

普通高中课程标准实验教科书

数学

(选修3-3)

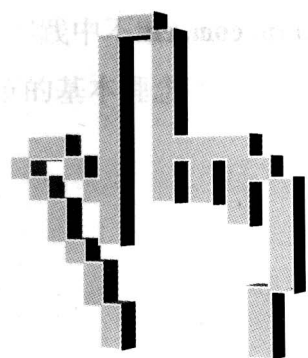
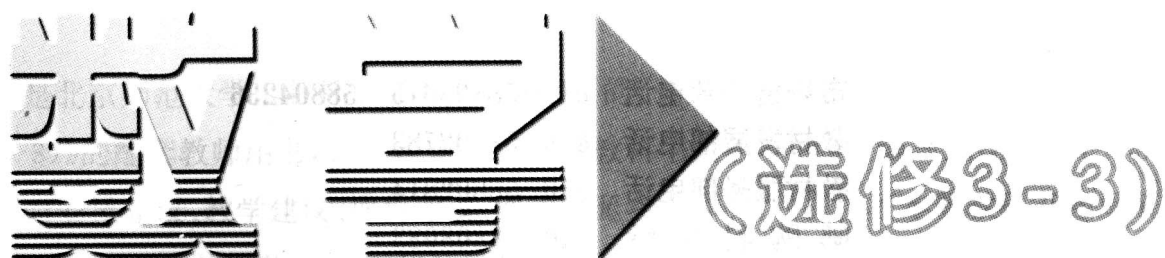


球面上的几何
教师教学用书
SHUXUE
JIAOSHI JIAOXUE YONGSHU



北京师范大学出版社

普通高中课程标准实验教科书



球面上的几何
教师教学用书
SHUXUE
JIAOSHI JIAOXUE YONGSHU

编 者 王建明 张怡慈
王尚志 陈孟伟
李 娜 蔡秀梅

北京师范大学出版社

· 北 京 ·

市场营销部电话 010-58808015 58804236
教材发展部电话 010-58802783
教材服务部电话 010-58802814
邮购科电话 010-58808083
传 真 010-58802838
编辑部电话 010-58802811 58802833
电子邮箱 shuxue3@bnup.com.cn

北京师范大学出版社出版发行
(北京新街口外大街19号 邮政编码: 100875)
<http://www.bnup.com.cn>
出版人: 赖德胜
唐山市润丰印务有限公司印刷 全国新华书店经销
开本: 210 mm × 297 mm 印张: 4 字数: 82 千字
2006年3月第1版 2006年8月第1次印刷
定价: 6.50 元

前 言

本书是北京师范大学出版社 2005 年 8 月出版的《普通高中课程标准实验教科书·数学(选修 3—3)》的配套教师用书,其内容是介绍本册教科书的教学目的、编写意图与特色、教学内容及课时安排建议、教学建议、评价建议、课程资源参考,同时还提供了本册教科书各章节练习、习题、复习题的参考答案或提示,供执教教师在教学中参考使用.

全书由王建明、陈孟伟、李娜、蔡秀梅编写,由张饴慈、王尚志统稿审定,希望各执教教师、教研员能在教学实践中不断总结,不断创新,用自己的勤奋和智慧来充实、完善这本教学参考书,使得课程改革的基本理念和《普通高中数学课程标准(实验)》所设定的课程目标得以真正落实.

