

陈文灯《数学复习指南》浓缩精华版

2007版

理工类

考研数学轻巧手册

主编 陈文灯 黄先开
曹显兵 施明存
殷先军

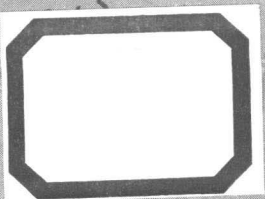
最新大纲说明
命题规律分析
核心题型串讲
应试专项突破
解题技巧荟萃
数学公式必背

世界图书出版公司



陈文灯《数学

精华版



2007版

理工类

考研数学轻巧手册

【理工类】主编 陈文灯 黄先开
曹显兵 施明存
殷先军

世界图书出版公司

图书在版编目(CIP)数据

考研数学轻巧手册. 理工类/陈文灯等编著. - 北京: 世界图书出版公司北京公司, 2001. 10

ISBN 7-5062-5220-1

I. 数… II. 陈… III. 高等数学-研究生-自学参考资料
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 072077 号

考研数学轻巧手册(理工类)

主 编: 陈文灯 黄先开 曹显兵 施明存 殷先军

责任编辑: 李根宾

封面设计: 林娜娜

出 版: 世界图书出版公司北京公司

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(北京朝内大街 137 号 邮编: 100010 电话: 88861708)

销 售: 各地新华书店

印 刷: 廊坊人民印刷厂印刷

开 本: 787 × 1092 毫米 1/32

印 张: 6

字 数: 156 千字

版 次: 2006 年 2 月第 1 版 2006 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 7-5062-5220-1/O · 330

定价: 8.00

服务热线 010-88861708

前言

“得数学者得天下”，考研数学满分 150 分说明了一切。我在文登学校近十年的考研辅导中，直接接触或面对了很多考生，我的结论是：数学获高分并不只是“智者”的专利。每年，广大考生们几乎把愚著《数学复习指南》当作“准教材”在备考使用，这使我倍感欣慰，同时也倍感压力与责任。

为了适应新的更加激烈的考研形势，我们在《数学复习指南》的基础上编写了其浓缩精华版——《数学轻松手册》。对《数学复习指南》各重要知识点、考点进行有机“串联”，总结归纳出考研数学中经常出现的核心题型、解题技巧、必背公式等，帮助考生在中后期复习阶段梳理思路，理解记忆，轻松应对考研。

本书根据《2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》编写。包括考研数学综述、核心题型串讲、专项突破、解题技巧荟萃、数学必背公式五个部分，具体内容安排如下：

◎【考研数学综述】

阐述考研数学的命题原则、试卷分类及适用的专业；分析说明考试大纲、考试内容及考试要求。

◎【核心题型串讲】

通过对历年真题的研究，归纳总结出 41 中核心题型，对每一种核心题型，分析命题规律。给出近十年，特别是近三年的命题情况，使考生在较短时间内了解命题趋势，把握重点题型，做到有的放矢。

◎【专项突破】

函数方程的求解、不等式的证明、应用题、综合题等几个专项一直是考研数学的重头戏，在考试中所占的分值很高。通过对这几个专项不同解题技巧的学习，考生成绩将

有一个质的飞跃。

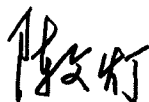
◎【解题技巧荟萃】

归纳总结数学考试中常用到的解题技巧。考生通过对微积分快速解题型、变量代换法、辅助函数法、单项选择题的解题技巧的学习,可迅速拔高快速、准确、灵活的解题能力。

◎【数学必背公式】

牢记重要的定理和公式不仅可以使考生应试时节省“追忆”“推演”的时间,同时也可少犯错用定理、公式的错误。

本书适合读者在看完《数学复习指南》后作复习总结之用,也可在临考前当作“背诵手册”之用,希望读者在看完本书后,对数学有全新认识的同时,数学成绩也有质的飞跃。



2006年2月

考研数学综述

- 考研数学命题说明 1
- 数学试卷分类及适用专业说明 2
- 数学一考试大纲说明 3
- 数学二考试大纲说明 16

核心题型串讲

- 高等数学 四种思维定势 25
 - 命题规律分析及二十七种核心题型 28
- 线性代数 八种思维定势 51
 - 命题规律分析及八种核心题型 57
- 概率论与数理统计* 九种思维定势 66
 - 命题规律分析及六种核心题型 73

