

电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业

信息光学原理

苏显渝 吕乃光 陈家璧 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY <http://www.phei.com.cn>

电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业

信息光学原理

苏显渝 吕乃光 陈家璧 编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

信息光学是光学和信息科学相结合而发展起来的一门新的光学学科。本书介绍信息光学的基本理论及最新进展。全书共8章。第1~3章介绍信息光学的基础理论,第4~6章介绍光学全息、计算全息、光学信息处理,第7~8章介绍最近发展起来的光信息存储与三维全息显示,光通信中的信息光学。

本书可作为高等院校光学、光学工程、光信息科学与技术、电子科学与技术等专业本科生教材,也可供相应专业的教师和科技工作者参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

信息光学原理/苏显渝,吕乃光,陈家璧编著. —北京:电子工业出版社,2010.12

(电子信息与电气学科规划教材·光电信息科学与工程专业)

ISBN 978-7-121-12057-2

I. ①信… II. ①苏… ②吕… ③陈… III. ①信息光学-高等学校-教材 IV. ①0438

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第204263号

责任编辑:韩同平 特约编辑:李佩乾

印 刷: 北京京师印务有限公司

装 订:

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

开 本:787×1092 1/16 印张:16 字数:415千字

印 次:2010年12月第1次印刷

印 数:4000册 定价:35.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlt@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

序

信息光学是光学和信息科学相结合的新的学科分支。它研究以光为载体的信息的获取、信息的变换和处理、信息的传递和传输,因而,信息光学也可以看做信息科学的一个分支。自20世纪后半叶以来,由于激光、全息术、光学信息处理、CCD实时成像技术、光纤通信等技术的迅猛发展,使光学这个古老的学科焕发了青春。光信息技术成为信息技术中最为活跃的领域之一,成果频出,推动社会产生了巨大进步。目前全国许多高等学校纷纷设立光信息科学与技术等专业,反映出科技发展对于光信息技术人才的旺盛需求。在这些专业的培养方案中,信息光学通常被列为专业基础课程。

信息光学采用线性系统理论、傅里叶分析方法分析各种光学现象,例如,光的传播、衍射、成像等。它的原理不仅可以用来分析光学系统或各种光学现象,而且其应用领域,如光学传递函数、光学全息和光学信息处理、光计算、激光散斑计量、三维传感等呈现出百花争艳、勃勃生机的繁荣景象。

本书的内容包括信息光学的基本原理和应用。全书理论体系完整,物理概念清晰,内容丰富,很好地反映了光信息技术的最新发展成就,是一本面向21世纪的,反映科技进展先进性的教材。内容由浅入深,便于自学。注意密切联系实际,对学生运用理论分析解决光信息技术实际问题能力的培养尤为注重。

我欣喜地看到,本教材的三位作者曾是清华大学光学仪器专业光八班(1962—1968年)的同班同学,都曾是我的学生。他们有幸经历了信息光学在我国学习推广、发展繁荣的完整过程。他们虽然任职于不同的高校,但多年来,密切合作,致力于光信息技术的教学和科学研究。在信息光学领域有许多心得和著述。他们主编的教材包括《光学信息技术原理及应用》(高等教育出版社)、《信息光学》(科学出版社)、《傅里叶光学》(机械工业出版社),都是国内有影响的优秀教材,同被列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材。这次他们携手合作,推出这本扛鼎之作,在原理的阐释、内容的精选等许多方面有新的特色,提高了教材的科学性和适用性,使其更适合光信息科学与技术专业大学生和科技人员的需要。

希望本教材的出版,对于我国光信息科学与技术领域的科技人才培养将发挥积极作用!

中国工程院院士
清华大学教授 金国藩

2010年7月7日

前 言

光学是一门较早发展的学科,它在科学与技术的发展史上占有重要地位。但是光学发展最快的时期还是 20 世纪,尤其是 20 世纪下半叶,包括信息光学在内的近代光学对信息时代的到来起了十分重要的作用。

信息光学是将信息科学中的线性系统理论引入光学而逐步形成的。1947 年作为像质评价的光学传递函数的建立,1948 年全息术的提出,以及 1960 年激光的诞生,是信息光学发展中的几件大事。激光的应用使全息术获得了新的生命,全息术和光学传递函数的进一步发展,加上将数学中的傅里叶变换和通信中的线性系统理论引入光学,使光学和通信这两个不同的领域在信息学范畴内统一起来,光学研究也从“空域”走向“频域”。光学工程师不再仅仅限于用光强、振幅或透过率的空间分布来描述光学图像,也能像电气工程师那样用空间频率的分布和变化来描述光学图像,为光学信息处理开辟了广阔的应用前景。与其他形态的信号处理相比,光学信息处理具有高度并行、大容量的特点。近年来,这一学科发展很快,理论体系已日趋成熟,信息光学已渗透到科学技术的诸多领域,成为信息科学的重要分支,得到越来越广泛的应用。