编 者

2005 年 12 月

目 录

概 述	(1)
-----------	-----

第一章 球面的基本性质	(9)
-------------------	-----

§ 1 直线、平面与球面的位置关系	(12)
-------------------------	------

§ 2 球面直线与球面距离	(13)
---------------------	------

本章练习、习题、复习题参考答案或提示	(15)
--------------------------	------

第二章 球面上的三角形	(18)
-------------------	------

§ 1 球面三角形	(20)
-----------------	------

§ 2 球面三角形的全等	(23)
--------------------	------

§ 3 球面三角形的边角关系	(25)
----------------------	------

§ 4 球面三角形的面积	(28)
--------------------	------

本章练习、习题、复习题参考答案或提示	(30)
--------------------------	------

第三章 欧拉公式与非欧几何	(44)
---------------------	------

§ 1 球面上的欧拉公式	(49)
--------------------	------

§ 2 简单多面体的欧拉公式	(50)
----------------------	------

§ 3 欧氏几何与球面几何的比较	(53)
------------------------	------

本章练习、习题、复习题参考答案或提示	(55)
--------------------------	------

概 述

一、内容介绍

我们生活在地球上,地球的表面十分接近于一个球面. 在实际生活中,球面上的几何(简称球面几何)知识有着广泛的应用. 例如,在大地(天体)测量、航空、卫星定位、航海等方面都有球面几何知识的应用. 在理论上,球面几何是一个与欧氏平面几何不同的几何模型(它们都是二维曲面上的几何),又是一个重要的非欧几何的数学模型(我们以前研究的是欧氏几何,有关非欧几何的背景知识请参阅教材的“阅读材料”).

球面是空间中最完美匀称的曲面. 例如,两个半径相等的球面可以通过一个平移变换把它们叠合起来,两个半径不等的球面可以通过缩放、平移变换把它们叠合起来. 因此,本质上,球面几何的性质可以归结到单位半径球面上来讨论.

对球面几何的研究有两种方式:一种是用综合几何的方式,借助平面几何和立体几何来研究球面几何;另一种方式是用向量代数的方法来研究球面上的边角关系,把对球面上几何的研究建立在一个代数结构中. 第一种方式侧重于把平面上的几何通过类比方法“移植”到球面上,以便于发现欧氏几何与非欧几何的异同;第二种方式侧重于数形结合——向量代数与空间图形的结合,以便于得到一个精细的球面几何的结构. 本教科书对球面几何的研究采用了第一种方式.

教科书共分三章对球面几何知识进行阐述:第一章球面的基本性质;第二章球面上的三角形;第三章欧拉公式与非欧几何.

第一章是球面几何的一些基本知识——对空间直线、平面与球面之间的位置关系以及球面直线与球面距离进行了讲解,重点是使学生通过试验和论证,认识空间位置关系,理解球面上的直线规定的合理性,理解球面距离.

第二章是本教科书的重点知识——球面上的三角形. 主要有球面三角形中边角的不等关系和球面三角形边角的度量关系——球面三角形的边(角)的余弦定理、正弦定理和球面三角形的面积公式,其中,球面三角形的概念、球面极三角形等都是教学中的难点.

第三章是球面几何知识的一个应用——利用球面几何知识证明多面体的欧拉公式,也是对球面几何的进一步理解——更好地认识欧氏几何与非欧几何的相互关系.

因此,学生学习球面几何后,会对“类比”的研究方法有进一步认识,提高他们的“空间想像力和几何直观能力”,同时更好地树立“数学有用”的价值观.

二、教学目标

1. 知识技能.

理解球面上的直线和球面距离,通过直观和几何作图软件,认识球面的任意两条直线一定相交,即在球面几何中没有“平行直线”的概念.

了解球面上的对称性,认识球面上的大圆、小圆、球面角、球面二角形、球面三角形、球面极三角形.

通过实际例子理解球面三角形的内角和大于 180° . 理解球面三角形的全等判定定理,特别是球面三角形全等的“AAA”判定定理. 探索球面三角形的边(角)的余弦定理和正弦定理,得到球面直角三角形的勾股定理. 理解单位球面三角形的面积公式 $S = \angle A + \angle B + \angle C - \pi$.

进一步理解多面体的欧拉公式,并会用球面三角剖分证明多面体的欧拉公式,初步体会球面几何与拓扑学的关系. 初步概括出平面几何与球面几何的异同,并能通过数学软件尝试探索双曲几何的“直线”“距离”定义的合理性,体会在双曲几何中“三角形内角和小于 180° ”这个事实.

2. 过程方法.

球面几何的学习有三个核心的过程与方法:

(1)从具体到抽象是学习球面几何的主要过程. 球面几何的许多知识来源于实际生活,如地球表面上北京到南极的距离测量,飞机飞行的方向角和距离等. 在这些过程中,学生应该认识到球面几何是有用的,进而体会到球面几何中许多概念的提出是经历由具体到抽象的过程,如球面直线、极点和球面上的极线等.