专项突破

- 函数方程的求解 77
- 等式与不等式的证明 83
- 高等数学中的应用题 91
- 综合题 100

解题技巧荟萃

- 高等数学中的快速解题技巧 115
- 单项选择题的解题技巧 136
- 常用的变量替换 141
- 辅助函数作法技巧综述 156

数学必背公式

- 高等数学中的必背公式 167
- 线性代数中的必背公式 177
- 概率统计中的必背公式* 179

第一部分 考研数学综述



考研数学命题说明

1. 考试性质

实行全国硕士研究生入学统一考试是目前我国招收研究生的主要方法,是评价考生能力水平的主要手段. 硕士研究生入学统一考试的科目一般有五科:政治、外语(英、日、俄)、两门专业课,其中,政治、外语实行全国统考,专业课及部分专业基础课由招生学校组织命题考试. 从1987年开始,工学、经济学各专业的专业基础课数学实行全国统一命题考试. 从1999年开始,管理学门类的各学科、专业也统考数学,这项考试称为全国硕士研究生入学数学统一考试.

全国硕士研究生入学数学考试是为招收工学、经济学、管理学硕士研究生而实施的具有选拔功能的水平考试. 它的指导思想是既要有利于国家高层次人才的选拔,也要有利于促进高等学校各类数学课程教学质量的提高.

为了体现工学、经济学、管理学不同学科专业对硕士研究生入学应具备的数学知识和能力的不同要求,数学考试分为四个卷种,即数学一、数学二、数学三和数学四. 数学一适合于对数学要求较高的工学各专业,数学二适合于对数学要求较低的工学、管理学相关专业,数学三适合对于数学要求较高的经济学各专业,数学四适合于对数学要求较低的经济学各专业,而且对不同卷种的考试内容有不同的要求.

2. 命题的基本原则

① 严格按照教育部当年颁布《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》规定的考试内容和考试要求进行命题.

② 试题以考查数学的基本概念、基本方法和基本原理为主,在此基础上加强对考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思



思维能力、空间想象能力和综合运用所学知识解决实际问题的能力考查。

③ 试题编制要符合各种题型编制原则。

④ 保持历年试题难度的稳定。

⑤ 试题编制应科学、公正、规范。

3. 考试方法和考试时间

全国硕士研究生入学数学考试采用闭卷、笔试形式,考试时间为 180 分钟。



数学试卷分类及适用专业说明

根据工学、经济学、管理学各学科和专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和能力的不同要求,将数学统考试卷分为数学一、数学二、数学三、数学四。每种试卷适用的招生专业如下:

☆ 须使用数学一的招生专业

① 工学门类中的力学、机械工程、光学工程、仪器科学与技术、冶金工程、动力工程及工程热物理、电气工程、电子科学与技术、信息与通信工程、控制科学与工程、计算机科学与技术、土木工程、水利工程、测绘科学与技术、交通运输工程、船舶与海洋工程、航空宇航科学与技术、兵器科学与技术、核科学与技术、生物医学工程等 20 个一级学科中所有的二级学科、专业;

② 授工学学位的管理科学与工程一级学科。

☆ 须使用数学二的招生专业

工学门类中的纺织科学与工程、轻工技术与工程、农业工程、林业工程、食品科学与工程等 5 个一级学科中所有的二级学科、专业。

☆ 须选用数学一或数学二的招生专业(由招生单位自定)

工学门类中的材料科学与工程、化学工程与技术、地质资源与地质工程、矿业工程、石油与天然气工程、环境科学与工程等一级学科中对数学要求较高的二级学科、专业选用数学一,对数学要求较低的选用数学二。



数学一考试大纲说明

考试科目

高等数学、线性代数、概率论与数理统计

一、高等数学

1. 函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立

数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限和右极限 无穷小和无穷大的概念及其关系 无穷小的性质及无穷小的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

考试要求

(1) 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立简单应用问题的函数关系。

(2) 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

(3) 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。

(4) 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。

(5) 理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系。

(6) 掌握极限的性质及四则运算法则。

(7) 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。

(8) 理解无穷小、无穷大的概念，掌握无穷小的比较方法，

会用等价无穷小求极限.

(9) 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.

(10) 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理),并会应用这些性质.

2. 一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性 微分中值定理 洛必达(L'Hospital)法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数的最大值与最小值 弧微分 曲率的概念 曲率半径

考试要求

(1) 理解导数和微分的概念,理解导数与微分的关系,理解导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,了解导数的物理意义,会用导数描述一些物理量,理解函数的可导性与连续性之间的关系.

(2) 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,掌握基本初等函数的导数公式.了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性,会求函数的微分.

(3) 了解高阶导数的概念,会求简单函数的高阶导数.

(4) 会求分段函数的导数.会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数.

(5) 理解并会用罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理和泰勒(Taylor)定理,了解并会用柯西(Cauchy)中值定理.

(6) 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法.

(7) 理解函数的极值概念,掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法,掌握函数最大值和最小值的求法及其简



单应用.

