陈杰 编

Material Science

高等学校规划教材·材料科学与工程

无机材料科学与工程基础实验

MATERIAL SCIENCE TEXTBOOKS FOR HIGHER EDUCATION

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书选编了高等学校无机非金属材料专业基础课——无机材料科学基础和无机材料工程基础——两门课程的30个实验，内容涉及晶体结构及缺陷、材料的表界面、无机材料热力学、相平衡、高温过程动力学以及流体力学、传热、传质、干燥和燃料燃烧等方面的基础实验。本书强调理论与实践的结合，同时具备可操作性，是一本具有一定实用价值的教材。

本书可作高等学校无机非金属材料工程、材料科学与工程、硅酸盐工程、玻璃、水泥、陶瓷、建筑材料、耐火材料、混凝土制品等专业或相关专业学生的教材或教学参考书，也可供从事无机非金属材料研究和生产的科研工作者及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

无机材料科学与工程基础实验/陈杰编．—西安：西北工业大学出版社，2010.9
ISBN 978-7-5612-2912-5

Ⅰ.①无… Ⅱ.①陈… Ⅲ.①无机材料—材料科学—实验—高等学校—教材 Ⅳ.①TB321-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第191478号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路127号 **邮编**：710072
电　　话：(029)88493844 88491757
网　　址：www.nwpup.com
印 刷 者：陕西向阳印务有限公司
开　　本：787 mm×1 092 mm 1/16
印　　张：9.125
字　　数：218千字
版　　次：2010年9月第1版 2010年9月第1次印刷
定　　价：18.00元

前　言

无机材料科学与工程基础实验是研究无机非金属材料领域内的各种材料及其制品的基础共性规律，研究无机非金属材料的组成、结构、性能及其加工的一门实验科学，在材料的研究和生产实践中起着重要的作用。实验教学是无机非金属材料专业最重要的教学环节之一。

本书紧扣理论教学，系统地介绍了无机材料科学基础与无机材料工程基础领域相关的基础理论实验，着重介绍了实验设计原理、实验研究方法、实验数据处理等，主要包括晶体结构及缺陷、材料的润湿实验、高温熔体性质、黏土水系统的流动性和稳定性实验、无机材料热力学及相图测定、相变实验、固相反应动力学实验、烧结动力学实验以及流体力学、传热、传质、干燥以及燃料燃烧等实验，并系统介绍了测量误差与数据处理的相关理论与方法。为方便读者查阅有关无机材料科学与工程基础的常用参数，本书在附录列出了一些材料基础数据，以供参考。为培养学生分析和解决实际问题的能力，在每个实验后均附有思考题。

在本书的编写过程中，编者查阅并参考了大量的文献资料，注意吸收国内外本学科专业的最新成果和国内有关的新标准、新规范的内容，听取相关教学一线教师意见，注重基础理论与实践的结合、实验能力和素质的培养与训练，能够满足学生对无机材料科学与工程基础的全面系统的掌握与理解，有效地培养学生的创新能力和动手能力，为学生的进一步的专业课学习与实践打下良好、扎实的基础。

本书可作为无机非金属材料工程、材料科学与工程、硅酸盐工程、玻璃、水泥、陶瓷、建筑材料、耐火材料、混凝土制品等专业或相关专业学生的教材或教学参考书，也可供从事无机非金属材料研究和生产的科研工作者及工程技术人员参考。

本书由陈杰编写，邓军平、王志华对全书内容进行了审核并提出了许多宝贵意见。在本书编写过程中，得到了有关领导、老师和学生的热情支持和帮助，在此向他们表示衷心的感谢！另外还要感谢西安科技大学教材建设基金对本教材的资助！在编写过程中，编者参考了许多兄弟院校的实验教材和有关著作，在此表示感谢！

由于编写时间仓促，编者的学识和经验有限，书中难免存在纰漏与不足之处，恳请读者批评指正，以便进一步修改。

编　者

2010 年 7 月

目　录

第1章　实验误差与数据处理

无机材料科学与工程基础实验是研究无机非金属材料领域内的各种材料及其制品的基础共性规律，研究无机非金属材料的组成、结构、性能及其加工的一门实验科学。在实验研究工作中，一方面要拟定实验的方案，选择一定精度的仪器和适当的方法进行测量；另一方面必须将测得的数据整理归纳、科学分析，并寻求被研究体系变量间的关系规律。由于仪器和感觉器官的限制，实验测得的数据只能达到一定程度的准确性。因此，在着手实验之前了解测量所能达到的准确度，以及在实验以后合理地进行数据处理，都必须具有正确的误差概念，在此基础上通过误差分析，寻找适当的实验方法，选用最适合的仪器及量程，得出测量的有利条件，从中获得科学的结论。测量数据是否准确，数据处理方法是否科学，直接影响材料的研究与生产。因此，对测量误差与数据处理方法进行研究是十分必要的。