本书的前三章是理论基础部分。第 1 章的主要内容是二维线性系统分析,包括信息光学中一些必要的数学知识,以及线性系统的分析方法、二维傅里叶变换和信息科学的另一基础——抽样定理。第 2、3 章运用空间域和频率域方法讨论了光波携带信息在自由空间或经过光学系统的传播问题,以及透镜系统的傅里叶变换性质。第 2 章介绍标量衍射理论,分别讨论了基尔霍夫衍射理论和衍射的角谱理论,两种理论分别从空间域和频率域讨论衍射现象,分别以球面波和平面波作为基元函数描述光波的传播现象。第 3 章关于光学系统的频谱分析与以往多数教材不同,对透镜的傅里叶变换性质给出一个统一的表达方式,并得出不同情况下的结果。由此出发进一步分析相干与非相干成像系统,给出成像系统的相干传递函数与光学传递函数。第 4 章侧重讨论光学全息的基本原理,介绍一些重要的全息图以及光学全息术的主要应用。第 5 章重点讨论计算全息的理论基础、基本原理及制作方法,介绍一些典型的计算全息图及其主要应用。通过计算全息发展的历史过程和不同学科专家对计算全息方法的看法,使学生加深对科学理论的普遍性和多学科交叉融合的必要性认识。第 6 章为光学信息处理,介绍了应用信息光学基本原理处理光学信息的主要方法,重点讨论了空间滤波、相干光学处理、非相干光学处理。第 7 章讨论信息光学的两个重要应用方面——光信息存储与三维全息显示。第 8 章讨论了信息光学技术在现代光通信技术中的一些特别的应用,包括能够用于密集波分复用技术的光分插复用器和光纤系统的色散补偿的布拉格光纤光栅,超短脉冲的整形和处理,光谱全息术,阵列波导光栅等。第 7、8 两章的内容反映了信息光学领域的最新进展。

本书特点:一是把光学看做信息科学技术的一个重要组成部分进行研究;二是密切联系实际,启发学生用信息光学的基础理论解决光学信息技术的各种应用问题;三是配有许多独具匠心的习题,以及有关参考文献,可以引导读者自学,启发读者思维,培养创新能力。

本书第 1~6 章是本科生必读的部分,其他两章可根据具体情况选读。

本书第1~3章由吕乃光编写,第4~6章由苏显渝编写,第7~8章由陈家璧编写。本书3位作者长期从事与信息光学有关的教学和科研工作,对所撰写章节有关的内容和最新发展十分熟悉,其中凝结了他们自己的教学心得和研究成果。3位作者是清华大学光学仪器专业光八班毕业的同班同学,从1962—1968年,曾在美丽的清华园同窗六载。值此清华大学百年校庆即将到来之际,仅以本教材献给亲爱的母校。

本书在编写过程中得到了中国工程院院士、清华大学金国藩教授的悉心指导。金先生对信息光学的教育和学科发展非常重视,对本书的内容和结构提出了指导性的意见,仔细审阅了全部书稿,并欣然为本书作序,使作者受益匪浅,并倍受鼓舞。在此对金先生表示衷心感谢。

编 者

目 录

| | |
|--------------------------------|------|
| 第1章 二维线性系统分析 | (1) |
| 1.1 二维傅里叶变换 | (1) |
| 1.1.1 δ 函数和其他常用函数 | (1) |
| 1.1.2 卷积和相关 | (5) |
| 1.1.3 二维傅里叶变换定义及存在条件 | (8) |
| 1.1.4 广义傅里叶变换 | (9) |
| 1.1.5 虚、实、奇、偶函数傅里叶变换的性质 | (9) |
| 1.1.6 傅里叶变换定理 | (10) |
| 1.1.7 可分离变量函数的变换 | (11) |
| 1.1.8 傅里叶-贝塞尔变换 | (11) |
| 1.1.9 周期函数的傅里叶变换 | (12) |
| 1.1.10 一些常用函数的傅里叶变换式 | (13) |
| 1.2 线性系统 | (16) |
| 1.2.1 线性系统 | (16) |
| 1.2.2 线性不变系统 | (18) |
| 1.3 抽样定理 | (21) |
| 1.3.1 函数的抽样 | (21) |
| 1.3.2 函数的还原 | (23) |
| 1.3.3 空间带宽积 | (24) |
| 习题一 | (24) |
| 第2章 标量衍射理论 | (27) |
| 2.1 光波的数学描述 | (27) |
| 2.1.1 单色光波场的复振幅表示 | (27) |
| 2.1.2 球面波 | (28) |
| 2.1.3 平面波 | (29) |
| 2.1.4 平面波的空间频率 | (30) |
| 2.1.5 复振幅分布的空间频谱(角谱) | (31) |
| 2.2 基尔霍夫衍射理论 | (32) |
| 2.2.1 惠更斯-菲涅耳原理和基尔霍夫衍射公式 | (32) |
| 2.2.2 光波传播的线性性质 | (34) |
| 2.3 衍射的角谱理论 | (35) |
| 2.3.1 角谱的传播 | (35) |
| 2.3.2 孔径对角谱的影响 | (37) |
| 2.4 菲涅耳衍射 | (38) |
| 2.5 夫琅禾费衍射 | (40) |

