

吴正宪小学数学教师团队研究成果

# 翻开数学的画卷

感受数学世界的人、文、情

主 编 吴正宪



北京师范大学出版集团  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP  
北京师范大学出版社

吴正宪小学数学教师团队研究成果

# 翻开数学的画卷

感受数学世界的人、文、情

主 编 吴正宪

副主编 范存丽 李燕燕



北京师范大学出版集团  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP  
北京师范大学出版社

---

**图书在版编目(CIP)数据**

翻开数学的画卷：感受数学世界的人、文、情 / 吴正宪主编. —北京：北京师范大学出版社，2010.6  
(吴正宪小学数学教师团队研究成果)  
ISBN 978-7-303-11085-8

I. ①翻… II. ①吴… III. ①数学课—教学研究—小学  
IV. ① G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 104912 号

---

---

出版发行：北京师范大学出版社 [www.bnup.com.cn](http://www.bnup.com.cn)  
北京新街口外大街 19 号  
邮政编码：100875

印 刷：北京东方圣雅印刷有限公司  
经 销：全国新华书店  
开 本：170 mm × 230 mm  
印 张：15.5  
字 数：270 千字  
版 次：2010 年 6 月第 1 版  
印 次：2010 年 6 月第 1 次印刷  
定 价：30.00 元

---

责任编辑：胡琴竹      装帧设计：李葆芬  
责任校对：李  茵      责任印制：吴祖义

**版权所有 侵权必究**

反盗版、侵权举报电话：010-58800697

北京读者服务部电话：010-58808104

外埠邮购电话：010-58808083

本书如有印装质量问题，请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话：010-58800825

# 总序

吴正宪老师带领她的团队将多年小学数学教学的经历和经验汇集成一套5本书和2套教学光盘。这些成果从不同角度展示了吴老师的数学教育思想、数学教学改革实践、小学数学教师团队的研修特色、小学生心中的数学学习生活以及小学数学中的数学文化。所呈现的内容，是吴老师几十年小学数学教学的精粹，是她对小学数学教学实践探索和理论思考的结晶，是一个教学团队成长与研究历程的记录，也是她的同伴、学生以及家长对一名小学数学教师的崇敬与认可。从这套丛书中，我更加清晰了一个印象：吴老师是一位儿童数学教育家。

2007年2月，温家宝总理在视察东北师范大学时说过这样的话：“中国得有成千上万的杰出的教育家来办学。”作为师范大学的校长，我认真思考了总理所说的教育家的含义。我理解这个教育家不是著书立说的教育家，而是实践出真知的教育家。而且，总理所说的教育家应该具备四个条件：一是真心地热爱教育事业，二是有自己独到的教育理念，三是能够全面把握学科知识，四是会反思和会研究。从这个意义上讲，吴老师就是一位名副其实的教育家。

热爱教育事业是作为一名优秀教师乃至一名教育家的重要前提。热爱教育事业不是停留在口头上，也不是只体现在一时一事上，而是体现在几十年如一日的坚持和追求上。吴老师从事小学数学教学和研究40年，并且她一直把教学工作看作是“实现个人生命价值与教师职业生命价值的和谐统一”。

教育理念是根本性的问题。现代的教育理念应该是“以人为本”，而不应该是“以知识为本”。我认为，以人为本的含义主要有两个：一个是学会站在学生的立场上去思考问题，实行尊重的教育；另一个是注重学生的全面发展，实行素质教育。吴老师的教育理念体现了上面的思想。她把自己的基

本教学理念概括为：“走进学生心中，读懂学生需求，站在学生的角度看数学学习，按照学生的认知规律和心理需求来设计、组织教学。”她认为，每一个儿童都是活生生的人，要努力地读懂儿童，真诚地和他们交朋友，友善地走进他们的心灵，努力把自己的生命和孩子们的生命融在一起，使他们迸发出情感与智慧的火花。她鼓励教师引导儿童记好数学日记，这不仅表明吴老师有着先进的教育理念，而且她还有着实现这种教育理念的实践途径。

把握学科知识和学科思想是一个关键性的问题。对于一名优秀的教师，在把握学科知识方面，应当更侧重于了解知识的产生过程、知识之间相互的联系以及整个知识体系的框架，从中去理解学科知识本身的思维形式和思维方法。关于学科思想，我认为一般可分为三个层次：第一个层次是影响学科发展的宏观思想，以数学为例，如抽象、推理、建模的思想；第二个层次是跟学科有关，但不涉及具体问题的思想，以数学为例，如数形结合、递归的思想；第三个层次是进入到具体问题的思想，以数学为例，如消元法、等量代换等。在这套丛书中，吴老师和她的团队为我们展示了大量的教学实例和教学策略，较好地体现了对数学学科知识和学科思想的把握。

会反思和会研究是一名教师能够持续发展、不断进步的动力源泉。吴老师几十年坚持在教学中注重研究，在研究中不忘教学，理论与实践相互促进。特别是近年来成立了专门的研究团队，共同反思和研究，为教师的专业发展探索了一种行之有效的新模式。

一名优秀的教师，乃至一名教育家，我认为应该具备上面的几个条件。这几个条件几乎是每一个在一线工作的教师通过努力都可以达到的。所以，教育家的称谓并不是高高在上的不可触及的桂冠，它就孕育和诞生在我们扎扎实实的工作中。中国得有成千上万的教育家来办学，这成千上万的教育家，主体上应该来自于一线教师。