1.1　误差分析

1.1.1　真值与平均值

真值是指某物理量客观存在的确定值。通常一个物理量的真值是不知道的，是我们努力要求测到的。严格来讲，由于测量仪器、测定方法、环境、人的观察力、测量的程序等，都不可能是完善无缺的，所以真值是无法测得的，是一个理想值。

科学实验中真值的定义：设在测量中观察的次数为无限多，则根据误差分布定律正负误差出现的概率相等，故将所有观察值加以平均，在无系统误差的情况下，可能获得极近于真值的数值。故“真值”在现实中是指观察次数无限多时，所求得的平均值(或是写入文献手册中所谓的“公认值”)。然而对工程实验而言，观察的次数都是有限的，故用有限观察次数求出的平均值，只能是近似真值，或称为最佳值。一般我们称这一最佳值为平均值。常用的平均值有下列几种：

1. 算术平均值

这种平均值最常用。凡测量值的分布服从正态分布时，用最小二乘法原理可以证明：在一组等精度的测量中，算术平均值为最佳值或最可信赖值。算术平均值的计算如下：

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} \tag{1.1}$$

式中：$x_1,x_2,\cdots,x_n$—— 各次观测值；

n —— 观察的次数。

2. 均方根平均值

均方根平均值的计算如下：

$$\bar{x}_{均} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} \tag{1.2}$$

3. 加权平均值

对同一物理量用不同方法去测定，或对同一物理量由不同人去测定，计算平均值时，常对比较可靠的数值予以加权重平均，称为加权平均。加权平均值的计算如下：

$$\bar{w} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \cdots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \tag{1.3}$$

式中：$x_1, x_2, \cdots, x_n$—— 各次观测值；

$w_1, w_2, \cdots, w_n$—— 各测量值的对应权重，各观测值的权数一般凭经验确定。

4. 几何平均值

几何平均值的计算如下：

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1\ x_2\ x_3 \cdots x_n} \tag{1.4}$$

5. 对数平均值

对数平均值的计算如下：

$$\bar{x}_n = \frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} = \frac{x_1 - x_2}{\ln \frac{x_1}{x_2}} \tag{1.5}$$

以上介绍的各种平均值，目的是要从一组测定值中找出最接近真值的那个值。平均值的选择主要决定于一组观测值的分布类型，在无机材料实验研究中，数据分布较多的为正态分布，故通常采用算术平均值。

1.1.2 误差及其分类

在任何一种测量中，无论所用仪器多么精密、方法多么完善、实验者多么细心，不同时间所测得的结果都不一定完全相同，而有一定的误差和偏差。严格来讲，误差是指实验测量值（包括直接和间接测量值）与真值（客观存在的准确值）之差，偏差是指实验测量值与平均值之差，但习惯上通常将两者混淆而不加以区别。

根据误差的性质及其产生的原因，可将误差分为系统误差、偶然误差、过失误差 3 种。

1. 系统误差

系统误差又称恒定误差，由某些固定不变的因素引起。在相同条件下进行多次测量，其误差数值的大小和正负保持恒定，或随条件改变按一定的规律变化。

产生系统误差的原因有：仪器刻度不准，砝码未经校正；试剂不纯，质量不符合要求；周围环境的改变如外界温度、压力、湿度的变化；个人的习惯与偏向，如读取数据常偏高或偏低，记录某一信号的时间总是滞后，判定滴定终点的颜色程度各人不同等因素所引起的误差等。可以用准确度一词来表征系统误差的大小，系统误差越小，准确度越高，反之亦然。

由于系统误差是测量误差的重要组成部分，所以消除和估计系统误差对于提高测量准确度就十分重要。一般系统误差是有规律的，其产生的原因也往往是可知或找出原因后可以清除掉的。至于不能消除的系统误差，应设法确定或估计出来。

2. 偶然误差

偶然误差又称随机误差，是由某些不易控制的因素造成的。在相同条件下进行多次测量，其误差的大小、正负方向不一定，其产生原因一般不详，因而也就无法控制，主要表现在测量结果的分散性上，但完全服从统计规律，研究随机误差可以采用概率统计的方法。在误差理论中，常用精密度一词来表征偶然误差的大小。偶然误差越大，精密度越低，反之亦然。

在测量中，如果已经消除引起系统误差的一切因素，而所测数据仍在末 1 位或末 2 位数字上有差别，则为偶然误差。偶然误差的存在，主要是只注意认识影响较大的一些因素，而往往忽略其他一些小的影响因素，不是尚未发现，就是我们无法控制，而这些影响，正是造成偶然误差的原因。