(8) 会用导数判断函数图形的凹凸性, 会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线, 会描绘函数的图形.

(9) 了解曲率和曲率半径的概念, 会计算曲率和曲率半径.

3. 一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿-莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 广义积分 定积分的应用

考试要求

- (1) 理解原函数的概念, 理解不定积分和定积分的概念.
- (2) 掌握不定积分的基本公式, 掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理, 掌握换元积分法与分部积分法.
- (3) 会求有理函数、三角函数有理式和简单无理函数的积分.
- (4) 理解积分上限的函数, 会求它的导数, 掌握牛顿-莱布尼茨公式.
- (5) 了解广义积分的概念, 会计算广义积分.
- (6) 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量(平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力、质心等) 及函数的平均值.

4. 向量代数和空间解析几何

考试内容

向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积 向量的混合积 两向量垂直、平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程、直线方程 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件 点到平面和点到直线的距离 球面 母线平行于



坐标轴的柱面 旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程 常用的二次曲面方程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

考试要求

- (1) 理解空间直角坐标系,理解向量的概念及其表示.
- (2) 掌握向量的运算(线性运算、数量积、向量积、混合积),了解两个向量垂直、平行的条件.
- (3) 理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式,掌握用坐标表达式进行向量运算的方法.
- (4) 掌握平面方程和直线方程及其求法.
- (5) 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角,并会利用平面、直线的相互关系(平行、垂直、相交等)解决有关问题.
- (6) 会求点到直线以及点到平面的距离.
- (7) 了解曲面方程和空间曲线方程的概念.
- (8) 了解常用二次曲面的方程及其图形,会求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程.
- (9) 了解空间曲线的参数方程和一般方程.了解空间曲线在坐标平面上的投影,并会求其方程.

5. 多元函数微分学

考试内容

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上多元连续函数的性质 多元函数的偏导数和全微分 全微分存在的必要条件和充分条件 多元复合函数、隐函数的求导法 二阶偏导数 方向导数和梯度 空间曲线的切线和法平面 曲面的切平面和法线 二元函数的二阶泰勒公式 多元函数的极值和条件极值 多元函数的最大值、最小值及其简单应用

考试要求

- (1) 理解多元函数的概念,理解二元函数的几何意义.
- (2) 了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质.



(3) 理解多元函数偏导数和全微分的概念, 会求全微分, 了解全微分存在的必要条件和充分条件, 了解全微分形式的不变性.

(4) 理解方向导数与梯度的概念并掌握其计算方法.

(5) 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法.

(6) 了解隐函数存在定理, 会求多元隐函数的偏导数.

(7) 了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念, 会求它们的方程.

(8) 了解二元函数的二阶泰勒公式.

(9) 理解多元函数极值和条件极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件, 了解二元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会用拉格朗日乘数法求条件极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 并会解决一些简单的应用问题.

6. 多元函数积分学

考试内容

二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用 两类曲线积分的概念、性质及计算 两类曲线积分的关系 格林 (Green) 公式 平面曲线积分与路径无关的条件 二元函数全微分的原函数 两类曲面积分的概念、性质及计算 两类曲面积分的关系 高斯 (Gauss) 公式 斯托克斯 (Stokes) 公式 散度、旋度的概念及计算 曲线积分和曲面积分的应用

考试要求

(1) 理解二重积分、三重积分的概念, 了解重积分的性质, 了解二重积分的中值定理.

(2) 掌握二重积分的计算方法 (直角坐标、极坐标), 会计算三重积分 (直角坐标、柱面坐标、球面坐标).

(3) 理解两类曲线积分的概念, 了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系.

(4) 掌握计算两类曲线积分的方法.

(5) 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件, 会求二元函数全微分的原函数.

(6) 了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系, 掌握计算两类曲面积分的方法, 会用高斯公式、斯托克斯公



式计算曲面、曲线积分.

(7) 了解散度与旋度的概念,并会计算.

(8) 会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量(平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、质心、转动惯量、引力、功及流量等).

7. 无穷级数

考试内容

常数项级数的收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念
级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与 p 级数及其收敛性 正项级数收敛性的差别法 交错级数与莱布尼茨定理 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 函数项级数的收敛域与和函数的概念 幂级数及其收敛半径、收敛区间(指开区间)和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 初等函数的幂级数展开式 函数的傅里叶(Fourier)系数与傅里叶级数 狄利克雷(Dirichlet)定理 函数在 $[-l, l]$ 上的傅里叶级数 函数在 $[0, l]$ 上的正弦级数和余弦级数.

考试要求

(1) 理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念,掌握级数的基本性质及收敛的必要条件.

(2) 掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件.

(3) 掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法,会用根值判别法.

