)

(4) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Longrightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ (合比定理)

(5) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Longrightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ (分比定理)

(6) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Longrightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$ (合分比定理)

(7) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots\cdots=\frac{m}{n}\Longrightarrow\frac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}=\frac{a}{b}$

(等比定理)

上述各式中所有的字母都不为零，用于线段时表示正数。(6)中$a-b\neq 0$，(7)中$b+d+\cdots+n\neq 0$。

**【疑难分析】**

由比例的基本性质可知$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$等价于$ad=bc$。

在由乘积式$ad=bc$变成比例式的过程中，初学者往往容易出错。避免出错的办法是：先将等式一边的两个字母固定在所要写的比例式的外项(或内项)的位置上，再将等式另一边的两个字母写在所要写的比例式的内项(或外项)的位置上，然后用比的符号连接起来。如将$ad=bc$中的a、d固定在所要写的比例式的外项的位置上，b、c就要写在所要写的比例式的内项位置上，即：

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}、\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\text{或}$$

$$\frac{d}{b}=\frac{c}{a},\quad \frac{d}{c}=\frac{b}{a}.$$

**【例题分析】**

**例** 已知$2x=3y=4z$ （x、y、z均不为零）

求 $\frac{x+3y}{3y-2z}$.

**解法一** 利用比例性质。

$$\because 2x=3y,\quad \therefore \frac{x}{3y}=\frac{1}{2},$$

$$\frac{x+3y}{3y}=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2} \quad \cdots\cdots①$$

$$\because 3y=4z,\quad \therefore \frac{3y}{2z}=\frac{1}{2},\quad \frac{3y}{3y-2z}=\frac{2}{2-1}=2 \quad \cdots\cdots②$$

①×②得：

$$\frac{x+3y}{3y-2z}=\frac{3}{2}\times 2=3.$$

**解法二** 用同一个字母z来表示x和y。

$$\because 2x=3y=4z,$$

$$\therefore x=2z,\quad y=\frac{4}{3}z.$$

$$\therefore \frac{x+3y}{3y-2z}=\frac{2z+3\times\frac{4}{3}z}{3\times\frac{4}{3}z-2z}=\frac{6z}{2z}=3.$$

**解法三** 令比值为k。

设 $\dfrac{x}{\frac{1}{2}}=\dfrac{y}{\frac{1}{3}}=\dfrac{z}{\frac{1}{4}}=k$,

则 $x=6k$, $y=4k$, $z=3k$。

代入得:

$$\frac{x+3y}{3y-2z}=\frac{6k+12k}{12k-6k}=\frac{18k}{6k}=3.$$

**注** 1.上例中,$2x=3y=4z$,实质上,它等价于$x:y:z=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$或$\frac{x}{6}=\frac{y}{4}=\frac{z}{3}$.但不能误认为$x:y:z=2:3:4$。

2.已知比例式进行计算或证题时,通常采用的方法(1)直接利用比例的性质;(2)用已知比例式中的某一个字母的表达式来表示其它各字母,使所求的式子转换成关于这个字母的式子;(3)当已知的比例式是以连比的形式出现时,可设比值为k,使所求的式子转换成关于k的式子来解.

**【练 习】**

1.线段$a=6$厘米,线段$b=2$厘米,则a、b、$a+b$的第四比例项是________厘米,$a+b$与$a-b$的比例中项是________厘米。

2.若$5x-10y=0$,则$x:y=$________;

若$a^2x-by=b^2x+ay$,($a^2-b^2\neq0$),则$x:y=$________________.

3.已知△ABC中,三个内角的比$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$,则$\angle A=$\_\_\_\_,$\angle B=$\_\_\_\_,$\angle C=$____。

4.已知$\frac{x}{4}=\frac{y}{3}=\frac{z}{2}$(x、y、z均不为零),则

$x:y:z=$ ______ : ______ : ______ , $\frac{x+y+z}{(\quad)}=\frac{x}{(\quad)}$ ;

$\frac{x+y+z}{x}=$ ______________ .

5.已知$\frac{x+y}{x-y}=\frac{a}{b}$，则$\frac{x}{y}=$ ________ ,

$\frac{x}{x-y}=$ ________ .

6.已知$\frac{x}{4}=\frac{y}{8}=\frac{z}{2}$（x、y、z均不为零），则

$\frac{x+2y+3z}{3x-2y+z}=$ ______________ .

7.已知　$x^2+xy-y^2=0\ (y\neq0)$，则$\frac{x}{y}=$ ________ .

（提示：解关于x的方程，求出用y表示x的代数式）

8.已知$\frac{y+z}{x}=\frac{z+x}{y}=\frac{x+y}{z}=K$，则K= ________

或 ________ .