3. 过失误差

过失误差又称粗大误差，即为与实际明显不符的误差，主要是由于实验人员粗心大意所致，如读错、测错、记错等都会带来过失误差。含有粗大误差的测量值称为坏值，应在整理数据时依据常用的准则加以剔除。

综上所述，可以认为系统误差和过失误差总是可以设法避免的，而偶然误差是不可避免的，因此最好的实验结果应该只含有偶然误差。

测量的质量和水平，可用误差的概念来描述，也可用准确度等概念来描述。国内外文献所用的名词术语颇不统一，精密度、正确度、精确度这几个术语的使用比较混乱。近年来趋于一致的多数意见如下：

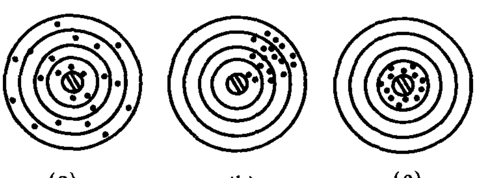
精密度：指衡量某些物理量几次测量之间的一致性，即重复性。它可以反映偶然误差大小的影响程度。

正确度：指在规定条件下，测量中所有系统误差的综合。它可以反映系统误差大小的影响程度。

精确度（准确度）：指测量结果与真值偏离的程度。它可以反映系统误差和随机误差综合大小的影响程度。

为说明它们之间的区别，往往用打靶来作比喻。如图 1.1 所示，图(a) 的系统误差小而偶然误差大，即正确度高而精密度低；图(b) 的系统误差大而偶然误差小，即正确度低而精密度高；图(c) 的系统误差和偶然误差都小，表示精确度（准确度）高。当然实验测量中没有像靶心这样明确的真值，而是设法去测定这个未知的真值。

对于实验测量来说，精密度高，正确度不一定高。正确度高，精密度也不一定高。但精确度（准确度）高，必然是精密度与正确度都高。



(a)　(b)　(c)

图 1.1　精密度、正确度、精确度含义示意图

1.1.3　误差的表示方法

测量误差分为测量点和测量列（集合）的误差。它们有不同的表示方法。

1. 测量点的误差表示

(1) 绝对误差 D。测量集合中某次测量值与其真值之差的绝对值称为绝对误差，即

$$D=|X-x| \tag{1.6}$$

即
$$X-x=\pm D,\quad x-D\leqslant X\leqslant x+D$$

式中：X—— 真值，常用多次测量的平均值代替；

x—— 测量集合中某测量值。

(2) 相对误差 Er。绝对误差与真值之比称为相对误差，即

$$\mathrm{Er}=\frac{D}{|X|} \tag{1.7}$$

相对误差常用百分数或千分数表示。因此不同物理量的相对误差可以互相比较，相对误差与被测的量值的大小及绝对误差的数值都有关系。

(3) 引用误差。仪表量程内最大示值误差与满量程示值之比的百分值。引用误差常用来表示仪表的精度。

2. 测量列(集合)的误差表示

(1) 范围误差。范围误差是指一组测量中的最高值与最低值之差，以此作为误差变化的范围。使用中常应用误差系数的概念。范围误差的计算如下：

$$K=\frac{L}{\alpha} \tag{1.8}$$

式中：K—— 最大误差系数；

L—— 范围误差；

α—— 算术平均值。

范围误差最大缺点是 K 只取决于两极端值，而与测量次数无关。

(2) 算术平均误差。算术平均误差是表示误差的较好方法，其定义为

$$\delta=\frac{\sum d_i}{n},\quad i=1,2,\cdots,n \tag{1.9}$$

式中：n—— 观测次数；

d_i—— 测量值与平均值的偏差，$d_i=x_i-\alpha$。

算术平均误差的缺点是无法表示出各次测量间彼此符合的情况。

(3) 标准误差。标准误差也称为根误差，计算如下：

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n}} \tag{1.10}$$

标准误差对一组测量中的较大误差或较小误差感觉比较灵敏，成为表示精确度的较好方法。

式(1.10)适用无限次测量的场合。在实际测量中，测量次数是有限的，宜改写为

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1}} \tag{1.11}$$

标准误差不是一个具体的误差，σ 的大小只说明在一定条件下等精度测量集合所属的任一次观察值对其算术平均值的分散程度。如果 σ 的值小，说明该测量集合中相应小的误差就占优势，任一次观测值对其算术平均值的分散度就小，测量的可靠性就大。

算术平均误差和标准误差的计算式中第 i 次误差可分别代入绝对误差和相对误差，相对得到的值表示测量集合的绝对误差和相对误差。

上述的各种误差表示方法中，不论是比较各种测量的精度或是评定测量结果的质量，均以相对误差和标准误差表示为佳，而在文献中标准误差更常被采用。

3. *仪表的精确度与测量值的误差*

(1) 电工仪表等一些仪表的精确度与测量误差。这些仪表的精确度常采用仪表的最大引用误差和精确度的等级来表示。仪表的最大引用误差的定义为

$$\text{最大引用误差} = \frac{\text{仪表显示值的绝对误差}}{\text{该仪表相应档次量程的绝对值}} \times 100\% \tag{1.12}$$