(2)“类比”是学习与研究球面几何的基本方法. 通过“类比”了解哪些平面几何的知识可以移植到球面上,哪些移植后发生了变化,哪些移植后是保持不变的,最后体会发生这些变化或不变的原因是什么. 例如,球面三角形中“两边之和大于第三边”“大边对大角”“等边对等角”这些结论就是从平面几何中移植后保持不变的. 而球面上的“直线”、球面三角形“内角和大于 180° ”“三角形面积公式”等知识从平面几何中移植后就发生了变化,从结论的形式上看就不同了.

(3)学习球面几何,需要有一定的“空间想像力和几何直观能力”. 由于球面上的图形不再是平摊在一张平面上的,它们具有较为复杂的空间结构特征. 不论是否借助数学软件,都需要进一步发展学生的“空间想像力和几何直观能力”. 比如“球面直线”规定的合理性、“球面三角形”的概念、“球极三角形”的概念和性质、“球面三角形面积公式”的证明等都需要学生不断发展自己的“空间想像力和几何直观能力”.

3. 情感态度与价值观.

球面几何与欧氏几何一样,都具有培养一个人理性精神的作用. 学生在本课程的学习过程中,能体会到说话讲道理的重要性,体会到不迷信权威的重要性. 欧氏几何统治数学近 2 000 多年,人类认识到非欧几何的存在是一个打破“迷信”的探索过程,学生在学习中充分感

受非欧几何发展的过程,从中得到启发.

例如,“球面三角形的内角和大于 180° ”这个结论对于学生来说开始很难接受,因为学生在以前只知道“三角形内角和等于 180° ”,但是通过试验、理论证明可以毫无悬念地得到“球面三角形的内角和大于 180° ”的结论.

实际生活中的现象和问题具有不同的数学模型,球面几何的学习应该提升学生对这一点的认识. 球面上的几何对于刻画地球表面的测量更准确,那么为什么在实际生活中经常以平面几何为模型呢? 对于测量地球表面上两点间的距离,应该用平面几何还是球面几何? 学生在学习完本教科书后,应该对选择什么模型有了自己的价值选择和判断.

球面几何的学习为学生的探索和创新精神与能力的培养提供了新的途径. 教科书中不可能也没有必要把平面几何中的所有结论都在球面上进行“类比”,这也为学生进一步的创造和探索提供了机会. 例如,球面上的“正方形”该如何定义? 它是否具有如平面几何中一样的性质? 球面三角形的“重心”是否具有如平面几何中一样的性质? 这些都为学生的继续探索和创新留有空间.

球面几何也为培养学生“观察—实验—猜想—证明”的认识过程提供了场所. 例如,“球面三角形内角和大于 π 小于 3π ”“球面三角形三边之和大于零小于 2π ”这些结论就可以让学生经历“观察—实验—猜想—证明”的认识过程.

三、编写说明和教学建议

教科书充分体现了《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《标准》)的基本理念和基本要求,希望教师在使用过程中仔细体会,结合该教师用书,创造性地使用教科书.

1. 教材自始至终贯彻“类比”的研究方法和研究过程.

具体表现在以下四个方面:

(1) 平面几何公理体系与球面几何公理体系的类比.

我们知道,欧几里得的《原本》一书是最早把几何(数学)按公理思想进行整理的著作.《原本》中规定了五个作为其他几何命题、定理和性质出发点的公设:

- i) 从任一点到另一点可以引直线;
- ii) 每条直线都可以无限延长;
- iii) 以任意点作中心可以用任意半径作圆周;
- iv) 所有的直角都相等;

v) 平面上两直线被第三直线所截,若截线一侧的两内角之和小于二倍直角,则两直线必相交于截线的这一侧.

几何公理化体系经历了长达 2 000 多年的演变,最后的集大成者是德国数学家希尔伯特,他在 1899 年编著的《几何基础》按现代公理体系把几何做了全面梳理. 在《几何基础》中有五组公理:关联公理、顺序公理、合同公理、连续公理和平行公理. 前四组公理是在《原本》的前四个公设基础上完善的,平行公理对应于《原本》中的第五公设.