（提示：要分$x+y+z\neq0$和$x+y+z=0$两种情况考虑）

## 6.2　平行线分线段成比例定理

**【基本内容】**

1.三条平行线截两条直线，所得的四条线段对应成比例。

如图6—1，$AA'\parallel BB'\parallel CC'\Longrightarrow AB:A'B'=AC:A'C'=BC:B'C'$.

2.平行于三角形一边的直线，在其它两边上所截得的对应线段成比例，逆命题也成立。

如图6—2，△ABC中，D、E分别在AB和AC上，则$DE\parallel BC\Longleftrightarrow AD:DB=AE:EC$ 或 $AD:AE=$

DB：EC或AD：AE＝AB：AC。

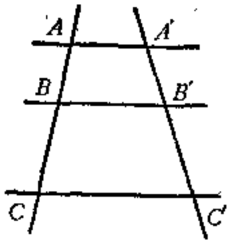



图 6-1

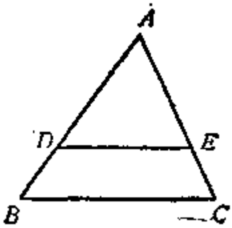



图 6-2

**【疑难分析】**

1.在确定的同一几何图形中，线段的比和面积的比都是数，它们之间是有联系的，因此有些关于线段成比例的定理可以通过面积的比来证明。如平行线截三角形两边成比例定理就可以通过面积来证明。

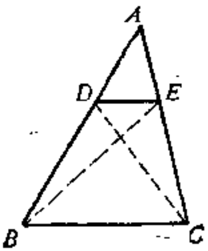



图 6-3

已知：△ABC中，DE∥BC。

求证：$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$。

证明：连接BE和CD，

因为两个等高的三角形面积的比等于它们的底边长之比，

$\therefore$有$\frac{AD}{DB}=\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DBE}}$，$\frac{AE}{EC}=\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ECD}}$

又$\because$在梯形BCED中，DE∥BC，

$\therefore S_{\triangle DBE}=S_{\triangle ECD}$。

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DBE}}=\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ECD}}$，　$\therefore \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$。

2.在运用平行线分线段成比例定理及平行线截三角形两边成比例定理时，应特别注意对应的问题，初学者可结合图

形，按一定的"口诀"来帮助记忆。

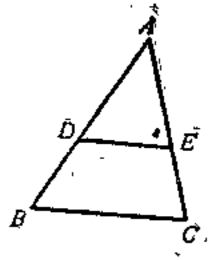


图 6-4

如图6-4，△ABC中，DE∥BC，结合图形按口诀"上比下等于上比下"，可得$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$；按口诀"上比全等于上比全"，可得$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$；按口诀"左比右等于左比右"，可得$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$。

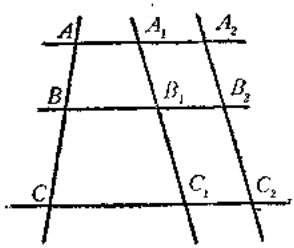


图 6-5

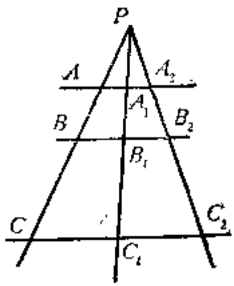


图 6-6

3. 三条(或三条以上)线段被三条(或三条以上)平行线所截，可以得到更多的比例式。

如图6-5，$AA_2 \parallel BB_2 \parallel CC_2$，

则 $AB : BC : AC = A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1$

$= A_2B_2 : B_2C_2 : A_2C_2$

如果被截的线段相交于一点。如图6-6，

则有$PA : AB : BC = PA_1 : A_1B_1 : B_1C_1$

$= PA_2 : A_2B_2 : B_2C_2$。

$PA:PA_1:PA_2=AB:A_1B_1:A_2B_2=BC:B_1C_1:B_2C_2$

4。如图6－7，△ABC中，DE∥BC，则$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$及$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$。此两结论取决于DE∥BC，而与DE的位置无关。当DE∥BC，而DE处于下列图形(见图6－8)中的位置时，结论仍然成立。