式中，仪表显示值的绝对误差指在规定的正常情况下，被测参数的测量值与被测参数的标准值之差的绝对值的最大值。对于多挡仪表，不同挡显示值的绝对误差和量程范围均不相同。

式(1.12) 表明，若仪表显示值的绝对误差相同，则量程范围愈大，最大引用误差愈小。

我国电工仪表的精确度等级有 7 种：0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5，5.0。如某仪表的精确度等级为 2.5 级，则说明此仪表的最大引用误差为 2.5%。

在使用仪表时，如何估算某一次测量值的绝对误差和相对误差呢?

设仪表的精确度等级 P 级，其最大引用误差为 10%。设仪表的测量范围为 x_n，仪表的示值为 x_i，则由式(1.12) 得该示值的误差为

$$\left.\begin{aligned} &\text{绝对误差 } D \leqslant x_n \times P\% \\ &\text{相对误差 } E = \frac{D}{x_i} \leqslant \frac{x_n}{x_i} \times P\% \end{aligned}\right\} \tag{1.13}$$

式(1.13) 表明：

若仪表的精确度等级 P 和测量范围 x_n 已固定，则测量的示值 x_i 愈大，测量的相对误差愈小。

选用仪表时，不能盲目地追求仪表的精确度等级。因为测量的相对误差还与 $\frac{x_n}{x_i}$ 有关，应该兼顾仪表的精确度等级和 $\frac{x_n}{x_i}$ 两者。

(2) 天平类仪器的精确度和测量误差。这些仪器的精度用以下公式来表示：

$$\text{仪器的精密度} = \frac{\text{名义分度值}}{\text{量程的范围}} \tag{1.14}$$

式中，名义分度值指测量时读数有把握正确的最小分度单位，即每个最小分度所代表的数值。例如 TG—3284 型天平，其名义分度值(感量) 为 0.1 mg，测量范围为 0 ～ 200 g，则其

$$\text{精确度} = \frac{0.1}{(200-0)\times 10^3} = 5 \times 10^{-7}$$

若仪器的精确度已知，也可用式(1.14) 求得其名义分度值。

使用这些仪器时，测量的误差可用下式来确定：

$$\left.\begin{aligned} &\text{绝对误差} \leqslant \text{名义分度值} \\ &\text{相对误差} \leqslant \frac{\text{名义度值}}{\text{测量值}} \end{aligned}\right\} \tag{1.15}$$

(3) 测量值的实际误差。由仪表的精确度用上述方法所确定的测量误差，一般总是比测

量值的实际误差小得多。这是因为仪器没有调整到理想状态，如不垂直、不水平、零位没有调整好等，会引起误差；仪表的实际工作条件不符合规定的正常工作条件，会引起附加误差；仪器经过长期使用后，零件发生磨损，装配状况发生变化等，也会引起误差；可能存在有操作者的习惯和偏向所引起的误差；仪表所感受的信号实际上可能并不等于待测的信号；仪表电路可能会受到干扰等。

总而言之，测量值实际误差大小的影响因素是很多的。为了获得较准确的测量结果，需要有较好的仪器，也需要有科学的态度和方法以及扎实的理论知识和实践经验。

1.1.4 "过失"误差的舍弃

这里加引号的"过失"误差与前面提到真正的过失误差是不同的。在稳定过程，不受任何人为因素影响，测量出少量过大或过小的数值，随意地舍弃这些"坏值"，以获得实验结果的一致，这是一种错误的做法，"坏值"的舍弃要有理论依据。

如何判断是否属于异常值？最简单的方法是以 3 倍标准误差为依据。

从概率理论可知，大于 3σ（均方根误差）的误差所出现的概率只有 0.3%，故通常把这一数值称为极限误差，即

$$\delta_{极限}=3\sigma \tag{1.16}$$

如果个别测量的误差超过 3σ，那么就可以认为属于过失误差而将舍弃。重要的是如何从有限的几次观察值中舍弃可疑值的问题，因为测量次数少，概率理论已不适用，而个别失常测量值对算术平均值影响很大。

有一种简单的判断法，即略去可疑观测值后，计算其余各观测值的平均值 α 及平均误差 δ，然后算出可疑观测值 x_i 与平均值 α 的偏差 d。如果 $d\geqslant 4\delta$，则此可疑值可以舍弃，因为这种观测值存在的概率大约只有 1/1 000。