| | |
|--------------------------------|-------------|
| 2.5.1 夫琅禾费衍射公式 | (40) |
| 2.5.2 一些简单孔径的夫琅禾费衍射 | (41) |
| 2.6 衍射光栅 | (43) |
| 2.6.1 线光栅 | (43) |
| 2.6.2 余弦型振幅光栅 | (46) |
| 习题二 | (48) |
| 第3章 光学成像系统的频率特性 | (50) |
| 3.1 透镜的位相调制作用 | (50) |
| 3.2 透镜的傅里叶变换性质 | (52) |
| 3.2.1 物体紧靠透镜放置 | (52) |
| 3.2.2 物体放置在透镜前方 | (53) |
| 3.2.3 透镜孔径的影响 | (54) |
| 3.2.4 透镜傅里叶变换的应用 | (54) |
| 3.3 透镜的成像性质 | (55) |
| 3.4 成像系统的一般分析 | (57) |
| 3.4.1 成像系统的一般模型 | (57) |
| 3.4.2 阿贝成像理论 | (58) |
| 3.4.3 单色光照明的衍射受限系统 | (59) |
| 3.4.4 非单色照明 | (60) |
| 3.5 衍射受限的相干成像系统的频率响应 | (61) |
| 3.5.1 相干传递函数 | (61) |
| 3.5.2 相干传递函数计算和应用举例 | (62) |
| 3.6 衍射受限的非相干成像系统的频率响应 | (64) |
| 3.6.1 非相干照明时的物像关系式 | (64) |
| 3.6.2 光强的空间频谱 | (64) |
| 3.6.3 光学传递函数的定义及物理意义 | (65) |
| 3.6.4 OTF 与 CTF 的联系 | (66) |
| 3.6.5 衍射受限系统的 OTF | (67) |
| 3.6.6 衍射受限系统 OTF 计算和应用举例 | (68) |
| 3.7 像差对于成像系统传递函数的影响 | (70) |
| 3.7.1 广义光瞳函数 | (70) |
| 3.7.2 像差对 CTF 的影响 | (71) |
| 3.7.3 像差对 OTF 的影响 | (71) |
| 3.8 相干与非相干成像系统的比较 | (72) |
| 习题三 | (74) |
| 第4章 光学全息 | (77) |
| 4.1 概述 | (77) |
| 4.2 波前记录与再现 | (78) |
| 4.2.1 波前记录 | (78) |
| 4.2.2 波前再现 | (79) |

| | |
|-----------------------------|--------------|
| 4.2.3 全息图的基本类型 | (81) |
| 4.3 同轴全息图和离轴全息图 | (82) |
| 4.3.1 同轴全息图 | (82) |
| 4.3.2 离轴全息图 | (83) |
| 4.4 基元全息图 | (84) |
| 4.5 菲涅耳全息图 | (86) |
| 4.5.1 点源全息图的记录和再现 | (87) |
| 4.5.2 几种特殊情况的讨论 | (89) |
| 4.6 傅里叶变换全息图 | (91) |
| 4.6.1 傅里叶变换全息图的记录与再现 | (91) |
| 4.6.2 准傅里叶变换全息图 | (94) |
| 4.6.3 无透镜傅里叶变换全息图 | (94) |
| 4.7 像全息图 | (95) |
| 4.7.1 再现光源宽度的影响 | (95) |
| 4.7.2 再现光源光谱宽度的影响 | (96) |
| 4.7.3 色模糊 | (97) |
| 4.7.4 像全息的制作 | (98) |
| 4.8 彩虹全息 | (99) |
| 4.8.1 二步彩虹全息 | (99) |
| 4.8.2 一步彩虹全息 | (100) |
| 4.8.3 彩虹全息的色模糊 | (100) |
| 4.9 相位全息图 | (102) |
| 4.10 模压全息图 | (103) |
| 4.11 体积全息 | (104) |
| 4.11.1 透射体积全息图 | (104) |
| 4.11.2 反射全息图 | (106) |
| 4.12 平面全息图的衍射效率 | (107) |
| 4.12.1 振幅全息图的衍射效率 | (107) |
| 4.12.2 相位全息图的衍射效率 | (108) |
| 4.13 全息干涉计量 | (108) |
| 4.13.1 二次曝光法 | (109) |
| 4.13.2 单次曝光法 | (110) |
| 4.13.3 时间平均法 | (111) |
| 习题四 | (112) |
| 第5章 计算全息 | (114) |
| 5.1 计算全息的理论基础 | (114) |
| 5.1.1 概述 | (114) |
| 5.1.2 计算全息的抽样与信息容量 | (115) |
| 5.1.3 时域信号和空域信号的调制与解调 | (116) |
| 5.1.4 计算全息的分类 | (117) |