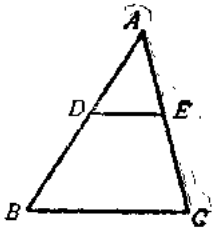


图 6-7

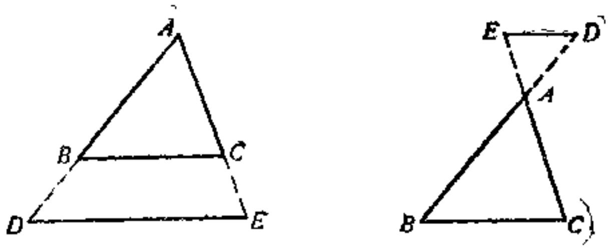


图 6-8

【例题分析】

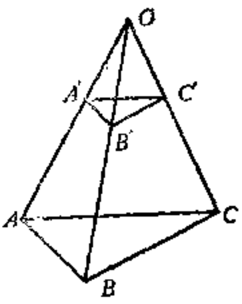


图 6-9

**例1** 如图6－9，已知AA′、BB′、CC′相交于点O，

AB∥A′B′，AC∥A′C′，

求证：BC∥B′C′。

**分析** 从已知来看，本题不能运用平行线的判定定理来证，故只能运用平行于三角形一边的直线，在其它两边上所截得的对应线段成比例的逆

定理来证，即要设法证明$\frac{OB'}{B'B}=\frac{OC'}{C'C}$，这可根据题意并运用有关定理经过变换证得。

**证明** 在△OAB中，∵$A'B'\parallel AB$，

∴$OA':A'A=OB':B'B$。

在△OAC中，∵$A'C'\parallel AC$，

∴$OA':A'A=OC':C'C$。

∴$OB':B'B=OC':CC'$。

∴$BC\parallel B'C'$。

**注** 由平行线截线段推得线段成比例，由线段成比例判定直线平行，是常用的方法。由几组平行线得出比例式进行转换，也是计算或证明的常用方法。

**例2** 已知：P为△ABC中AC边上一点，Q为CB延长线上一点，并且$AP=BQ$，PQ交AB于R（如图6—10）。

求证 $PR:RQ=BC:AC$。

**分析** 要证四条线段PR、RQ、BC、AC成比例，而PR、RQ在线段PQ上，BC、AC是三角形ABC的两条边，不能直接证得，故需要找一个“中间比”进行过渡。根据目前已学定理，只能从平行线截得比例线段定理来考虑，这就需要添置平行线。结合图形及题意可知，这条平行线应过P点且平行于AB。

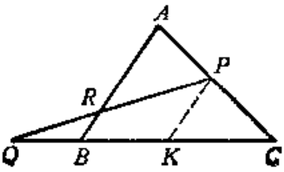



图 6-10

**证明** 过P点作$PK\parallel AB$，交BC于K，

则$PR:RQ=KB:BQ$，

∵$AP=BQ$，∴$PR:RQ=BK:AP$。

又∵ $PK \parallel AB$，∴ $BK : AP = BC : AC$。

∴ $PR : RQ = BC : AC$。

**注** 添置平行线找出"中间比"进行转换，是证明线段成比例的常用方法。

**例3** 已知：▱ABCD中，E为DC延长线上的一点，AE交BD、BC于G、F（如图6—11）。

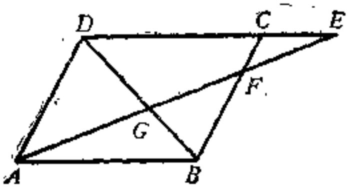


图 6-11

求证 $AG^2 = GE \cdot GF$。

**分析** 要证明 $AG^2 = GE \cdot GF$，即要证明 $GE : AG = AG : GF$。由于AG、GE、GF在线段AE上，不能直接应用平行线截线段成比例定理证得，需找"中间比"进行过渡。

**证明** $AB \parallel CD \Longrightarrow \dfrac{AG}{GE} = \dfrac{BG}{GD}$， ……①

$AD \parallel BC \Longrightarrow \dfrac{AG}{GF} = \dfrac{GD}{BG}$， ……②

①×②得 $\dfrac{AG}{GE} \cdot \dfrac{AG}{GF} = 1$，

∴ $AG^2 = GE \cdot GF$。

**注** 要证明四条线段的两两乘积相等，一般是将乘积式转换为比例式，然后借助于已学定理和等量代换等知识进行证明。

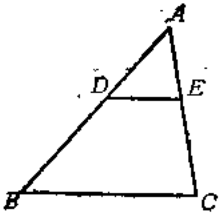
**【练习】**

1.如图，△ABC中，$DE \parallel BC$，$\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{3}{2}$。

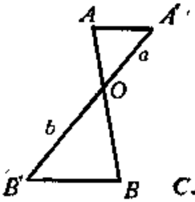
则$\frac{BD}{AD}=$______，$\frac{EC}{AE}=$______，

$\frac{AB}{AD}=$______，$\frac{EC}{AC}=$______.