1.1.5 间接测量中的误差传递

在许多实验和研究中，所得到的结果有时不是用仪器直接测量得到的，而是要把实验现场直接测量值代入一定的理论关系式中，通过计算才能求得所需要的结果，即间接测量值。如雷诺数 $Re=\dfrac{du\rho}{\mu}$ 就是间接测量值，由于直接测量值有误差，因而使间接测量值也必然有误差。怎样由直接测量值的误差计算间接测量值的误差呢？这就是误差的传递问题。

误差的传递公式：从数学中知道，当间接测量值(y) 与直接值测量值($x_1,x_2,\cdots,x_n$) 有函数关系时，即

$$y=f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

则其微分式为

$$\mathrm{d}y=\frac{\partial y}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2+\cdots+\frac{\partial y}{\partial x_n}\mathrm{d}x_n \tag{1.17}$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{y}=\frac{1}{f(x_1,x_2,\cdots,x_n)}\left[\frac{\partial y}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial y}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2+\cdots+\frac{\partial y}{\partial x_n}\mathrm{d}x_n\right] \tag{1.18}$$

根据式(1.17) 和式(1.18)，当直接测量值的误差($\Delta x_1,\Delta x_2,\cdots,\Delta x_n$) 很小，并且考虑到最不利的情况时，应是误差累积和取绝对值，则可求间接测量值的误差 Δy 或 $\Delta y/y$ 为

$$\Delta y=\left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right| \left|\Delta x_1\right|+\left|\frac{\partial y}{\partial x_2}\right|\left|\Delta x_2\right|+\cdots+\left|\frac{\partial y}{\partial x_n}\right|\left|\Delta x_n\right| \tag{1.19}$$

$$\mathrm{Er}=\frac{\Delta y}{y}=\frac{1}{f(x_1,x_2,\cdots,x_n)}\left[\left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right| \left|\Delta x_1\right|+\left|\frac{\partial y}{\partial x_2}\right|\left|\Delta x_2\right|+\cdots+\left|\frac{\partial y}{\partial x_n}\right| \left|\Delta x_n\right|\right] \tag{1.20}$$

式(1.19)、式(1.20)就是由直接测量误差计算间接测量误差的误差传递公式。对于标准差的传递则有

$$\sigma_y=\sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2\sigma_{x_1}^2+\left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2\sigma_{x_2}^2+\cdots+\left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)\sigma_{x_n}^2} \tag{1.21}$$

式中：$\sigma_{x_1},\sigma_{x_2},\cdots,\sigma_{x_n}$ —— 直接测量的标准误差；

σ_y —— 间接测量值的标准误差。

式(1.21)在有关资料中称为“几何合成”或“极限相对误差”。现将计算函数的误差的各种关系式列于表 1.1 中。

表 1.1　函数式的误差关系表

数学式	误差传递公式	
	最大绝对误差	最大相对误差 Er(y)
$y=x_1+x_2+\cdots+x_n$	$\Delta y=\pm(\lvert\Delta x_1\rvert+\lvert\Delta x_2\rvert+\cdots+\lvert\Delta x_n\rvert)$	$\mathrm{Er}(y)=\dfrac{\Delta y}{y}$
$y=x_1+x_2$	$\Delta y=\pm(\lvert\Delta x_1\rvert+\lvert\Delta x_2\rvert)$	$\mathrm{Er}(y)=\dfrac{\Delta y}{y}$
$y=x_1x_2$	$\Delta y=\Delta(x_1x_2)=\pm(\lvert x_1\Delta x_2\rvert+\lvert x_2\Delta x_1\rvert)$ 或 $\Delta y=y\mathrm{E_r}(y)$	$\mathrm{Er}(y)=\mathrm{Er}(x_1x_2)=\pm\left(\left\lvert\dfrac{\Delta x_1}{x_1}\right\rvert+\left\lvert\dfrac{\Delta x_2}{x_2}\right\rvert\right)$
$y=x_1x_2x_3$	$\Delta y=\pm(\lvert x_1x_2\Delta x_3\rvert+\lvert x_1x_3\Delta x_2\rvert+\lvert x_2x_3\Delta x_1\rvert)$ 或 $\Delta y=y\mathrm{Er}(y)$	$\mathrm{Er}(y)=\pm\left(\left\lvert\dfrac{\Delta x_1}{x_1}\right\rvert+\left\lvert\dfrac{\Delta x_2}{x_2}\right\rvert+\left\lvert\dfrac{\Delta x_3}{x_3}\right\rvert\right)$
$y=x^n$	$\Delta y=\pm\lvert nx^{n-1}\Delta x\rvert$ 或 $\Delta y=y\mathrm{E_r}(y)$	$\mathrm{Er}(y)=\pm n\left\lvert\dfrac{\Delta x}{x}\right\rvert$
$y=\sqrt[n]{x}$	$\Delta y=\pm\left\lvert\dfrac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}\Delta x\right\rvert$ 或 $\Delta y=y\cdot\mathrm{Er}(y)$	$\mathrm{Er}(y)=\dfrac{\Delta y}{y}=\pm\left(\left\lvert\dfrac{1}{n}\dfrac{\Delta x}{x}\right\rvert\right)$
$y=\dfrac{x_1}{x_2}$	$\Delta y=y\mathrm{Er}(y)$	$\mathrm{Er}(y)=\pm\left(\left\lvert\dfrac{\Delta x_1}{x_1}\right\rvert+\left\lvert\dfrac{\Delta x_2}{x_2}\right\rvert\right)$
$y=cx$	$\Delta y=\Delta(cx)=\pm\lvert c\Delta x\rvert$ 或 $\Delta y=y\mathrm{Er}(y)$	$\mathrm{Er}(y)=\dfrac{\Delta y}{y}$ 或 $\mathrm{Er}(y)=\pm\left\lvert\dfrac{\Delta x}{x}\right\rvert$
$y=\lg x=0.434\,29\ln x$	$\Delta y=\pm\lvert(0.434\,29\ln x)'\Delta x\rvert=\pm\left\lvert\dfrac{0.434\,29}{x}\Delta x\right\rvert$	$\mathrm{Er}(y)=\dfrac{\Delta y}{y}$