| | | |
|------------|---------------|--------------|
| 5.2 | 计算全息的编码方法 | (118) |
| 5.2.1 | 计算全息的编码 | (118) |
| 5.2.2 | 迂回相位编码方法 | (118) |
| 5.2.3 | 修正离轴参考光的编码方法 | (120) |
| 5.2.4 | 二元脉冲密度编码 | (122) |
| 5.3 | 计算傅里叶变换全息 | (122) |
| 5.3.1 | 抽样 | (123) |
| 5.3.2 | 计算离散傅里叶变换 | (123) |
| 5.3.3 | 编码 | (124) |
| 5.3.4 | 绘制全息图 | (124) |
| 5.3.5 | 再现 | (124) |
| 5.3.6 | 几点讨论 | (125) |
| 5.4 | 计算像面全息 | (126) |
| 5.5 | 计算全息干涉图 | (128) |
| 5.6 | 相息图 | (130) |
| 5.7 | 计算全息的应用 | (131) |
| 5.8 | 计算全息的几种物理解释 | (133) |
| 5.9 | 二元光学 | (134) |
| 5.9.1 | 微光学与二元光学 | (134) |
| 5.9.2 | 二元光学的产生和发展 | (135) |
| 5.9.3 | 二元光学元件的设计 | (136) |
| 5.9.4 | 二元光学元件的制作 | (138) |
| | 习题五 | (139) |
| 第6章 | 光学信息处理 | (140) |
| 6.1 | 空间滤波 | (140) |
| 6.1.1 | 阿贝成像理论 | (140) |
| 6.1.2 | 空间滤波的傅里叶分析 | (141) |
| 6.1.3 | 空间滤波系统 | (145) |
| 6.1.4 | 空间滤波器 | (147) |
| 6.1.5 | 空间滤波应用举例 | (148) |
| 6.2 | 图像相减 | (149) |
| 6.2.1 | 空域编码频域解码相减方法 | (150) |
| 6.2.2 | 正弦光栅滤波器相减方法 | (151) |
| 6.3 | 图像识别 | (152) |
| 6.3.1 | 匹配空间滤波器 | (152) |
| 6.3.2 | 用全息法制作复数滤波器 | (154) |
| 6.3.3 | 图像识别 | (155) |
| 6.3.4 | 联合变换相关识别 | (156) |
| 6.4 | 图像复原 | (157) |
| 6.4.1 | 逆滤波器 | (158) |