在数学上一般把《原本》中前四个公设(或《几何基础》中的前四组公理)确定的几何叫作绝对几何,把由五个公设(或五组公理)确定的几何叫作欧氏几何.

球面上的几何是一种特殊的非欧几何,它与欧氏几何最大的不同之处是对《原本》的第五公设的否定——球面上的直线都相交,即没有平行直线.

球面几何的“平行公理”是:球面上的任意两条直线都相交.教科书中很早就体现了这样的“类比”内容.在第一章§1的“思考交流”中,提问“球面上任意两个大圆一定相交吗?”在第一章§2的“思考交流”中继续提问“平面几何中直线与直线之间的位置关系与球面几何中直线与直线之间的位置关系有何区别?”

在教科书的第三章§3中,以总结的方式给出了两种几何公理体系的异同.

教师在教学过程中应该对绝对几何有一定的认识,清楚什么结论是属于绝对几何的,明白绝对几何都是可以通过“类比”移植到球面上的几何,也就是说,在平面几何中凡是与平行公理无关的结论就可以考虑“类比”到球面上.因此,在这个意义上说,教科书为教师的创造性留有一定空间.对球面几何公理化体系不要求学生全面而严格地理解,可以通过一些具体实际问题使学生有所感悟,例如“习题2—3”中的A组第4、第5题和B组第2题,第三章§3.1“练习”中的两个问题.

公理体系的类比是“概念”“结论”类比的前提和基础.

(2)平面几何与球面几何概念的类比.

由于球面上已经不再有如平面上一样的“直线”,球面距离与平面距离的规定也有所不同.因此,球面上的许多几何概念不像平面上那样直接和直观.例如“球面角”“球面三角形”“球面等腰三角形”“球面上的圆”“球面四边形”“球面平行四边形”“球面正方形”等概念.

当然,在“球面平行四边形”“球面正方形”的定义过程中,要特别小心选择它们的原型定义的等价命题,要选择在平面几何中与平行公理无关的定义,将它移植到球面几何中来.例如,“一组对边平行且相等的平面四边形叫作平面平行四边形”不能移植到球面上作为“球面平行四边形”的定义,因为在球面上没有“平行”的概念.然而,我们可以把“两组对边分别相等的平面四边形叫作平面平行四边形”移植到球面上,得到“球面平行四边形”的定义,即“球面上两组对边分别相等的球面四边形叫作球面平行四边形”.因为在“两组对边分别相等的平面四边形叫作平面平行四边形”这个定义中只用到了绝对几何中的公理,与平行公理无关,所以它可以类比到球面上.

在球面上还有一些概念是平面中不可能有的,例如“球面二角形”(也叫作球面二边形,或球面月形),它是由两条线段组成的封闭图形,这在平面中是不可想像的.这些概念的学习可以使学生认识到平面几何与球面几何的不同点,又例如“平面上是否有极点和极线?”“该如何合理地定义极点和极线呢?”这些问题是学生在学习了球面几何后可以反过来类比平面几何的问题.

教师在教学中,首先要注意教科书不可能把平面几何中的全部概念都类比到球面上,这也为教师的教学留有一定的创造空间.例如“球面直角三角形”“球面三角形的重心”“球面等边

三角形”等概念,教师在教学过程可以灵活地处理,或者给出形式或图形定义,或者用自然语言给出定义.

教师在球面上相关几何概念的教学中,首先要让学生说出它们在平面几何中的定义,看看如何将要定义的概念“类比”到球面上,鼓励学生自己给出一些球面几何概念的定义.

(3)平面几何与球面几何结论的类比.

平面几何中的有些结论类比到球面上后,移植后的结论、形式和内容不变.例如,球面三角形中“两边之和大于第三边”“大边对大角”“等边对等角”这些结论就是从平面几何中移植后保持不变的.它们有一个共同特点——平面三角形中“两边之和大于第三边”“大边对大角”“等边对等角”都是属于绝对几何的结论,因此这样的类比后,结论形式和内容都不变.又例如“球面三角形全等判定定理”中的“边角边”“角边角”和“边边边”与平面几何相对应的结论完全一样.