1.1.6 误差分析举例

误差分析除用于计算测量结果的精确度外，还可以对具体的实验设计先进行误差分析，在找到误差的主要来源及每一个因素所引起的误差大小后，对实验方案和选用仪器仪表提出有益的建议。

例 1 在阻力测定实验中，测定层流 $Re-\lambda$ 关系是在 $D6$（公称径为 6 mm）的小铜管中进行的，因内径太小，不能采用一般的游标卡尺测量，而采用体积法进行直径间接测量。截取高度为 400 mm 的管子，测量这段管子中水的容积，从而计算管子的平均内径。测量的量具用移液管，其体积刻度线相当准确，而且它的系统误差可以忽略。体积测量 3 次，分别为 11.31，11.26，11.30 mL。问体积的算术平均值 α、平均绝对误差 D、相对误差 Er 为多少？

解 算术平均值 $$\alpha=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{11.31+11.26+11.30}{3}=11.29$$

平均绝对误差 $$\bar{D}=\frac{|11.29-11.31|+|11.29-11.26|+|11.29-11.30|}{3}=0.02$$

相对误差 $$\mathrm{Er}=\frac{\bar{D}}{a}=\frac{\pm 0.02}{11.29}\times 100\%=0.18\%$$

例 2 要测定层流状态下，公称内径为 6 mm 的管道的摩擦因数 λ（参见流体阻力实验），希望在 $Re=200$ 时，λ 的精确度低于 4.5%，问实验装置设计是否合理？并选用合适的测量方法和测量仪器。

解 λ 的函数形式为

$$\lambda=\frac{2g\pi^2}{16}\frac{d^5(R_1-R_2)}{lV_s^2}$$

式中：R_1，R_2—— 被测量段前后的液柱读数值，mH_2O；

V_s—— 流量，m^3/s；

l —— 被测量段长度 m。

标准误差：$$\mathrm{Er}(\lambda)=\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=\pm\sqrt{\left(5\frac{\Delta d}{d}\right)^2+\left(2\frac{\Delta V_s}{V_s}\right)^2+\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2+\left(\frac{\Delta R_1+\Delta R_2}{R_1-R_2}\right)^2}$$

要求 $\mathrm{Er}(\lambda)<4.5\%$，由于 $\frac{\Delta l}{l}$ 所引起的误差小于 $\frac{\mathrm{Er}(\lambda)}{10}$，故可以略去不考虑。剩下 3 项分误差，可按等效法进行分配，每项分误差和总误差的关系：

$$\mathrm{Er}(\lambda)=\sqrt{3m_i^2}=4.5\%$$

每项分误差 $$m_i=\frac{4.5}{\sqrt{3}}\%=2.6\%$$

（1）流量项的分误差估计首先确定 V_s 值：

$$V_s=Re\,\frac{d\mu\pi}{4\rho}=2\ 000\times\frac{0.006\times 10^{-3}\times\pi}{4\times 1\ 000}=9.4\times 10^{-6}\,m^3/s=9.4\,mL/s$$

这么小的流量可以采用 500 mL 的量筒测其流量，量筒系统误差很小，可以忽略，读数误差为 ±5 mL，计时用的秒表系统误差也可忽略，开停秒表的随机误差估计为 ±0.1 s，当 $Re=200$ 时，每次测量水量约为 450 mL，需时间 48 s 左右。流量测量最大误差为

$$\frac{\Delta V_s}{V_s}=\pm\left(\frac{\Delta V}{V}+\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)=\pm(\frac{5}{450}+\frac{0.1}{48})=0.011$$

