

非线性动力学与控制的 若干理论及应用

杨绍普 曹庆杰 张伟 主编



科学出版社

非线性动力学丛书 13

非线性动力学与控制的 若干理论及应用

杨绍普 曹庆杰 张 伟 主编

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书主要介绍非线性系统动力学行为与控制的研究进展,重点是近年来国内外的最新进展,包括强非线性与非光滑系统动力学、高维与无限维非线性系统动力学、载运工具系统的非线性动力学与控制、时滞非线性系统动力学与控制方法研究等.本书理论与应用兼顾,在介绍一些基本方法新进展的同时,也将各种方法用于解决机械系统中的许多实际问题,因此,本书可以引导读者尽快进入本领域的前沿,也将为该领域的研究提供有价值的参考.

本书可供力学、机械、数学、物理、航空航天、土木工程等专业高年级大学生、研究生和教师使用.

图书在版编目(CIP)数据

非线性动力学与控制的若干理论及应用/杨绍普,曹庆杰,张伟主编.
—北京:科学出版社,2011

(非线性动力学丛书;13)

ISBN 978-7-03-029823-2

I. ①非… II. ①杨… ②曹… ③张… III. ①非线性力学:动力学-研究 ②非线性控制系统-研究 IV. ① 0322 ② TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 251743 号

责任编辑:赵彦超/责任校对:陈玉凤

责任印制:张克忠/封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏杰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011年1月第一版 开本:B5(720×1000)

2011年1月第一次印刷 印张:22 1/4

印数:1—2 500 字数:421 000

定价:68.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《非线性动力学丛书》序

真实的动力系统几乎都含有各种各样的非线性因素, 诸如机械系统中的间隙、干摩擦, 结构系统中的材料弹塑性、构件大变形, 控制系统中的元器件饱和特性、变结构控制策略等. 实践中, 人们经常试图用线性模型来替代实际的非线性系统, 以求方便地获得其动力学行为的某种逼近. 然而, 被忽略的非线性因素常常会在分析和计算中引起无法接受的误差, 使得线性逼近成为一场徒劳. 特别对于系统的长时间历程动力学问题, 有时即使略去很微弱的非线性因素, 也会在分析和计算中出现本质性的错误.

因此, 人们很早就开始关注非线性系统的动力学问题. 早期研究可追溯到 1673 年 Huygens 对单摆大幅摆动非等时性的观察. 从 19 世纪末起, Poincaré, Lyapunov, Birkhoff, Andronov, Arnold 和 Smale 等数学家和力学家相继对非线性动力系统的理论进行了奠基性研究, Duffing, van der Pol, Lorenz, Ueda 等物理学家和工程师则在实验和数值模拟中获得了许多启示性发现. 他们的杰出贡献相辅相成, 形成了分岔、混沌、分形的理论框架, 使非线性动力学在 20 世纪 70 年代成为一门重要的前沿学科, 并促进了非线性科学的形成和发展.

近 20 年来, 非线性动力学在理论和应用两个方面均取得了很大进展. 这促使越来越多的学者基于非线性动力学观点来思考问题, 采用非线性动力学理论和方法, 对工程科学、生命科学、社会科学等领域中的非线性系统建立数学模型, 预测其长期的动力学行为, 揭示内在的规律性, 提出改善系统品质的控制策略. 一系列成功的实践使人们认识到: 许多过去无法解决的难题源于系统的非线性, 而解决难题的关键在于对问题所呈现的分岔、混沌、分形、孤立子等复杂非线性动力学现象具有正确的认识和理解.

近年来, 非线性动力学理论和方法正从低维向高维乃至无穷维发展. 伴随着计算机代数、数值模拟和图形技术的进步, 非线性动力学所处理的问题规模和难度不断提高. 已逐步接近一些实际系统. 在工程科学界, 以往研究人员对于非线性问题绕道而行的现象正在发生变化. 人们不仅力求深入分析非线性对系统动力学的影响, 使系统和产品的动态设计、加工、运行与控制满足日益提高的运行速度和精度需求, 而且开始探索利用分岔、混沌等非线性现象造福人类.

在这样的背景下, 有必要组织在工程科学、生命科学、社会科学等领域中从事非线性动力学研究的学者撰写一套非线性动力学丛书, 着重介绍近几年来非线性动力学理论和方法在上述领域的一些研究进展, 特别是我国学者的研究成果, 为从事

非线性动力学理论及应用研究的人员,包括硕士研究生和博士研究生等,提供最新的理论、方法及应用范例.在科学出版社的大力支持下,我们组织了这套《非线性动力学丛书》.