| | | |
|------------|---------------------------|--------------|
| 6.4.2 | 维纳滤波器 | (159) |
| 6.5 | 合成孔径雷达 | (159) |
| 6.5.1 | 合成孔径概念 | (159) |
| 6.5.2 | 航向信息的记录 | (160) |
| 6.6 | 照相胶片 | (165) |
| 6.6.1 | <i>H-D</i> 曲线 | (165) |
| 6.6.2 | 胶片用于非相干光学系统中 | (165) |
| 6.6.3 | 胶片用于相干光学系统中 | (166) |
| 6.7 | 非相干光学处理 | (167) |
| 6.7.1 | 相干与非相干光学处理 | (167) |
| 6.7.2 | 基于几何光学的非相干处理系统 | (169) |
| 6.7.3 | 基于衍射的非相干处理——非相干频域综合 | (172) |
| 6.8 | 白光光学信息处理技术 | (175) |
| 6.8.1 | 白光光学处理的基本原理 | (175) |
| 6.8.2 | 实时假彩色编码 | (176) |
| 6.8.3 | 相位调制假彩色编码 | (179) |
| | 习题六 | (181) |
| 第7章 | 光信息存储与三维全息显示 | (183) |
| 7.1 | 概述 | (183) |
| 7.2 | 二维光存储——光盘存储 | (184) |
| 7.2.1 | 光盘的类型 | (185) |
| 7.2.2 | 光盘存储器 | (187) |
| 7.2.3 | 光盘存储技术的进展 | (188) |
| 7.2.4 | 超分辨率光存储技术 | (189) |
| 7.3 | 三维光存储 | (191) |
| 7.3.1 | 体全息的基本原理 | (191) |
| 7.3.2 | 体全息光栅的衍射效率 | (192) |
| 7.3.3 | 体全息存储材料的存储特性 | (195) |
| 7.3.4 | 全息存储器的数据传输速率 | (197) |
| 7.3.5 | 超大容量全息存储器 | (199) |
| 7.4 | 四维光存储 | (200) |
| 7.5 | 图像的全息显示 | (202) |
| 7.5.1 | 彩虹全息图 | (202) |
| 7.5.2 | 合成全息技术 | (206) |
| 7.5.3 | 彩色全息术 | (209) |
| 7.5.4 | 像素全息技术 | (212) |
| 7.5.5 | 全息图的复制 | (215) |
| 7.6 | 其他三维图像显示技术 | (217) |
| 7.6.1 | 全息电影 | (217) |
| 7.6.2 | 边缘照明全息 | (219) |

| | |
|--------------------------|-------|
| 7.6.3 虚拟全息三维显示 | (219) |
| 习题七 | (221) |
| 第8章 光通信中光学信息技术的应用 | (222) |
| 8.1 布拉格光纤光栅 | (222) |
| 8.1.1 布拉格光纤光栅的制作 | (222) |
| 8.1.2 FBG 的应用 | (224) |
| 8.1.3 工作在透射方式的光栅 | (226) |
| 8.2 超短脉冲的整形和处理 | (226) |
| 8.2.1 时间频率到空间频率的变换 | (226) |
| 8.2.2 脉冲整形系统 | (227) |
| 8.2.3 谱脉冲整形的应用 | (228) |
| 8.3 光谱全息术 | (229) |
| 8.3.1 全息图的记录 | (229) |
| 8.3.2 信号的再现 | (231) |
| 8.3.3 参考脉冲和信号波前之间延迟的影响 | (232) |
| 8.4 阵列波导光栅 | (232) |
| 8.4.1 阵列波导光栅的基本部件 | (233) |
| 8.4.2 阵列波导光栅的应用 | (236) |
| 习题八 | (238) |
| 参考文献 | (239) |

第 1 章 二维线性系统分析

很多物理现象具有所谓的线性性质,即它们对同时作用的几个激励的响应等于每个激励单独作用时引起的响应之和。这种线性性质带来很大方便。它使我们能够用对某种“基元”激励的响应,来完备描述物理现象。只要把任意复杂的激励分解为这些基元激励的线性组合,一旦确定了各个基元激励的响应,再通过相应线性组合就可以求出总的响应。在深入讨论线性系统理论之前,首先要解决的问题是:选择什么函数作为基元激励?如何实现任意函数的分解?傅里叶分析正是解决这些问题的重要数学工具。

卷积是描述线性不变系统输入-输出关系的基本运算。相关常用来比较两个物理信号的相似程度。本章侧重从定义上讨论这两个重要的积分运算。

在傅里叶光学中,有一些广泛使用的函数,包括脉冲函数,用来描述各种物理量。为方便起见,本章一开始就给出它们的定义。

1.1 二维傅里叶变换

1.1.1 δ 函数和其他常用函数

1. 阶跃函数

$$\text{step}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 1/2, & x = 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1.1-1)$$

函数图形见图 1.1-1(a)。 $\text{step}(x-x_0)$ 则表示间断点移到 x_0 的阶跃函数。当它和某函数相乘时, $x > x_0$ 的部分,乘积等于原函数; $x < x_0$ 的部分,乘积恒为零。因而阶跃函数的作用如同一个“开关”,可以某点为界“开启”或“关闭”另一个函数。常用它表示直边(或刀口)的透过率。

2. 符号函数

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (1.1-2)$$

函数图形见图 1.1-1(b)。注意它与阶跃函数的联系:

$$\text{sgn}(x) = 2\text{step}(x) - 1 \quad (1.1-3)$$

$\text{sgn}(x-x_0)$ 则表示间断点移到 x_0 的符号函数。当它与某函数相乘时,可使 $x < x_0$ 部分函数的极性(正负号)改变。例如某孔径的一半嵌有 π 的位相板,可利用符号函数来描述它的复振幅透过率。

3. 矩形函数

$$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1, & \left|\frac{x}{a}\right| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1-4)$$

