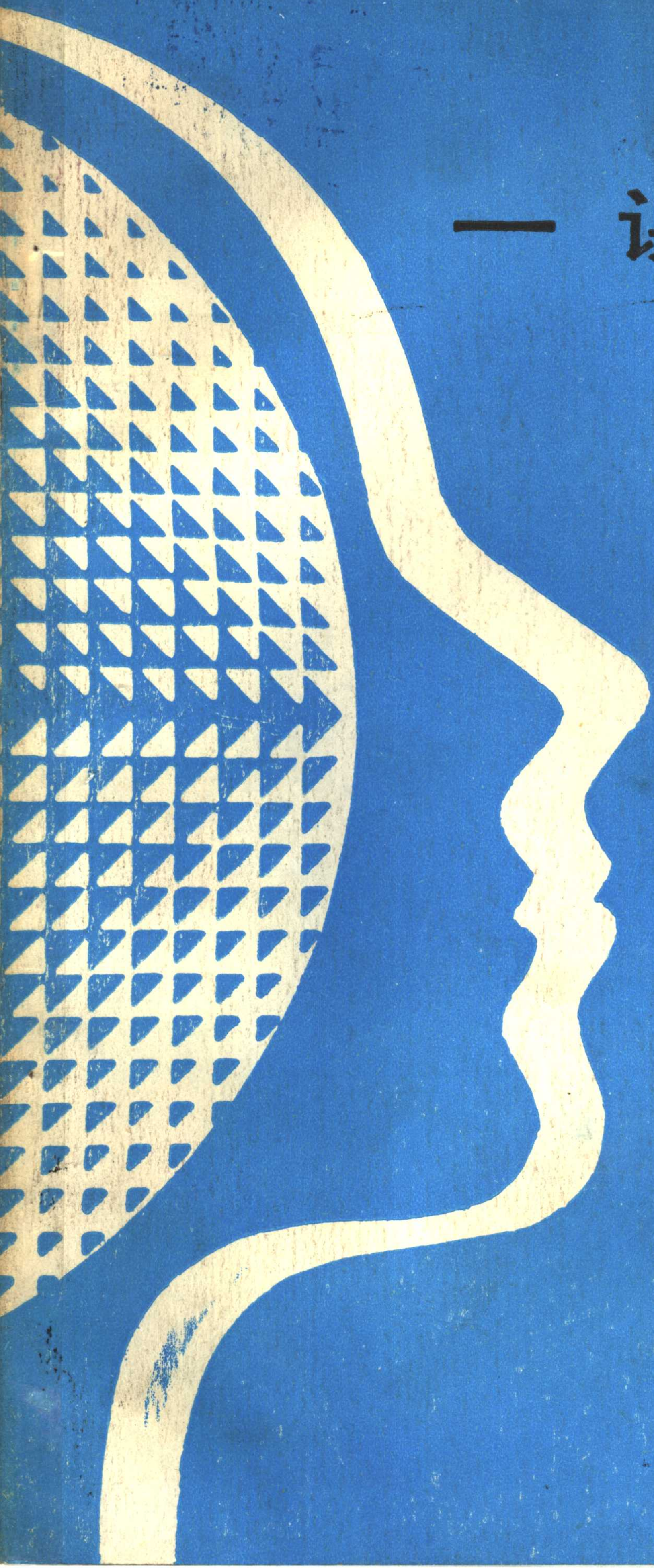


青年职工学习辅导丛书

高中平面解析几何

一课一练

（上册）

（供高二第一学期程度用）

梅向明　主编

電子工業出版社

青年职工学习辅导丛书

高中平面解析几何

一课一练

（上册）

（供高二第一学期程度用）

梅向明 主编

電子工業出版社

高中平面解析几何

一 课 一 练（上册）

梅向明　主编

*

电子工业出版社出版（北京市万寿路）

山东电子工业印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

开本：787×1092　1/16　印张：6.875字数：168千字

1988年5月第1版　1988年5月第1次印刷

印数：1－46700册　　定价：1.50元

ISBN 7－5053－0226－4/G·37

出 版 说 明

当前我部广大青年职工的文化技术素质远不能满足电子工业迅速发展的需要，对他们进一步加强文化技术培训是当务之急。为配合这一工作，同时也为满足广大青年职工自学的要求，现据读者的反应和需要，本着少、精、活的原则，我们特编写了一套《青年职工学习辅导丛书》一课一练，旨在帮助读者在较短的时间内能高效地掌握基础知识和基本技能，得到应有的基本功训练。