本套丛书在选题和内容上有别于郝柏林先生主编的《非线性科学丛书》(上海教育出版社出版),它更加侧重于对工程科学、生命科学、社会科学等领域中的非线性动力学问题进行建模、理论分析、计算和实验.与国外的同类丛书相比,它更具有整体的出版思想,每分册阐述一个主题,互不重复.丛书的选题主要来自我国学者在国家自然科学基金等资助下取得的研究成果,有些研究成果已被国内外学者广泛引用或应用于工程和社会实践,还有一些选题取自作者多年的教学成果.

希望作者、读者、丛书编委会和科学出版社共同努力,使这套丛书取得成功.

胡海岩

2001年8月

序 言

2011 年将是陈予恕院士八十华诞,《非线性动力学丛书》编委会邀请陈予恕院士的若干学生,编写出版这个文集,以纪念陈予恕院士对我国非线性动力学发展的贡献,具有特殊意义。

陈予恕院士 1931 年生于山东肥城,1956 年毕业于天津大学机械系,1963 年获苏联科学院技术科学副博士学位,1998 年当选为俄罗斯应用科学院外籍院士,2005 年当选为中国工程院院士。他曾任中国振动工程学会常务理事、非线性振动专业委员会主任委员,IFTtoMM 非线性振动技术委员会委员。

陈予恕院士是我国著名非线性动力学专家,四十余年来一直从事非线性动力学理论及其工程应用的研究,为我国非线性动力学与控制学科的发展做出了突出的贡献。特别是他与 Langford 教授提出了一类非线性系统周期解分岔的理论方法,揭示了参数空间中多种不同运动模式,涵盖了苏美同行发现的两种模式,不仅为研究非线性动力学系统的复杂运动提供了理论方法,也为工程非线性动力学系统的失稳控制设计奠定了基础。该法被国际同行称为 C-L(陈-Langford)方法。捷克科学院院士 Pust 教授认为:“C-L 方法弥补了传统非线性振动理论的不足”。

为了适应机械装备现代化设计的需求,陈予恕院士提出了机械结构中的非线性动力学设计技术,根据已知重大振动故障与系统参数之间相关规律,合理地选择设计参数,以使振动状态有足够的稳定裕度。这种方法突破了传统线性理论故障建模和机理分析方法,揭示了故障机理与原因,为治理大型火电机组的重大振动故障提供了科学依据与对策。

陈予恕院士还提出了振动机械的三优设计技术,并用于我国最大(32 平方米)非线性共振筛研制,同比节能三分之二,筛分率提高百分之二十。该项设计技术被平顶山洗煤厂应用于非线性共振筛系列化的研制,并被同行专家广泛应用于超细粉振动研磨机、振动破碎机等振动机械的设计,同时作为理论联系实际的范例已编入教育部指定的研究生教材。陈予恕教授领导的非线性动力学与控制团队,已形成了理论与工程相结合的研究特色。

陈予恕院士曾主持国家自然科学基金重大项目 1 项,重点项目 1 项及多项国家级项目。作为第一完成人,陈予恕院士曾获国家自然科学基金二等奖和国家科技进步奖二等奖各 1 项,省部级一等奖 3 项,二等奖 5 项,发明专利 3 项。他发表重要论文 150 多篇,其中 SCI、EI 收录 100 多篇,出版中、英文专著 5 部。作为非线性振动的奠基人之一,陈予恕院士还为我国培养了一支高水平的非线性动力学研究

队伍, 包括 60 多名博士、硕士及博士后, 其中绝大多数已成为国内非线性动力学与控制研究领域的骨干力量, 有 4 人获得国家杰出青年科学基金, 2 人获得教育部“跨世纪人才基金”。

陈予恕院士具有非凡的毅力, 不论是在科研任务非常繁重、项目攻关的关键时刻, 还是在外地出差、休假的时候, 不论炎炎夏日抑或风雪寒冬, 他几十年如一日坚持晨练跑步。在科学研究上, 无论外部环境如何, 他都几十年如一日坚持对非线性动力学与控制进行不懈探索。

我衷心祝贺陈予恕院士 80 华诞, 祝福他健康长寿, 也热烈祝贺本文集的出版, 真诚地祝愿我国非线性动力学前景辉煌。

是为序。

中国科学院院士 朱位秋

2010 年 12 月 16 日

前 言

Newton 提出的运动三定律和万有引力定律奠定了现代科学的基础,推动了现代科学的发展,如海王星和冥王星的轨道预测、自由落体及潮汐等自然现象的研究均是建立在 Newton 力学基础上的.但是随着人们对客观世界的深入研究,出现了很多 Newton 力学无法解释的现象,如周期激励下非线性系统的混沌现象.