式中具体数字说明$\frac{\Delta V}{V}$误差较大，$\frac{\Delta\tau}{\tau}$可以忽略。因此流量项的分误差为

$$m_1=2\frac{\Delta V_s}{V_s}=2\times0.011\times100\%=2.2\%$$

没有超过每项分误差范围。

(2) d 的相对误差。要求 $5\frac{\Delta d}{d}\leqslant m$，则

$$\frac{\Delta d}{d}\leqslant\frac{m}{5}$$

即

$$\frac{\Delta d}{d}\leqslant\frac{2.6\%}{5}=0.52\%$$

由例 2 知道管径 d 由体积法进行间接测量。

$$V=\frac{\pi}{4}d^2h$$

$$d=\sqrt{\frac{V}{h}\times\frac{4}{\pi}}$$

已知管高度为 400 mm，绝对误差为 ±0.5 mm

为保险起见，仍采用几何合成法计算 d 的相对误差：

$$\frac{\Delta d}{d}=\frac{1}{2}(\frac{\Delta V}{V}+\frac{\Delta h}{h})$$

由例 1 已知计算出$\frac{\Delta V}{V}$的相对误差为 0.18%。代入具体数值：

$$m_2=5\frac{\Delta d}{d}=\frac{5}{2}\left(\frac{\Delta V}{V}+\frac{\Delta h}{h}\times100\%\right)=\frac{5}{2}\left(0.18+\frac{0.5}{400}\times100\%\right)=0.8\%$$

也没有超过每项分误差范围。

(3) 压差的相对误差。单管式压差计用分度为 1 mm 的尺子测量，系统误差可以忽略，读数随机绝对误差 ΔR 为 ±0.5 mm。因此有

$$\frac{\Delta R_1+\Delta R_2}{R_1-R_2}=\frac{2\Delta R_1}{R_1-R_2}=\frac{2\times0.5}{R_1-R_2}$$

压差测量值 R_1-R_2 与两测压点间的距离 l 成正比：

$$R_1-R_2=\frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\frac{u^2}{2g}=\frac{64}{2\ 000}\frac{l}{0.006}\frac{\left(\frac{9.4\times10^{-6}}{0.785\times0.006^2}\right)^2}{2g}=0.031$$

式中：u—— 平均流速，m/s。

由上式可算出 l 的变化对压差相对误差的影响(见表 1.2)。

表 1.2　相对误差表

l/mm	R_1-R_2/mm	$\frac{2\Delta R_1}{R_1-R_2}\times 100\%$
500	15	6.7%
1 000	30	3.3%
1 500	45	2.2%
2 000	60	1.6%

由表中可见，选用 $l \geqslant 1\,500$ mm 可满足要求，若实验采用 $l=1\,500$ mm 其相对误差为

$$m_3=\frac{\Delta R_1+\Delta R_2}{R_1-R_2}=\frac{2\Delta R_1}{R_1-R_2}=\frac{2\times 0.5}{0.03\times 1\,500}\times 100\%=2.2\%$$

总误差：

$$\mathrm{Er}(\lambda)=\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=\pm\sqrt{m_1^2+m_2^2+m_3^2}=\pm\sqrt{(2.2)^2+(0.8)^2+(2.2)^2}=\pm 3.2\%$$

通过以上误差分析可知：

(1) 为实验装置中两测点间的距离 l 的选定充分提供了依据。

(2) 直径 d 的误差，因传递系数较大(等于 5)，对总误差影响较大，但所选测量 d 的方案合理，这项测量精确度高，对总误差影响反而下降了。

(3) 现有的测量 V_s 误差显得过大，其误差主要来自体积测量，因而若改用精确度更高一级的量筒，则可以提高实验结果的精确度。

1.2　实验数据的有效数字与计数法

1.2.1　有效数字

实验数据或根据直接测量值的计算结果，总是以一定位数的数字来表示。究竟取几位数才是有效的呢？是不是小数点后面的数字越多就越准确？或者运算结果保留位数越多就越准确？其实这是错误的想法。因为，第一，数据中小数点的位置不决定准确度，而与所用单位大小有关；第二，与测量仪表的精度有关，一般应记录到仪表最小刻度的十分之一位。例如，某液面计标尺的最小分度为 1 mm，则读数可以读到 0.1 mm。如液面高为 524.5 mm，即前三位是直接读出的，是准确的，最后一位是估计的，是欠准确的或可疑的，称该数据为 4 位有效数字。如液面恰好在 524 mm 刻度上，则数据应记作 524.0 mm。