平面几何中的有些结论类比到球面上后,形式和内容发生了变化,但结论的结构不变.例如,“球面三角形内角和定理”“球面三角形全等判定定理”中的“角角角”都是在平面几何有相对应的结论,但形式或内容不同了.其根本原因是这些结论都要以“平行公理”为前提,而球面几何中没有“平行直线”——所有直线都相交于两个对径点.“内角和定理”与“角角角”定理在平面上和球面上虽然形式或内容变化了,但结构不变,参见下表.

	平面几何	球面几何
三角形内角和	等于 180°	大于 180°
相似性(AAA)	存在相似比不为 1 的两个平面三角形	同球或等球上没有相似比不为 1 的球面三角形

平面几何中的有些结论类比到球面上,结构发生了改变.例如,“球面三角形面积”不再等于“底乘高除以 2”.

教师在教学中不要把注意力都集中到结论的证明上去,而更应该关注学生获得结论的过程.球面几何由于图形比较复杂,有些结论的证明并不是很容易,因此,可以通过一些实验和几何软件帮助学生认识这些结论的合理性,不要在几何证明上过多地要求学生.

(4)平面几何与球面几何研究方法的类比.

综合几何,包括平面几何和球面几何,主要研究两方面问题:一是研究曲面上的“合同性问题”(也就是对称问题,对称就是研究在什么变换下两个图形是全等的);二是研究曲面上的“平直性问题”.第一个问题是基于绝对几何公理体系,是定性几何;第二个问题是基于绝对几何公理体系加上“平行公理”(球面几何的“平行公理”是:球面上的任意两条直线都相交),是定量几何(度量几何).

因此,平面几何的许多研究方法都可以类比到球面几何中.例如,在球面三角形全等的研究中,和平面几何中三角形全等的证明一样,借助“对称”手段,通过“合同法”得到球面三角形全等的判定定理.又例如,在球面三角形的余弦定理和正弦定理的研究过程中,就类比使用了平面中余弦定理和正弦定理的研究方法和研究形式.

教科书还在“练习”和“习题”中设置了认识平面几何与球面几何差异的相关问题.例如,“习题2—3”A组第4题、第7题和B组第2题都是体现这个设计思想的问题,使学生认识到在地球表面小范围的实际测量和研究中,可以用平面几何近似替代球面几何.

教师在教学过程中应该努力创造机会,使学生对于几何研究方法的认识有所提升,及时帮助学生总结几何研究方法.例如,在“合同性问题”中把握好“等腰三角形”的研究,在“平直性问题”中把握好“平行四边形”的研究.

几何研究方法的认识不是一个简单的过程,也不可能在一节、一章,甚至一个专题或模块中完全获得,它是一个漫长而复杂的过程.教师在教学中应该让学生不断体会和感受他们熟知的平面几何(立体几何)的研究方法,并把它们运用到球面几何中进行尝试.

2. 教科书努力创设球面几何的生活情境,体现球面几何的概念、结论与实际生活的联系,反映从具体到抽象的认识过程.

球面几何与学生的生活实际有紧密的联系,教科书在编写中充分体现了这一特点.不仅如此,教科书还在学生学习一些概念时提供了动手实验的机会.例如,“球面直线”概念的学习是以学生已有的经验(地球表面上的经线)为情境,“球面上的极点和极线”概念的学习是以“地球的南(北)极和赤道的位置关系”为情境.为了让学生更好地理解“球面距离”是大圆的劣弧部分,教科书在第一章§2中安排了一个“动手实践”活动,让学生亲身体会这种规定的合理性,进而理解大圆是“球面直线”的合理性.

球面几何与实际生活紧密相关,在实际生活中有广泛的应用价值.例如,在学习了球面三角形的余弦定理和正弦定理后,相应的“练习”和“习题”中设置了飞机飞行路线等问题,使学生认识到球面几何是有用的.

球面几何的一些结论看起来“不合理”,例如,球面上存在三个角为直角的三角形.教科书通过大量建立在地球表面上的实际问题,使学生更容易接受球面几何中一些看似“不合理”的结论,从而实现从具体到抽象的数学化认知过程.例如,教科书第二章§1中的例题、§1.3中的“练习”“习题2—1”中的第4,6,8,10题等.