本书的每次内容均包括预习要点、课堂练习、课外作业三部分。预习要点向读者指明了本课题的重点、难点，内容间的前后联系，以及解决难点的关键；练习和作业中编选了适量阶梯细密、突出双基、前后呼应、培养能力的习题。在每个单元和每章之后，又配备了适量的复习题和自我检查题，期望能对提高学习质量和检测自学效果起到良好的作用。

本书由中国数学协会普及委员会主任、北京师范学院副院长兼数学系主任梅向明教授主编。参加本书编写的有王建民、任光辉、姚印发、陆乘、周沛耕、李鸿元、朱传渝、戴志年、邴福林、李冰、郑学遐等数学教师。

诚恳欢迎广大读者对本书提出宝贵意见和建议。

编 者

月　　日　　第一章　第1次

课题：有向线段、两点的距离（一）

预习要点

1．什么叫做有向直线？

2．什么叫做有向线段？有向线段怎样表示？

3．有向线段的数量是怎样定义的？

4．数轴上任意一点P的坐标与有向线段$\overline{OP}$的数量有什么关系？

5．如果数轴上任意两点A、B的坐标分别是x_1、x_2，那么有向线段$\overline{AB}$的数量的计算公式是______.它是怎样证明的？

课堂练习

已知数轴上的点A、B、C的坐标分别为1，2，3．

（1）求AB，CB的数量；

（2）如果在x轴上还有两个点D、E，且$AD=2.5$，$CE=-3$

求D、E的坐标．

课外作业

1．说明有向线段的数量和长度之间的关系．

2．（1）　若$AB=3$，则有向线段$\overline{AB}$的方向和数轴的方向___，$|AB|=$___，$BA=$___.

（2）　若有向线段AB的方向和数轴的方向相同，且$|AB|=\sqrt{2}$，则$AB=$___，$BA=$___.

3．已知数轴上A、B两点的坐标分别是x_1，x_2，求有向线段$\overline{AB}$和$\overline{BA}$的数量．

（1）　$x_1=8$，$x_2=6$．

（2）　$x_1=4$，$x_2=0$．

（3）　$x_1=a^2-ab$，$x_2=b^2-ab$．

(4) $x_1 = 1-\sqrt{2}$, $x_2 = 1+\sqrt{2}$.

4．A、B是数轴上的两个点，坐标分别是x_1、x_2.

(1) $x_2 = 3$，$AB = 5$，求x_1，$\overline{BA}$，$|AB|$.

(2) $x_1 = -1$，$AB = -4$，求x_2，$\overline{BA}$，$|AB|$.

(3) $x_2 = 0$，$|AB| = 2$，求x_1，AB.

(4) $x_2 = -5$，$|AB| = 5$，求x_1，AB.

5．如图1－1，已知两点$A(-3, 2)$、$B(2, -1)$．过A、B作x轴的垂线，垂足分别是C、D；过A、B作y轴的垂线，垂足分别是E、F. 那么，有向线段$\overline{CD}$、$\overline{EF}$分别叫做有向线段$\overline{AB}$在x轴、y轴上的投影.
求：CD、$|CD|$及EF、$|EF|$.

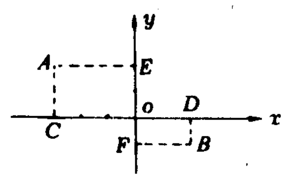


图 1－1

思考题

五边形$ABCDE$的各顶点在数轴上的正射影分别是A'、B'、C'、D'、E'，求$A'B' + B'C' + C'D' + D'E' + E'A'$.

月　　日　　第一章　第2次

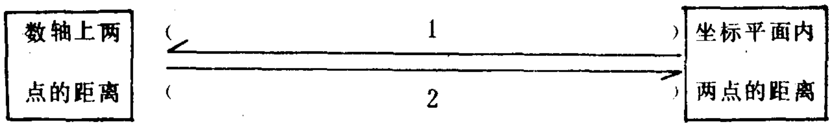
课题：有向线段、两点的距离（二）

预习要点

1．数轴上两点间的距离公式是：它是由哪个概念、哪个公式推导出来的？

2．坐标平面内两点间的距离公式是：它是由哪个公式、用什么方法推导出来的？

3．填空．在下表的括弧（1）中填上完成这个转化所使用的方法，在括弧（2）中填上完成这个转化所使用的平面几何定理．



课堂练习

1．求有下列坐标的两点的距离．

（1）　（6，0）、（－2，0）；　　（2）　$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$、$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$。

2．已知点$A(a, -5)$、$B(0, 10)$的距离是17，求a.