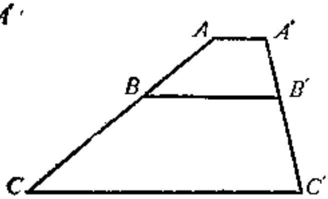
2.上题中，如果$AD^2:AB^2=1:2$，那么$\frac{AE}{EC}=$______.



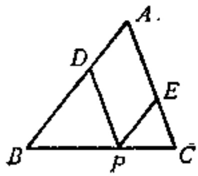

（第1、2题）




（第3题）




（第4题）




（第5题）

3.如图，AB与A′B′相交于O，AA′∥BB′，A′O＝a，OB′＝b，则AO：OB＝______，AB：AO＝______.

4.如图，AA′∥BB′∥CC′，AB＝B′C′，A′B′＝4，BC＝9，则AC＝______，A′C′＝______.

5.如图，△ABC中，P在BC上，四边形ADPE为平行四边形，则$\frac{BD}{DA}\cdot\frac{CE}{EA}=$______，$\frac{BD}{BA}+\frac{CE}{CA}=$______.

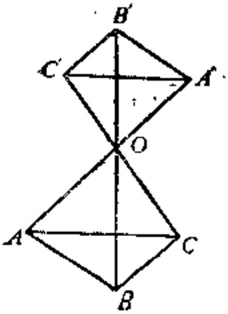
6.如图，AA′、BB′、CC′相交于点O，AB∥A′B′，AC∥A′C′.

求证：BC∥B′C′.

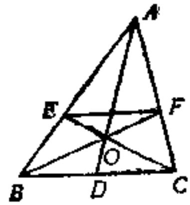
7.如图，△ABC中，D为BC边上的中点，在AD上取一点O，BO交AC于F，CO交AB于E，连结EF.

求证：EF∥BC.

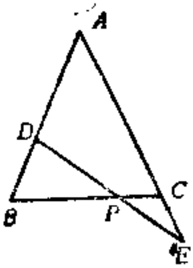
（提示：延长OD到K使DK＝DO，连结BK，CK证之）




（第6题）



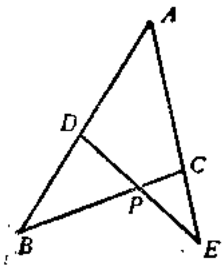

（第7题）



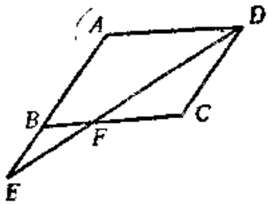

（第8题）

8．如图，△ABC中，AB＝AC，P为BC边上一点，过P点的直线交AB于D、交AC的延长线于E．

求证：PD∶PE＝BD∶CE．




（第9题）




（第10题）

9．已知△ABC中，P为BC边上一点，过P作直线DE交AB于D、交AC的延长线于E，且DP＝PE．

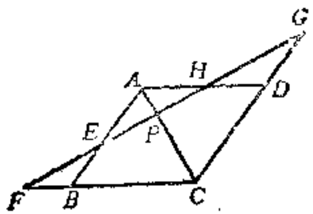
求证：AB∶AC＝DB∶CE．

10．过▱ABCD的顶点D作直线交BC及AB的延长线于F、E．

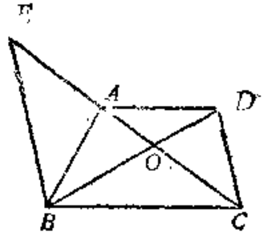
求证：AE∶AB＝AD∶CF．

11．过▱ABCD的对角线AC上一点P，作直线交AB、BC、CD、DA或其延长线于E、F、G、H．

求证：PE·PF＝PG·PH。




（第11题）




（第12题）

12.如图，梯形ABCD中，AD∥BC，BE∥CD，BE与CA的延长线相交于E。

求证：$OC^2＝OA·OE$。

## 6.3　三角形角平分线的性质

**【基本内容】**

1.三角形的内角平分线内分对边所得的两条线段和这个角的两边对应成比例.逆命题也成立（见图 6—12）.

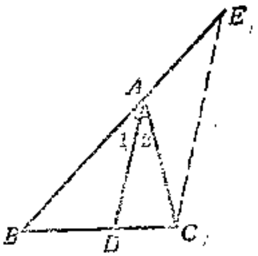



图　6-12

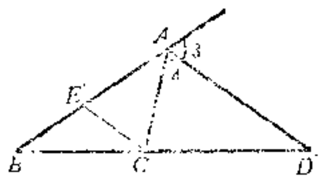



图　6-13

2.三角形的外角平分线外分对边所得的两条线段和这个角的两边对应成比例,逆命题也成立（见图 6—13）.