自然界本质上是非线性的,线性只是非线性的近似,因此,通过非线性科学的研究能更好地刻画真实世界.在非线性科学中,非线性动力学是一个重要的分支.非线性动力学的研究最早可追溯到 Huygens 观察到的单摆大幅摆动的非等时现象以及频率接近的两只时钟的同步化现象.从 19 世纪末期开始, Poincaré, Lyapunov 等科学家逐步建立了非线性动力学研究的定性方法,即通过直接分析非线性微分方程的结构和系统参数,确定非线性系统响应的一些典型特征,如非线性系统的平衡点、极限环等;工程领域的学者如 van der Pol, Duffing 等从实验或者工程实际中观察到了相应的非线性动力学现象;同时 Krylov, Bogliubov, Mitropolski, Nayfeh 等科学家则发展了非线性动力学的近似解析方法.这三者相辅相成,相互促进,极大地推动了非线性动力学学科的发展.

随着现代数学理论和计算机技术的发展,近 40 年来非线性动力学理论取得了长足的进展.非线性动力学不仅在本学科的理论 and 实验研究方面得到了发展,而且逐渐应用到机械、化工、航空、航天、交通、土木等工程领域.研究重点从最初的判断平衡点和周期解的数目及稳定性,发展到分岔、混沌、分形、孤立子等复杂动力学现象的本质探索;非线性动力学研究内容不仅包括了非线性动力学理论的正问题(如系统分析、振动控制等),也包括了非线性动力学的反问题(如系统设计、故障诊断、参数辨识、载荷识别等);非线性动力学的研究从最初的理论分析、近似求解,发展到目前的系统分析、数值仿真、数值实验、真实实验与模拟测试等多手段相结合的研究方法.非线性动力学研究出现的 Melnikov 方法、Feigenbaum 常数、Kolmogorov 熵、Ueda 吸引子、Smale 马蹄等代表性成果对非线性动力学在各部门学科中的应用起到了非常重要的作用.

我国学者在非线动力学领域也取得了一批创新性成果,如陈予恕院士结合大型旋转机械的治理与故障诊断,发展了传统的非线性动力学理论,提出了 C-L 方法,解决了周期解的模式分类和识别问题;闻邦椿院士系统地研究和发展的振动学与机器学相结合的新科学“振动利用工程学”,研究了转子动力学、机械系统非线性振动理论及应用、机械故障的振动诊断及工程机械理论的一些问题;朱位秋院

士提出与发展了随机激励的耗散的 Hamilton 系统理论,得到了四类能量非等分精确平稳解;胡海岩院士研究了振动控制系统中反馈时滞导致的非线性动力学问题,得到了时滞系统稳定性分析、周期解判断等一系列原创性成果,等等.