教师在教学中除了使用好教科书中提供的实际背景问题外,还可以根据学生的具体知识水平,创造一些他们自己熟悉的生活背景作为学习材料.教师在指导学生阅读有关实际背景问题的文本前,应该认真研读,仔细理解和掌握有关背景材料,特别是地球的有关知识.教师还可以有意识地让学生自己设计一些实际问题情境作为补充学习材料.这些将会有助于将球面几何学习的生活化,有助于学生体会从具体到抽象的认识过程.

3. 教科书努力创造机会,不断培养学生的空间想像力和几何直观能力.

学习球面几何的一个核心点是不断发展学生的空间想像力和几何直观能力,教科书为学生在此方面的发展提供了合理的情境.例如“球面直线”“球面三角形”等概念的学习都建立在恰当的球面直观图上,同时又以地球表面为生活情境.

球面几何中一些结论的证明过程也为培养学生的几何直观能力提供了场所.例如,球面三角形面积公式的推导过程,有条件的学校和教师可以利用球面教具、实物(如西瓜)或数学软

件展示每个球面三角形,展示由两个球面三角形组成的球面二角形,这样有利于培养学生的几何直观能力(参见教科书第二章 § 4.1).

教科书中设置了大量的以地球为背景的练习和习题,为学生空间想像力和几何直观能力的发展提供了机会.

为了使学生更直观地理解球面几何知识,教科书中使用了大量的信息技术.有条件的教师和学校应该在此专题的教学中使用多媒体教学技术.

空间想像力和几何直观能力的培养不应该仅停留在某一个章节的学习,而应该是一个不断发展和深化的过程.教师在指导学生学习的过程中,应该经常借助空间直观图和几何软件帮助学生理解球面几何中的概念和结论以及一些定理的证明.在可能的情况下,应该指导学生自己动手画一些球面几何的草图,借助图形整理自己的学习思路.

最后需要说明的是,教材编写过程中并不是把上述特色割裂开来的,而是在具体的章节中作为一个整体来安排的.因此,“类比”的研究方法和研究过程、球面几何的生活情境和从具体到抽象的数学化过程、空间想像力和几何直观能力、信息技术与球面几何的整合都是整体设计的,教师在指导学生学习时,要整体设计自己的教学,不要分割它们.

四、评价建议

《球面上的几何》是选修系列3中的一个专题,是为对数学有兴趣和希望进一步提高数学素养的学生而设置的,是立体几何(欧氏几何)某些内容的延伸.学生的评价过程除遵循《标准》的一般评价原则外,应该以本专题“学习目标”的实现为宗旨,因此教师需要特别关注以下几点.

1. 不仅重视学生对球面几何知识的获得,更要注意学生的学习过程.

作为选修系列3中的一个专题,重要的是使学生了解存在另外一个几何模型,了解欧氏几何不是一统天下的唯一几何模型.所以在学生对球面几何知识——概念、性质、定理和公式的理解与记忆的基础上,更重要的是关注学生在球面几何学习中对几何本质的理解.球面几何中的一些问题很直观,也较为简单,有些问题比较复杂,需要较强的空间想像力,教师的评价应该关注学生的思维由简单到复杂、由具体到抽象的发展过程,应该关注学生学习过程中的研究态度、探索和理性精神的发展,应该关注学生运用球面几何的知识解决实际问题的意识、热情和能力.

2. 相对要求学生记忆球面几何的一些结论而言,更要注重学生对球面几何研究方法的理解和感悟.

球面几何的研究方法的核心是“类比”,教师应该不断促进学生对类比方法的认识与理解,促进学生自己探索和创造一些在教科书中没有的概念和结论(这些概念和结论在平面几何中应该是学生较为熟知的).例如,教师可以鼓励学生自己定义球面上的菱形,并探索它的性质,鼓励学生分析“平面三角形外角定理”在球面上是否成立.

球面几何学习应该培养学生的空间想像力和几何直观能力,这些能力也是球面几何研究

方法的组成部分,因此,教师的评价要促进学生空间想像力和几何直观能力的不断发展.