课外作业

1．已知两点$P_1(x_1, y_1)$、$P_2(x_1, y_2)$，求证$|P_1P_2| = |y_1 - y_2|$．

2．求下列两点间的距离：

（1）　$A(3\sqrt{2}, \sqrt{3})$、$B(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$．

（2）　$A(\sin\theta, \cos\theta)$、$B(\cos\theta, -\sin\theta)$．

3．已知$\triangle ABC$的三个顶点是$A(2，2)$，$B(-2，-2)$，$C(2\sqrt{3}，-\sqrt{3})$，判断这个三角形的形状．

4．（1） 已知点$P(x，0)$到点$Q(-2，-3)$和$M(1，1)$的距离相等，求P点的坐标．

（2） 在y轴上求一点P，使它到点$M(3，4)$的距离等于5．

5．求证：$A(\sqrt{2}，\sqrt{2})$、$B\left(-\frac{2}{3}，\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$、$C\left(\frac{6}{5}，-\frac{8}{5}\right)$三点在以原点为圆心，2为半径的圆上．

思考题

已知两个集合$A=\{x \mid x=\cos\frac{n\pi}{3}，n\in Z\}$，$B=\{y \mid y=\sin\frac{(2m-3)\pi}{6}，m\in Z\}$，求当$x\in A$，$y\in B$时点$P(x，y)$到原点的距离的最大值和最小值．

月　　日　　第一章　第3次

课题：有向线段、两点的距离（三）

预习要点

思考下列问题：

问题：$\triangle ABC$中，AO是BC边上的中线，求证$|AB|^2+|AC|^2=2(|AO|^2+|OC|^2)$．取线段$BC$所在的直线为$x$轴，点$O$为原点建立平面直角坐标系．

1．还有哪些方法选择和建立平面直角坐标系？在你建立的另一种位置的平面直角坐标系中，A、B、O、C四点的坐标如何？

2．在建立了平面直角坐标系后，用什么方法论证$|AB|^2+|AC|^2=2(|AO|^2+|OC|^2)$成立？

3．延长AO至D，使$AO=OD$，连结BD、DC．

（1）　四边形$ABCD$是什么样的四边形？

（2）　在平行四边形中，四条边的平方和与对角线的平方和有什么关系？

课堂练习

1．如图1－2，$\triangle ABC$是等边三角形，边长是a，O是AB边的中点，求顶点A、B、C的坐标．

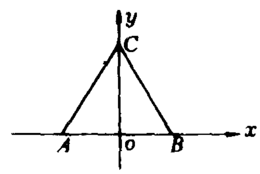


图　1－2

2．如图1－3，$ABCD$是平行四边形，对角线AC、BD交于O点．A、B两点的坐标应该如何假设？怎样根据A、B的坐标得到C、D两点的坐标？

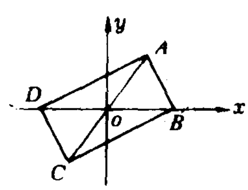


图　1－3

3．已知$ABCD$是平行四边形，用解析法证明

$|AB|^2+|BC|^2+|CD|^2+|DA|^2=|AC|^2+|BD|^2$．

课外作业

1．求证：如果点P（x, y）到原点的距离等于2，那么$x^2+y^2=4$；反之，如果$x^2+y^2=4$，那么点P到原点的距离等于2．

2．用解析法证明矩形的对角线相等．

3．如图1－4，$ABCD$是等腰梯形，用解析法证明两条对角线AC、BD的长相等．

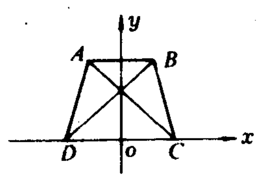


图 1－4

思考题

已知点A（－1，－1）、B（1，3）、C（$-\frac{1}{4}$，$\sin\theta$）在同一条直线上，求θ的值．

月　日　第一章　第4次

课题：线段的定比分点（一）

预习要点

1．有向线段$\overrightarrow{P_1P_2}$上的定比分点P分线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比λ是怎样规定的？

2．什么叫内分点？什么叫外分点？内、外分点和定比λ的符号之间有什么关系？

3．线段的定比分点的坐标公式是怎样的？根据它推导出线段的中点坐标公式及线段的两个三等分点的坐标公式．

4．线段的定比分点的坐标公式的推导过程可以分成几个步骤？每个步骤的要点是什么？

课堂练习

1．根据图1－5和1－6求定比λ：

（1）　点M分有向线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比$\lambda=$____，点M分有向线段$\overline{P_2P_1}$所成的定比$\mu=$____．

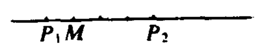


图 1－5

（2）　点N分有向线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比$\lambda=$____，点N分有向线段$\overline{P_2P_1}$所成的定比$\mu=$____．