1.2.2　科学计数法

在科学研究与工程实际中，为了清楚地表达有效数字或数据的精度，通常将有效数字写出并在第一位数字后加小数点，而数值的数量级由 10 的整数幂来确定，这种以 10 的整数幂来计数的方法称科学计数法。例如，0.008 8 应记作 8.8×10^{-3}，88 000(有效数字 3 位) 记作 $8.80\times$

10^4。应注意，在科学记数法中，在 10 的整数幂之前的数字应全部为有效数字。

1.2.3　有效数字的运算

(1) 加减法运算。各不同位数有效数字相加减，其和或差有效数字等于其中位数最少的一个。

(2) 乘除法计算。乘积或商的有效数字，其位数与各乘、除数中有效数字最少的相同。注意：π、e、g 等常数有效数字的位数可多可少，根据需要选取。

(3) 乘方与开方运算。乘方、开方后的有效数字与其底数相同。

(4) 对数运算。对数的有效数字的位数与其真数相同。

(5) 在 4 个数以上的平均值计算中，其平均值的有效数字的位数可比各数据中最小有效数字的位数多一位。

(6) 所有取自手册上的数据，其有效数字的位数按计算需要选取，但原始数据如有限制，则应服从原始数据。

(7) 一般在工程计算中取 3 位有效数字已足够精确，在科学研究中根据需要和仪器的可能，可以取到 4 位有效数字。

1.3　实验结果的表示方法与数据处理

实验数据处理，就是以测量为手段，以研究对象的概念、状态为基础，以数学运算为工具，推断出某量值的真值，并导出某些具有规律性结论的整个过程。因此对实验数据进行处理，可使人们清楚地观察到各变量之间的定量关系，以便进一步分析实验现象，得出规律，指导生产与设计。

数据处理的方法有三种：列表法、图示法和回归分析法。

1.3.1　列表法

将实验数据按自变量和因变量的关系，以一定的顺序列出数据表，即为列表法。列表法有许多优点，如为了不遗漏数据，原始数据记录表会给数据处理带来方便；列出数据使数据易比较；形式紧凑；同一表格内可以表示几个变量间的关系等。列表通常是整理数据的第一步，为标绘曲线图或整理成数学公式打下基础。

1. 实验数据表的分类

实验数据表一般分为两大类：原始数据记录表和整理计算数据表。以阻力实验测定层流 $Re-\lambda$ 关系为例进行说明。

原始数据记录表是根据实验的具体内容而设计的，以清楚地记录所有待测数据。该表必须在实验前完成。层流阻力实验原始数据记录表见表 1.3。

整理计算数依据表可细分为中间计算结果表(体现出实验过程主要变量的计算结果)、综合结果表(表达实验过程中得出的结论)和误差分析表(表达实验值与参照值或理论值的误差范围)等，实验报告中要用到几个表，应根据具体实验情况而定。层流阻力实验整理计算数据表见表 1.4，误差分析结果见表 1.5。

表 1.3　层流阻力实验原始数据记录表

实验装置编号：第____套　管径____m　管长____m　平均水温____℃　实验时间____年____月____日

序号	水的体积 V/mL	时间 t/s	压差计示值			备注
			左/mm	右/mm	ΔR/mm	
1						
2						
…						
n						

表 1.4　层流阻力实验整理计算数据表

序号	流量 $V/(m^3/s)$	平均流速 $u/(m/s)$	层流沿程损失值 h_f/mH_2O	$Re\times10^2$	$\lambda\times10^{-2}$	λ-Re 关系式
1						
2						
…						
n						

表 1.5　层流阻力实验误差分析结果表

层　流	$\lambda_{实验}$	$\lambda_{理论}$	相对误差/(%)

2. 设计实验数据表应注意的事项

(1) 表格设计要力求简明扼要，一目了然，便于阅读和使用。记录、计算项目要满足实验需要，如原始数据记录表格上方要列出实验装置的几何参数以及平均水温等常数项。

(2) 表头列出物理量的名称、符号和计算单位。符号与计量单位之间用斜线"/"隔开。斜线不能重叠使用。计量单位不宜混在数字之中，造成分辨不清。

(3) 注意有效数字位数，即记录的数字应与测量仪表的准确度相匹配，不可过多或过少。

(4) 物理量的数值较大或较小时，要用科学记数法表示。以"物理量的符号 / $\times10^{\pm n}$ 计量单位"的形式记入表头。注意：表头中的 $10^{\pm n}$ 与表中的数据应服从下式：

$$物理量的实际值\times10^{\pm n}=表中数据$$

(5) 为便于引用，每一个数据表都应在表的上方写明表号和表题（表名）。表号应按出现的顺序编写并在正文中有所交代。同一个表尽量不跨页，必须跨页时，在跨页的表上须注明"续表"。

(6) 数据书写要清楚整齐。修改时宜用单线将错误的划掉，将正确的写在下面。各种实验条件及作记录者的姓名可作为"表注"，写在表的下方。