时值陈予恕教授 80 华诞,我们出版此书作为贺礼,对近年来在非线性动力学理论和应用方面取得的一些研究成果作一介绍.本书的主要内容包括四篇 23 章:第一篇是强非线性与非光滑非线性系统动力学,包括 SD 振子研究的若干进展及展望,待定固有频率法与非线性动力系统的复杂动力学,非对称、强非线性、多自由度系统周期解的初值变换法,基于增量谐波平衡的非线性系统参数识别法,斜裂纹转子系统横向振动的运动稳定性和动力学特性,非线性汽流激振力和油膜力作用下 Jeffcott 刚性转子的 $1/2$ 亚谐共振,由曹庆杰、张琪昌、李银山、叶敏、褚福磊、曹树谦等完成;第二篇是高维与无限维非线性系统动力学,包括 Genesio 系统的 Hopf 分岔与混沌、高维非线性动力学系统的降维方法研究、非线性 KP 方程的精确解及其分岔研究、超临界轴向运动梁的分岔与振动、简支层合梁形状记忆合金层的力-位移特性、多时间尺度下 B-Z 反应的复杂动力学行为,由陈芳启、曹登庆、唐驾时、陈立群、吴志强、毕勤胜等完成;第三篇为载运工具系统的非线性动力学与控制,包括横浪中甲板上船舶的随机跳跃研究、基于磁流变阻尼器的高速动车组悬挂系统半主动控制与时滞分析、机翼颤振的非线性动力学和控制研究、五自由度汽车盘式制动系统的黏滑非线性振动分析、铰接塔-油轮系统非线性动力特性研究、弹性壳液耦合系统大幅度低频重力波的产生机理与实验研究,由刘利琴、杨绍普、丁千、张伟、唐友刚、刘习军等完成;第四篇为时滞非线性系统动力学与控制方法研究,包括时滞吸振器技术的理论基础、时滞反馈控制下耦合 van der Pol 振子的主参数共振响应、一类参数不确定 Rossler 系统的自适应反推混沌控制、绳系卫星系统若干动力学与控制研究、一种基于行列循环移位的时空混沌图像加密算法设计,由徐鉴、李欣业、梁建术、金栋平、王德石等完成.全书由杨绍普、曹庆杰和张伟进行了总编.本书可以引导读者尽快了解和进入非线性动力学与控制理论及应用研究领域的国际前沿.由于时间所限,本书不足之处敬请读者谅解.

衷心感谢朱位秋院士为本书撰写了序言.

本书研究内容得到了国家杰出青年科学基金项目 (10425209; 50625518)、国家自然科学基金重点项目 (10732020; 10932006; 10632040)、国家自然科学基金面上项目 (10872136; 10872141; 10772056; 90816002; 10672053; 10672141; 50809048; 10572101; 10872142; 10972154; 10872063; 10872009; 10872080; 10902074)、河北省自然科学基金重点项目 (09215301D)、河北省教育厅基金项目 (2009470)、河北省自然科学基金项目 (08M003)、黑龙江省自然科学基金重点项目 (ZJG0704)、天津市自然科学基金项目 (08JCZDJC20200; 043103611; 043603511)、教育部新世纪优秀人才基金项目 (NCET-05-0247)、高等学校博士点基金资助项目 (200800561093) 等

科研项目的支持，在此一并表示诚挚的感谢！

作 者

2010年5月

目 录

《非线性动力学丛书》序

序言

前言

第一篇 强非线性与非光滑非线性系统动力学

第 1 章 SD 振子研究的若干进展	3
1.1 振子的运动方程简介	3
1.2 未扰 SD 振子	4
1.3 平衡点分析	5
1.4 受扰 SD 振子	6
1.4.1 受扰 SD 振子的吸引子	6
1.4.2 受扰 SD 振子的余维 2 分岔	9
1.5 刚性耦合的 SD 振子	13
1.6 结论	16
参考文献	16
第 2 章 待定固有频率法与非线性动力系统的复杂动力学	18
2.1 强非线性振动系统的稳态响应	18
2.1.1 单自由度系统 (基于传统规范型理论)	18
2.1.2 单自由度系统 (基于最简规范型理论)	20
2.1.3 两自由度系统	21
2.2 强非线性振动系统的同 (异) 宿分岔	22
2.2.1 强非线性振动系统的同宿分岔	22
2.2.2 强非线性振动系统的异宿分岔	24
2.3 强非线性振动系统的高余维静态分岔	25
2.4 改善 Melnikov 方法分析非线性动力系统的混沌临界值	27
2.4.1 算例 2-5(同宿分岔)	29
2.4.2 算例 2-6(异宿分岔)	30
2.5 结论	31
参考文献	31
第 3 章 非对称、强非线性、多自由度系统周期解的初值变换法	33
3.1 对称强非线性系统的初值变换法	34