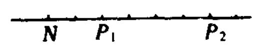


图 1－6

2．已知两点P_1（3，－2），P_2（－9，4），求点P（x，0）分$\overline{P_1P_2}$所成的定比λ和x值．

3．点M分有向线段M_1M_2的比为λ，求点M的坐标（x，y）：

（1）　已知M_1（1，5），M_2（2，3），$\lambda=\frac{1}{3}$．

（2）　已知M_1（1，5），M_2（2，－3），$\lambda=-2$．

4．已知线段$\overline{P_1P_2}$的端点P_1（－1，2）、P_2（－10，－1），求它的两个三等分点的坐标．

课外作业

1．设线段$\overline{P_1P_2}$的长是5cm，写出点P分有向线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比λ：

（1）　点P在P_1P_2上，$|P_1P|=1$cm，则$\lambda=$____；

（2）　点P在P_1P_2的延长线上，$|P_2P|=10$cm，则$\lambda=$____；

（3）　点P在P_2P_1的延长线上，$|RP_1|=1$cm，则$\lambda=$____．

2．求连结下列两点的线段的中点坐标：

（1）A（7，4），B（3，－2），中点是（　，　）；

（2）C（－1，3），D（1，－3），中点是（　，　）．

3．已知λ是点P分线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比，填写下表：

P_1点坐标	P_2点坐标	λ	P点坐标
（2，1）	（3，－9）	4	
（5，－2）	（5，3）	$-\frac{2}{3}$	
（2，0）	（－1，5）	$-\frac{4}{3}$	
（－4，　）	（5，4）		$(\frac{17}{7},\frac{22}{7})$
（8，5）	（－13，　）		（－6，－23）
（2，　）	（　，－1）	6	（1，－3）
（0，　）	（　，0）	1	（－2，－3）

4．已知点A（1，－1）、B（－4，5），将线段AB延长至C，使$|AC|=3|AB|$，求C点的坐标．

月　　日　　第一章　第5次

课题：线段的定比分点（二）

预习要点

1．在推导定比分点坐标公式时，曾假设$\lambda \neq -1$，如果$\lambda = -1$，情况如何？从而体会为什么$\lambda \neq -1$．

2．设λ是点P分线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比，当$\lambda = 1$、0、-2、$-\frac{1}{2}$时，三点P_1、P_2、P的位置有什么特征？

3．什么叫做三角形的重心？重心有什么性质？

课堂练习

1．已知$\triangle ABC$的三个顶点是$A(2,3)$、$B(8,-4)$、$C(-4,-2)$，根据重心的性质及定比分点坐标公式求$\triangle ABC$的重心G的坐标．

2．已知$\triangle ABC$的顶点$A(2,3)$、$B(8,-4)$和重心$G(2,-1)$，用定比分点的坐标公式及三角形重心的坐标公式两种方法求顶点C的坐标．

3．已知点P分线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比是λ，填写下表：

点P的性质及其位置	λ 的 值
$\left\lvert \frac{P_1P}{PP_2} \right\rvert = 3$，点$P$在线段$P_1P_2$上．	
$\left\lvert \frac{P_1P}{PP_2} \right\rvert = 2$，点$P$在线段$P_1P_2$的延长线上．	
$\left\lvert \frac{P_1P}{PP_2} \right\rvert = \frac{2}{3}$，点$P$在线段$P_2P_1$的延长线上．	
$\left\lvert \frac{P_1P}{P_1P_2} \right\rvert = \frac{5}{2}$，点$P$在线段$P_1P_2$的延长线上．	
$\left\lvert \frac{PP_2}{PP_1} \right\rvert = \frac{7}{4}$，点$P$在线段$P_2P_1$的延长线上．	

课外作业

1．已知$\triangle ABC$的三个顶点是$A(x_1, y_1)$、$B(x_2, y_2)$、$C(x_3, y_3)$，求$\triangle ABC$的重心G的坐标．