3. 对球面几何学习的评价应采用定性定量相结合的评价方法.

根据《标准》要求,球面几何作为选修系列3中的一个专题,不作为高考要求.因此评价应该以促进学生对球面几何学习的兴趣,积极思考、努力探索为宗旨.

例如,在球面三角形的度量关系学习过程中,可以鼓励学生用计算器“解球面三角形”.在这部分的学习中,可采用不要求记忆球面三角形余弦定理和正弦定理的方式,用定量的评价方式检验学生对实际问题的解决能力.又例如,在评价学生对球面几何与平面几何的类比认识上,可以采用发展性评价方式,让学生口头或书面总结两种几何的相同点和不同点.其目的不在于检验学生知道多少平面几何的结论在球面几何上成立,而是希望使学生不断提升对几何研究方法的认识——公理体系决定几何,即“距离决定几何”.

4. 学习完球面几何后,要求学生就球面几何的学习写一个总结报告.

总结报告应该包括三个方面:(1)球面几何知识的总结.其中具体应该包括球面上的基本概念;说明球面几何与平面几何中哪些定理(或公式)是相同的,哪些是不同的;说明球面几何与平面几何的相互关系——为什么半径充分大的球面上一小片区域可以近似看作平面来对待.(2)通过查阅资料、调查研究,进一步思考几何与现实的关系.(3)学习球面几何的体会和感受.

第一章 球面的基本性质

一、教学目标

1. 通过类比的方法,建立球面几何的基本概念,如球面直线、球面距离,并理解这些概念.
2. 了解球面的基本性质.
3. 类比球面图形与平面图形,初步感受球面与平面的差异.例如,球面上的大圆相当于平面上的直线;平面上的直线可以相交和平行,而球面上的直线只能相交,不能平行;平面上两点之间线段最短,球面上两点之间的最短距离是大圆弧的劣弧部分等.
4. 通过球面几何与欧氏平面几何的比较,体会“类比”的数学思想方法,例如球幂定理.
5. 通过球面距离和球面直线概念的学习,提高空间想像能力.
6. 可以通过实物和教具向学生展示球面的基本性质,特别是以地球为载体向学生讲解清楚极点和极线的概念,增强他们探究的好奇心,激发学习欲望.

二、编写意图和特色

数学各部分内容之间是相互关联的,学生的学习是循序渐进、逐步发展的.本章在编写时充分注意了体现相关内容的联系,自始至终渗透“类比”的思想方法,例如,从平面几何的直线和圆的位置关系类比得到直线与球面、平面与球面的位置关系;从圆幂定理类比得到球幂定理等.培养学生对数学内部联系的认识,加深对数学的认识和对本质的理解.

本章遵循人们的认知规律,体现了从具体到抽象,从特殊到一般的原则.例如,在引入球面上的直线和球面上的距离概念时,引导学生去动手实践,测量过球面上任意两点的曲线,比较它们的长短,从而对于“过球面上两点的大圆的劣弧长度是最短的”这一结论先有个感性认识.通过对平面几何中“两点之间直线段最短”的类比,体会球面上的大圆充当了平面上的直线的作用,理解球面直线定义的合理性.又例如,借助地球的南北极和赤道,对于极点、极线等抽象概念也较易让学生接受.

三、教学内容及课时安排建议

§ 1 直线、平面与球面的位置关系	1 课时
§ 2 球面直线与球面距离	1 课时

四、教学建议

本章的内容都是在为后面的学习做准备,不仅有知识上的准备,还有思想方法上的准备.

首先是立体几何的学习. 由于本书的学习要用到立体几何的相关知识,特别是二面角及其平面角的内容,所以教学中建议教师在教学前,让学生对立体几何做必要的复习;如果学生尚未学习立体几何,建议教师拿出两节课的时间对附录 1 中的立体几何相关知识作简单介绍.

其次本章贯穿“类比”这一数学思想方法,包括有概念的类比、性质结论的类比等. 例如,从初中学习过的直线与圆的位置关系,得到直线与球面的位置关系,以及平面与球面的位置关系,由“圆幂定理”类比得到了“球幂定理”等. 教师在授课过程中应注意渗透类比思想,让学生去体会平面几何与球面几何的联系和区别.