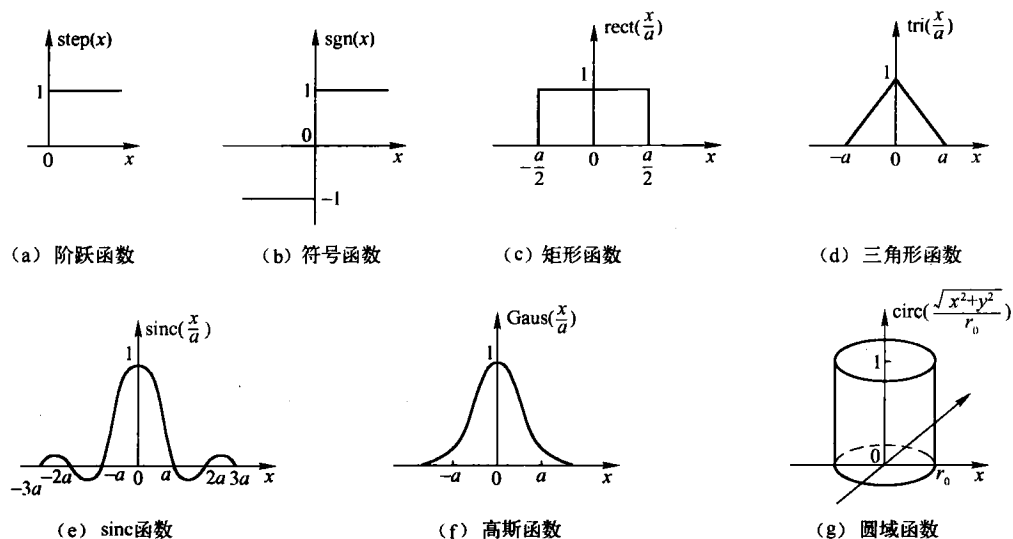


图 1.1-1 常用函数

函数以原点为中心,宽度为 a ,高度为 1(见图 1.1-1(c))。当 $a=1$ 时,矩形函数为 $\text{rect}(x)$ 。二维矩形函数,可表示成一维矩形函数的乘积: $\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$, 式中 $a>0, b>0$, 它在 xy 平面上,以原点为中心, $a \times b$ 的矩形范围内,函数值为 1;其他地方处处为零。当 $a=b=1$ 时,则二维矩形函数表示成 $\text{rect}(x)\text{rect}(y)$ 。

光学上常用矩形函数表示狭缝、矩孔的透过率。它与某函数相乘时,可限制函数自变量的范围,起到截取的作用,故又常称之为“门函数”。

4. 三角形函数

$$\text{tri}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1 - \left|\frac{x}{a}\right|, & |x| \leq a \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1-5)$$

式中, $a>0$, 函数以原点为中心,是底边宽为 $2a$ 的三角形(见图 1.1-1(d))。当 $a=1$ 时,三角形函数为 $\text{tri}(x)$ 。二维三角形函数可表示为一维三角形函数的乘积: $\text{tri}\left(\frac{x}{a}\right)\text{tri}\left(\frac{y}{b}\right)$, 式中, $a>0, b>0$ 。当 $a=b=1$ 时,则三角形函数表示成 $\text{tri}(x)\text{tri}(y)$ 。

三角形函数可用来表示光瞳为矩形的非相干成像系统的光学传递函数。

5. sinc 函数

$$\text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{\sin \frac{\pi x}{a}}{\frac{\pi x}{a}} \quad (1.1-6)$$

式中, $a>0$, 函数在原点具有最大值 1, 零点位置在 $x = \pm na$ ($n=1, 2, 3, \dots$) 处, 参见图(1.1-1(e))。当 $a=1$ 时,有 $\text{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$, 它的零点位于 $x = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 处。

二维 sinc 函数可以表示为: $\text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right)\text{sinc}\left(\frac{y}{b}\right)$, 式中, $a > 0, b > 0$ 。零点位置在 $(\pm na, \pm mb)$, n 和 m 均为正整数。

sinc 函数常用来描述狭缝或矩孔的夫琅禾费衍射图样。

6. 高斯函数

$$\text{Gaus}\left(\frac{x}{a}\right) = \exp\left[-\pi\left(\frac{x}{a}\right)^2\right] \quad (1.1-7)$$

见图 1.1-1(f), 函数在原点具有最大值 1, 曲线下的面积为 $a(a > 0)$ 。当 $a = 1$ 时, $\text{Gaus}(x) = \exp[-\pi x^2]$ 。

二维高斯函数可以表示为

$$\text{Gaus}\left(\frac{x}{a}\right)\text{Gaus}\left(\frac{y}{b}\right) = \exp\left\{-\pi\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]\right\} \quad (1.1-8)$$