2．已知$\triangle ABC$的三个顶点是$A(1, -1)$、$B(-2, 3)$、$C(0, 1)$，求：

（1）BC边上中线AD的长．

（2）重心G的坐标．

3．已知点$P_1(4, -3)$和$P_2(-2, 6)$，求适合下列条件的点P的坐标：

（1）$\left|\frac{P_1P}{PP_2}\right| = 3$，点$P$在线段$P_1P_2$的延长线上．

（2）$\left|\frac{PP_1}{PP_2}\right| = \frac{2}{3}$，点$P$在线段$P_2P_1$的延长线上．

4．已知$\triangle ABC$中，BC、CA、AB三条边的中点分别是$(1, -2)$、$(3, 5)$、$(-1, 2)$，求三个顶点的坐标．

月　　日　　第一章　第6次

课题　"有向线段、定比分点"习题课

预习要点

1．叙述下列概念的定义：

（1）　有向线段；

（2）　有向线段的数量；

（3）　点P分有向线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比λ；

（4）　内分点、外分点及其与定比λ的符号的关系．

2．默写下列公式：

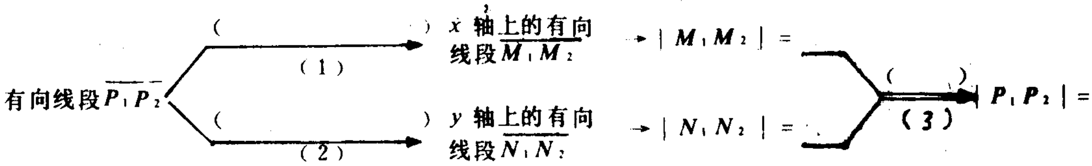
（1）　有向线段的数量的计算公式：

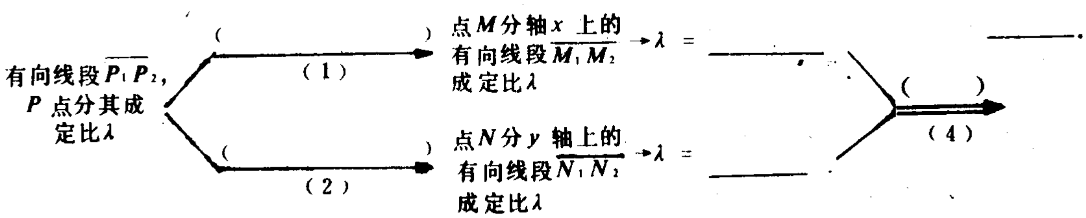
（2）　两点P_1（x_1，y_1）、P_2（x_2，y_2）间的距离公式；

（3）　定比分点的坐标公式．

要注意到公式（1）是在坐标轴上成立的公式，而公式（2）、（3）是在坐标平面内成立的公式．

3．填写下表．根据这个表格，掌握距离公式和定比分点坐标公式的推导方法．





线段的定比分点的坐标公式　____________________

在（1）、（2）两个括号内填入具体作法，在（3）、（4）两个括号内填入所依据的平面几何定理，在横线上填入具体的代数式．

课堂练习

1．A船在港口的东50浬、北30浬，B船在同一港口的东17浬、南26浬，求两船的距离．

2．延长线段AB至C，使$\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{3}{2}$，则：

（1）　C点分线段$\overline{AB}$所成的定比$\lambda_1=$________；

（2） B点分线段$\overline{CA}$所成的定比λ_2=______；

（3） A点分线段$\overline{BC}$所成的定比λ_3=______

课外作业

1．求与点A（-1，-1）的距离等于5，且到x轴的距离等于3的点的坐标．

2．已知A（1，-1），B（-4，5），延长AB至P，使$\left|\frac{AP}{AB}\right|=3$，求$P$点的坐标．

3．$\triangle ABC$的三个顶点是A（-16，0），B（9，0），C（0，12），求$\angle ACB$的平分线的长．

4．用解析法证明：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半．

思考题

推导两点的距离公式和线段的定比分点坐标公式时，使用了什么样的思想方法？举出这个思想方法在代数或三角中应用的实例．

月　　日　　第一章　第7次

课题："有向线段．定比分点"自我测验

1．（15分）如图1－7，已知点$A(5,2)$、$B(-3,4)$，有向线段$\overline{AB}$在x轴、y轴上的射影分别是$\overline{MN}$和$\overline{PQ}$，求$\overline{MN}$和$\overline{PQ}$的数量及长度．

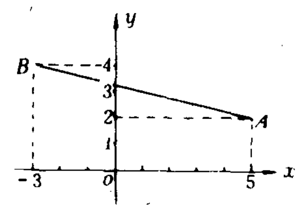


图　1－7

2．（每小题7分，共14分）求下列两点间的距离：

（1）　$A(3,2)$、$B(-1,3)$．

（2）　$C(1,m)$、$D(m^2,-m)$．

3．（14分）已知点A的横、纵坐标相等，且到点$B(2,3)$的距离等于5，求点A的坐标．

平

2)

4．（14分）已知点$P_1(-1,-4)$、$P_2(3,5)$，点P的纵坐标是-2，求点P分线段$\overline{P_1P_2}$所成的定比λ及点P的横坐标．