对球面直线、球面距离概念的理解是本章的难点. 这两个概念互相依托、相辅相成. 教学过程中建议教师带着学生动手实践,让学生去感受“过两点的大圆的劣弧长度是最短的”,通过对平面几何中“两点之间直线段最短”的类比,从而理解用球面上的大圆定义球面上的直线的合理性. 例如,在 § 2 例 1 中,通过计算和比较过地球上 A, B 两点的纬线圈上的劣弧长和球面大圆上的劣弧长,对“过两点的大圆的劣弧长度是最短的”有个初步认识.

五、评价建议

1. 注重对学生学习过程的评价.

对学生数学学习的评价,既要关注学生知识与技能的理解和掌握,更要关注他们情感与态度的形成和发展;既要关注学生数学学习的结果,更要关注他们在学习过程中的变化和发展. 因此,在本章的学习中,应充分注重学生是否积极主动地参与学习活动,充分鼓励学生亲手制作球面模型、将所学知识与实际生活相结合.

教师应将评价的重点放在对学生的纵向评价上,强调学生个体过去与现在的比较,重视学生成绩和素质的提高,使学生真正体验到自己的进步.

2. 通过评价引导学生掌握球面的基础知识及其基本技能.

对基础知识和基本技能的评价,要以本章的知识与技能目标为基准,考查学生对基础知识和基本技能的理解和掌握程度. 在本章的学习之初,学生往往需要借助具体事物或实物模型完成学习任务. 因此,对学生评价时,应重点考查学生结合具体材料对所学内容实际意义的理解,其次再注重学生对球面几何性质的理解和对“类比”这一数学思想方法的体会.

3. 重视对学生发现问题和解决问题能力的评价.

“类比”方法可以帮助人提出问题. 在教学过程中要考查学生是否能发现并提出简单的数学问题,能否选择适当的方法解决问题,是否养成反思自己解决问题过程的习惯. 对学生发现问题和解决问题能力的评价,教师可以根据学生提出问题的数量和质量,给予定性评价.

4. 评价主体的多元化和评价方式的多样化.

评价的主体主要是指教师、学生等. 特别要引导学生进行自我评价与相互评价. 评价的手段和形式应是多样化的,应以过程性评价为主,注意定性评价与定量评价相结合,过程性评价与终结性评价相结合. 例如,定性评价可以采用写评语的形式,这样对学生的评价会较为全面. 评语要充分肯定学生的进步和发展,同时应指出哪些方面存在不足. 既要有利于学生树立

学习数学的自信心,提高学习数学的兴趣,又要使学生明确努力方向. 总之,评价应以激励为主,肯定学生的进步.

§ 1 直线、平面与球面的位置关系

一、教学目标

1. 通过平面图形的概念、性质去探索球面图形的概念和性质. 例如, 通过类比得到直线和球面的位置关系、平面与球面的位置关系.
2. 了解球面的基本性质, 初步感受平面几何和球面几何的异同.

二、设计思路

本节主要内容: 直线与球面位置关系的分类; 平面与球面位置关系的分类.

教学重点: 直线与球面位置关系的分类及其相关的概念; 平面与球面位置关系的分类及其相关概念.

1. 从初中几何学习过的直线和圆的位置关系出发, 将知识延伸拓展到直线与球面的位置关系、平面与球面的位置关系. 通过从平面到球面的类比, 得到相应的定理和性质, 便于学生的理解和记忆.
2. 贯穿“类比”这一数学思想方法. 例如, 从“圆幂定理”到“球幂定理”.

三、教学建议

本节贯穿“类比”这一数学思想方法, 既有概念的类比又有性质结论的类比. 例如, 从初中学习过的直线与圆的位置关系, 得到了直线与球面的位置关系, 以及平面与球面的位置关系; 由“圆幂定理”类比得到了“球幂定理”; 由“若直线和圆相切, 则连接圆心和切点的半径必与直线垂直”类比得到“若平面和球面相切, 则连接球心和切点的半径必与平面垂直”.

通过类比学习, 使学生体会到平面几何的许多结论都可以推广到球面几何中使用, 两种几何存在着联系.