式中, $a > 0, b > 0$, 函数曲面下的体积等于 ab 。当 $a = b = 1$ 时, 有

$$\text{Gaus}(x)\text{Gaus}(y) = \exp[-\pi(x^2 + y^2)] \quad (1.1-9)$$

也可用极坐标表示, 令 $r^2 = x^2 + y^2$, 有

$$\text{Gaus}(r) = \exp(-\pi r^2) \quad (1.1-10)$$

高斯函数常用来描述激光器发出的高斯光束。

7. 圆域函数

$$\text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_0}\right) = \begin{cases} 1, & \sqrt{x^2 + y^2} \leq r_0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.1-11)$$

参见图 1.1-1(g), 函数呈圆柱形, 底半径为 r_0 , 高度为 1。在极坐标系中写成 $\text{circ}\left(\frac{r}{r_0}\right)$ 。当 $r_0 = 1$ 时, 圆域函数为 $\text{circ}(r)$ 。

圆域函数常用来表示圆孔的透过率。

8. δ 函数

二维空间 δ 函数的一般定义是

$$\begin{cases} \delta(x, y) = 0, & x \neq 0 \text{ 或 } y \neq 0 \\ \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y) dx dy = 1 \end{cases} \quad (1.1-12)$$

定义式表明, 在原点以外脉冲函数的值恒为零, 而在原点附近无限小的范围内, 函数积分为 1。

常用 δ 函数代表点质量、点电荷、点脉冲、点光源或者其他在某坐标系中高度集中的物理量。对于实际物理量, 当然这只是一种理想化处理, 其目的在于使许多物理过程的研究更加方便。例如, 线性系统的性质可由其对脉冲输入的响应来决定。任意复杂的输入函数可分解为许多适当分布和加权的 δ 函数, 把它们分别作用于系统, 各脉冲产生响应的线性叠加即为系统总的响应。

δ 函数的另一种定义方式是把它看做由一些普通函数构成的序列的极限。函数的宽度逐渐减小, 幅度逐渐增大, 体积保持为 1。 δ 函数定义为它们的极限:

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \text{rect}(Nx) \text{rect}(Ny) \quad (1.1-13)$$

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \exp[-N^2 \pi(x^2 + y^2)] \quad (1.1-14)$$

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \text{sinc}(Nx) \text{sinc}(Ny) \quad (1.1-15)$$

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N^2}{\pi} \text{circ}(N\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (1.1-16)$$

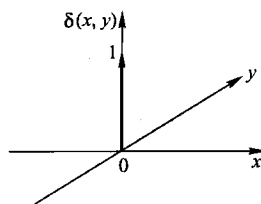


图 1.1-2 示出了 δ 函数的图示方法, 它用带箭头的竖线表示, 具有单位长度, 相应于 δ 函数的体积。

下面列出 δ 函数的常用性质, 这些性质都可由脉冲函数的定义直接导出 (本书未予证明)。

(1) 筛选性质

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0, y - y_0) \varphi(x, y) dx dy = \varphi(x_0, y_0) \quad (1.1-17)$$

在 $\varphi(x, y)$ 连续的各点上, 可通过位于 (x_0, y_0) 点的脉冲函数对 $\varphi(x, y)$ 的作用, 筛选出 $\varphi(x_0, y_0)$ 。

(2) 比例变化性质

$$\delta(ax, by) = \frac{1}{|ab|} \delta(x, y) \quad (1.1-18)$$

(3) δ 函数与普通函数的乘积

$$h(x, y) \delta(x - x_0, y - y_0) = h(x_0, y_0) \delta(x - x_0, y - y_0) \quad (1.1-19)$$

假定 $h(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 点连续。

9. 梳函数

沿 x 轴分布, 间隔都等于 1 的无穷多脉冲函数, 可用梳函数表示, 即

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n) = \text{comb}(x) \quad (1.1-20)$$

式中, n 取整数。利用 δ 函数的比例变化性质, 可以把间隔为 τ 的等间距脉冲序列表示为梳函数形式

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\tau) &= \frac{1}{\tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{x}{\tau} - n\right) \\ &= \frac{1}{\tau} \text{comb}\left(\frac{x}{\tau}\right) \end{aligned} \quad (1.1-21)$$

梳函数与普通函数的乘积是

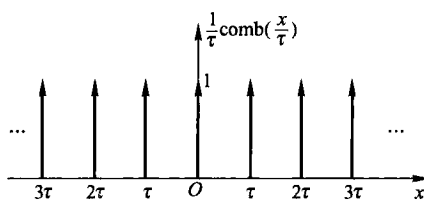
$$f(x) \cdot \frac{1}{\tau} \text{comb}\left(\frac{x}{\tau}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\tau) \delta(x - n\tau) \quad (1.1-22)$$