3.1.1	考虑初值变换的单项谐波平衡法	34
3.1.2	考虑初值变换的两项谐波平衡法	35
3.1.3	应用	35
3.2	非对称强非线性系统的初值变换法	36
3.2.1	考虑初值变换的单项谐波平衡法	37
3.2.2	考虑初值变换的两项谐波平衡法	37
3.2.3	应用	38
3.3	多自由度强非线性系统的初值变换法	39
3.3.1	考虑初值变换的单项谐波平衡法	40
3.3.2	考虑初值变换的两项谐波平衡法	40
3.3.3	数值结果	41
3.4	结论	43
	参考文献	43
第 4 章	基于增量谐波平衡的非线性系统参数识别法	45
4.1	增量谐波平衡非线性识别法	46
4.2	Mathieu-Duffing 系统识别方程	48
4.3	数值模拟	51
4.3.1	周期 1 响应	52
4.3.2	周期 2 分岔响应	53
4.3.3	混沌响应	55
4.4	结论	57
	参考文献	57
第 5 章	斜裂纹转子系统横向振动的运动稳定性和动力学特性	59
5.1	斜裂纹转子和直裂纹转子横向振动响应的研究	59
5.2	斜裂纹转子系统横向振动的运动稳定性和动力学特性	62
5.2.1	斜裂纹转子系统横向振动的运动稳定性	62
5.2.2	斜裂纹转子系统横向振动的动力学特性	65
5.3	结论	69
	参考文献	69
第 6 章	非线性气流激振力和油膜力作用下 Jeffcott 刚性转子的 1/2 亚谐共振	70
6.1	转子系统运动的微分方程	70
6.2	平均方程	72
6.3	稳态运动分析	74
6.3.1	$V = 0$ 时亚谐共振解	75

6.3.2 $V = 30\text{m/s}$ 时亚谱共振解	77
6.4 结论	79
参考文献	79
第二篇 高维与无限维非线性系统动力学	
第 7 章 Genesis 系统的 Hopf 分岔与混沌	85
7.1 分岔分析	85
7.1.1 平衡点分析	85
7.1.2 Hopf 分岔分析	88
7.2 Sil'nikov 混沌	91
7.2.1 Sil'nikov 判据	91
7.2.2 同宿轨的存在性	92
7.3 数值模拟	94
7.4 结论	95
参考文献	95
第 8 章 高维非线性动力系统的降维方法研究	97
8.1 非线性动力系统几种降维方法的基本理论	100
8.2 改进的非线性 Galerkin 方法	104
8.3 周期激励下非线性振动系统的直接降维方法研究	111
8.3.1 兼顾效率和精度的方法 (方法 I)	112
8.3.2 以精度为主的方法 (方法 II)	113
8.3.3 以计算效率为主的方法 (方法 III)	114
8.3.4 数值算例	114
8.4 结论	117
参考文献	118
第 9 章 非线性 KP 方程的精确解及其分岔研究	121
9.1 行波变换	121
9.2 精确解	122
9.3 鞍结分岔	125
9.4 结论	126
参考文献	126
第 10 章 超临界轴向运动梁的分岔与振动	128
10.1 控制方程	129
10.2 数值方法	130
10.2.1 有限差分法	130
10.2.2 微分求积法	131

10.3 静平衡位形及其分岔	132
10.3.1 静平衡位形	132
10.3.2 分岔	135
10.4 耦合振动频率	137
10.4.1 局部线性化分析	137
10.4.2 非线性振动分析	141
10.5 两种横向振动非线性模型比较	143
10.5.1 静平衡位形	143
10.5.2 局部线性化分析	148
10.5.3 非线性振动分析	151
10.6 结论	153
参考文献	154
第 11 章 简支层合梁形状记忆合金层的力-位移特性	156
11.1 SMA 层合梁弯曲振动动力学模型	156
11.1.1 SMA 的本构模型	156
11.1.2 力学模型的建立	157
11.2 SMA 层的力-位移特性	160
11.3 相变特征参数对耗能量的影响	163
11.4 结论	166
参考文献	166
第 12 章 多时间尺度下 B-Z 反应的复杂动力学行为	168
12.1 平衡态及其稳定性	169
12.2 分岔分析	172
12.3 加周期分岔	178
12.4 结论	183
参考文献	184
第三篇 载运工具系统的非线性动力学与控制	
第 13 章 横浪中甲板上浪船舶的随机跳跃研究	189
13.1 运动方程的建立	189
13.2 随机 Melnikov 方法	190
13.3 路径积分法	192
13.4 算例	193
13.5 结论	199
参考文献	199