(4) 掌握交错级数的莱布尼茨判别法.

(5) 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系.

(6) 了解函数项级数的收敛域及和函数的概念.

(7) 理解幂级数收敛半径的概念,并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法.

(8) 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质(和函数的连续性、逐项求导和逐项积分),会求一些幂级数在收敛区间内的和函数,并会由此求出某些数项级数的和.

(9) 了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件.

(10) 掌握 e^x 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 、及 $(1+x)^a$ 的麦克劳林展开式, 会用它们将一些简单函数间接展开成幂级数.

(11) 了解傅里叶级数的概念和狄利克雷收敛定理, 会将定义在 $[-l, l]$ 上的函数展开为傅里叶级数, 会将定义在 $[0, l]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数, 会写出傅里叶级数的和的表达式.

8. 常微分方程

考试内容

常微分方程的基本概念 变量可分离的微分方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 伯努利(Bernoulli)方程 全微分方程 可用简单的变量代换求解的某些微分方程 可降阶的高阶微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程 高于二阶某些常系数齐次线性微分方程 简单的二阶常系数非齐次线性微分方程 欧拉(Euler)方程 微分方程的简单应用

考试要求

(1) 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念.

(2) 掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的解法.

(3) 会解齐次微分方程、伯努利方程和全微分方程, 会用简单的变量代换解某些微分方程.

(4) 会用降阶法解下列微分方程: $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$ 和 $y'' = f(y, y')$.

(5) 理解线性微分方程解的性质及解的结构.

(6) 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法, 并会解某些高于二阶的常系数齐次线性微分方程.

(7) 会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程.

(8) 会解欧拉方程.

(9) 会用微分方程解决一些简单的应用问题.



二、线性代数

1. 行列式

考试内容

行列式的概念和基本性质 行列式按行(列)展开定理

考试要求

- (1) 了解行列式的概念,掌握行列式的性质.
- (2) 会应用行列式的性质和行列式按行(列)展开定理计算行列式.

2. 矩阵

考试内容

矩阵的概念 矩阵的线性运算 矩阵的乘法 方阵的幂
方阵乘积的行列式 矩阵的转置 逆矩阵的概念和性质
矩阵可逆的充分必要条件 伴随矩阵 矩阵的初等变换 初等矩阵 矩阵的秩 矩阵的等价 分块矩阵及其运算

考试要求

- (1) 理解矩阵的概念,了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵以及它们的性质.
- (2) 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律,了解方阵的幂与方阵乘积的行列式的性质.
- (3) 理解逆矩阵的概念,掌握逆矩阵的性质以及矩阵可逆的充分必要条件,理解伴随矩阵的概念,会用伴随矩阵求逆矩阵.
- (4) 理解矩阵初等变换的概念,了解初等矩阵的性质和矩阵等价的概念,理解矩阵的秩的概念,掌握用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法.
- (5) 了解分块矩阵及其运算.

3. 向量

考试内容

向量的概念 向量的线性组合和线性表示 向量组的线性相关与线性无关 向量组的极大线性无关组 等价向量组

向量组的秩 向量组的秩与矩阵的秩之间的关系 向量空间以及相关概念 n 维向量空间的基变换和坐标变换 过渡矩阵 向量的内积 线性无关向量组的正交规范化方法 规范正交基 正交矩阵及其性质

考试要求

- (1) 理解 n 维向量、向量的线性组合与线性表示的概念.
- (2) 理解向量组线性相关、线性无关的概念, 掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法.
- (3) 理解向量组的极大线性无关组和向量组的秩的概念, 会求向量组的极大线性无关组及秩.
- (4) 理解向量组等价的概念, 理解矩阵的秩与其行(列)向量组的秩之间的关系.
- (5) 了解 n 维向量空间、子空间、基底、维数、坐标等概念.
- (6) 了解基变换和坐标变换公式, 会求过渡矩阵.
- (7) 了解内积的概念, 掌握线性无关向量组正交规范化的施密特(Schmidt)方法.
- (8) 了解规范正交基、正交矩阵的概念以及它们的性质.

4. 线性方程组

考试内容

线性方程组的克莱姆(Cramer)法则 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件 非齐次线性方程组有解的充分必要条件 线性方程组解的性质和解的结构 齐次线性方程组的基础解系和通解 解空间 非齐次线性方程组的通解

考试要求

- (1) 会用克莱姆法则.
- (2) 理解齐次线性方程组有非零解的充分必要条件及非齐次线性方程组有解的充分必要条件.
- (3) 理解齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念, 掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法.
- (4) 理解非齐次线性方程组解的结构及通解的概念.
- (5) 掌握用初等行变换求解线性方程组的方法.