显然, 可以利用梳函数对其他普通函数做等间距抽样。

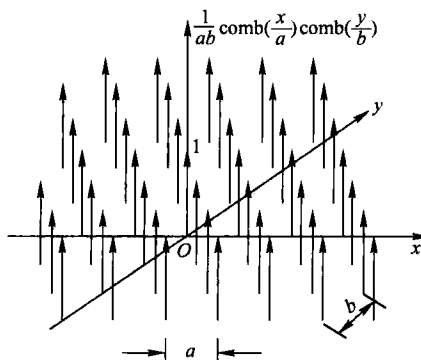
在 x, y 方向间隔分别等于 a 和 b ($a > 0, b > 0$) 的二维脉冲阵列, 可以表示为

$$\begin{aligned} &\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x - na, y - mb) \\ &= \frac{1}{ab} \text{comb}\left(\frac{x}{a}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{b}\right) \end{aligned} \quad (1.1-23)$$

当 $a = b = 1$ 时, 则有



(a) 一维梳函数



(b) 二维梳函数

图 1.1-3 梳函数

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x-n, y-m) = \text{comb}(x) \text{comb}(y) \quad (1.1-24)$$

图 1.1-3 给出一维和二维梳函数的图示方法。光学上常用梳函数表示点光源的阵列,或小孔阵列的透过率函数。

1.1.2 卷积和相关

1. 卷积

(1) 卷积的定义

两个复值函数 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 的卷积定义为

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \\ &= f(x, y) * h(x, y) \end{aligned} \quad (1.1-25)$$

式中, * 号表示卷积运算。 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 的变量改为 ξ 和 η , 作为积分变量。 x, y 表示函数之一在 ξ, η 平面上的位移量。

采用图解分析有助于理解卷积运算的真实含义。见图 1.1-4 中两个一维函数卷积的例子。

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; \quad h(x) = \begin{cases} 1/2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$f(x) \text{ 和 } h(x) \text{ 的卷积为} \quad g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(x - \tau) d\tau \quad (1.1-26)$$

根据定义,卷积的具体过程是:把自变量改为 τ ,画出 $f(\tau)$ 和 $h(-\tau)$ 。只要将 $h(\tau)$ 相对纵轴折叠便得到其镜像 $h(-\tau)$;再把它沿横轴平移 $x = x_0$,就得到了 $h(x_0 - \tau)$ 。

当 $x > 0$ 时, $h(-\tau)$ 右移;当 $x < 0$ 时, $h(-\tau)$ 左移。为计算卷积,需对 $-\infty \sim +\infty$ 的每一个 x 值,都有一个 $h(x - \tau)$,使它和 $f(\tau)$ 相乘,计算出 $f(\tau) h(x_0 - \tau)$ 乘积曲线下的面积,就得到了与位移量 x_0 相应的卷积值 $g(x_0)$ 。在图 1.1-4 中,选取 $x = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}$ 分别算出 $f(\tau) h(x - \tau)$ 乘积曲线下的面积,并利用这些结果画出 $g(x)$ 的完整曲线。

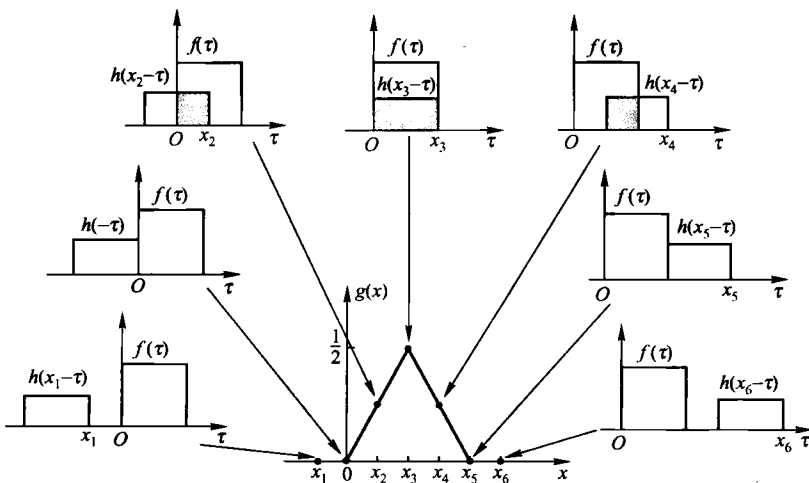


图 1.1-4 两个矩形函数卷积的图例