第 14 章 基于磁流变阻尼器的高速动车组悬挂系统半主动控制与时滞分析	200
14.1 模型建立与验证	201
14.1.1 模型建立	202
14.1.2 线路特征	204
14.1.3 模型验证	205
14.2 磁流变阻尼器	205
14.3 基于磁流变阻尼器的半主动非线性控制策略	209
14.3.1 半主动控制策略 1	209
14.3.2 半主动控制策略 2	209
14.3.3 半主动控制的实现	209
14.4 仿真分析	210
14.4.1 车体加速度	210
14.4.2 运行平稳性	211
14.4.3 运行安全性	212
14.5 时滞影响	213
14.5.1 车体横向加速度	214
14.5.2 平稳性指标	214
14.5.3 安全性能	215
14.6 结论	216
参考文献	217
第 15 章 机翼颤振的非线性动力学和控制研究	219
15.1 超音速流中机翼颤振的分岔研究	219
15.1.1 超音速流中的机翼运动方程	220
15.1.2 分岔点确定与方程简化	221
15.1.3 规范型	221
15.1.4 参数对颤振的影响	222
15.2 基于 wash-out 滤波器技术的机翼颤振控制	223
15.2.1 机翼运动的 Hopf 分岔	223
15.2.2 应用 wash-out 滤波器技术设计非线性控制器	224
15.3 胞映射法分析机翼颤振	227
15.3.1 改进的胞映射方法	227
15.3.2 双线性结构刚度机翼的稳定性	228
15.3.3 用改进的胞映射法研究机翼颤振	229
15.4 结论	231
参考文献	232

第 16 章	五自由度汽车盘式制动系统的黏滑非线性振动分析	234
16.1	五自由度盘式制动系统的力学模型	235
16.2	五自由度盘式制动系统的非线性动力学分析	238
16.2.1	五自由度系统的微分方程	238
16.2.2	五自由度系统的数值模拟	239
16.3	结论	254
	参考文献	254
第 17 章	铰接塔-油轮系统非线性动力特性研究	256
17.1	铰接塔-油轮系统分析模型	257
17.2	铰接塔-油轮系统受力分析	258
17.2.1	铰接塔和油轮的恢复力、风流力、结构阻尼力和系缆拉力的确定	258
17.2.2	铰接塔波浪载荷计算	258
17.2.3	油轮波浪载荷计算	259
17.3	算例结果	260
17.3.1	铰接塔-油轮系统的技术参数	260
17.3.2	油轮波浪载荷计算结果	260
17.3.3	铰接塔-油轮系统的运动和缆绳张力计算结果	260
17.4	环境载荷对系统运动的影响	262
17.4.1	波浪激励频率对系统运动的影响	263
17.4.2	波浪激励幅值对系统运动的影响	263
17.4.3	风、流力对系统运动的影响	264
17.5	结论	266
	参考文献	266
第 18 章	弹性壳液耦合系统大幅低频重力波的产生机理与实验研究	268
18.1	壳液耦合系统的应用	268
18.2	壳液耦合系统中重力波的理论研究	268
18.3	液固耦合系统中重力波的测试方法	272
18.4	今后要研究的问题	276
	参考文献	276

第四篇 时滞非线性系统动力学与控制方法研究

第 19 章	时滞吸振器技术的理论基础	281
19.1	带时滞动力吸振器的线性系统减振	284
19.2	非线性时滞动力吸振器	286

19.3 应用	288
19.4 展望	290
参考文献	290
第 20 章 时滞反馈控制下耦合 van der Pol 振子的主参数共振响应	292
20.1 平均方程	293
20.2 零解的稳定性	294
20.3 反馈系统无时滞时的周期解	295
20.4 反馈系统有时滞时的周期解	297
20.5 仿真分析	297
20.6 讨论与结论	302
参考文献	302
第 21 章 一类参数不确定 Rossler 系统的自适应反推混沌控制	304
21.1 Rossler 系统自适应控制器的设计	304
21.1.1 确定变量 Z_1 的导数	305
21.1.2 确定变量 Z_2 的导数	305
21.1.3 确定变量 Z_3 的导数	306
21.2 数值仿真分析	307
21.3 两个控制器的设计	308
21.4 结论	309
参考文献	309
第 22 章 绳系卫星系统若干动力学与控制研究	311
22.1 动力学建模	311
22.2 动力学分析	314
22.3 动力学控制	315
22.4 实验研究	317
22.5 结论	322
参考文献	322
第 23 章 一种基于行列循环移位的时空混沌图像加密算法设计	323
23.1 相关理论和概念	323
23.2 加密算法设计	324
23.3 实验及安全性分析	327
23.4 结论	329
参考文献	330
索引	331
《非线性动力学丛书》已出版书目	334