近年来，以制订新课标为重要内容的我国基础教育改革，包括数学教育改革逐步深入，取得了可喜的进步，但改革还需要不断推进。关于数学教育的改革，应当进一步地强调关注学生的发展，小学数学教学的重要任务，一是培养学生的兴趣，学生在学习过程中只有对数学学习产生兴趣，才能积极主动地参与到学习过程之中，学到的知识与方法才能牢固与持久；二是培养学生养成良好的学习习惯，小学是学生习惯形成的重要阶段，学生在小学数学学习过程中养成探索的习惯、交流的习惯、思考的习惯、质疑的习惯等，对于他们来说会受到终生；三是培养学生良好的身心素质，使他们能够活泼、开朗、朝气蓬勃地生活，勇于发现和提出问题，善于分析和解决问题，促进学生思考能力的提高。

教育工作没有止境。我相信吴老师和她的团队，一定能够在今后的实践中创造出更多更好的教学成果，为中国的小学数学教育事业做出更大的贡献！我也相信，一定会有更多的老师和团队，能够从吴老师和她的团队的教学成果中获得教益，中国将会涌现出一批像吴老师这样的真正的儿童数学教育家。

史亦中

2010年5月

# 序一

这次课程改革明确提出课程的三维目标：知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观。如何在数学教学中落实过程与方法 and 情感态度与价值观目标，这是一个具有挑战性的工作。在《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中，明确地提出了关注“数学文化”，希望通过对“数学文化”的关注，促进三维目标的落实。吴正宪老师带领她的小学数学教师团队正是在用自己的努力探索实践着这样的理念。

在某种意义上，当前提出“数学文化”是针对数学教育中存在的问题。早在1941年，著名数学家R. 柯朗批评了数学教育存在的问题，他在《什么是数学》一书的序言中指出：“两千多年来，人们一直认为每一个受教育者都必须具备一定的数学知识。但是，今天，数学教育的传统地位却陷入了严重的危机之中，而且遗憾的是数学工作者要对此负一定的责任。数学教学有时竟演变成空洞的解题训练，这种训练虽然可以提高形式推理的能力，但却不能形成真正的理解与深入的独立思考。数学研究已经出现一种过分专门化和过于强调抽象的趋势，而忽视了数学的应用以及与其他领域的联系。不过，这种状况不能证明紧缩数学教育政策是合理的。相反，那些醒悟到培养思维重要性的人，必然会采取完全不同的做法，即更加重视和加强数学教学。教师、学生和一般受过教育的人都要求数学家有一个建设性的改造，而不是听其自然，其目的是要真正理解数学是一个有机的整体，是科学思考与行动的基础。”克莱因也指出：“由于受学校教育的影响，一般人认为数学仅仅是对科学家、工程师，或许还有金融家才有一系列技巧。这样的教育导致了对这门学科的厌恶和对它的忽视。由于学校数学教学的影响，这些权威性的诊断和流行的看法，竟被认为是正确的！数学学科并不是一系列的技巧，这些技巧只不过是它微不足道的方面：它

们远不能代表数学，就如同调配颜色远不能当做绘画一样。技巧是将数学的激情、推理、美和深刻的内涵剥落后的产物。如果我们对数学的本质有一定的了解，就会认识到数学在形成现代生活和思想中起重要作用这一断言并不是天方夜谭。”这些批评应该引起数学教育工作者的高度重视。针对这样的问题，倡导“数学文化”，使得学生理解数学真正的价值，数学在人类发展中的作用，在推动社会、科技发展中的作用，在个人成长中的作用；通过“数学文化”，打开学生的视野，了解数学家关注什么问题，研究什么问题，了解数学家是如何工作的，如何与其他方面的专家和实践工作者合作解决问题，等等。

如何把“数学文化”融入到数学教育的各个环节：学生的数学学习、教师的数学教学等，这需要数学教育工作者齐心合作，不断开拓，不断创新。吴正宪老师带领她的团队知难而进，大胆探索，她们编写了《翻开数学的画卷——感受数学世界的人、文、情》。该书确定了明确的指导思想：满足学生数学学习的需求，提高学生学习的兴趣，适应一线教师教学的需要。该书与学生学习的数学内容及教材内容紧密结合，特别可贵的是该书提供了丰富的案例，这些对学生学习和教师教学都有很大的帮助，有很强的实用性。

吴正宪老师把这本书的编写过程与团队的专业成长有机地结合起来，把学习和实践有机地结合起来，把数学发展的历史与现在教学的内容有机地结合起来，对小学教师来说，这是一本非常有价值的参考书。吴正宪老师和她的团队为推动数学教育改革的深入发展做了很好的榜样，值得我们学习。希望有更多的老师、数学教育专家为小学生、小学数学教师编写出更多、更好的参考书。

王尚志

2010年5月

## 序二

在许多人心目中，数学是一堆数字和公式，抽象、深奥甚至神秘。在跟数学专业以外人士的交谈中，常常会听到有的同志不无遗憾地表示自己“不是学数学的料”，“读小学时数学就没学好”。这反映出至少对于相当一部分人来说，他们在小学阶段就与数学疏远了情感，甚至产生了误解。

数学是一门基础学科，数学教育是基础教育。对于现代化社会而言，数学素质应该是公民所必须具备的一种基本素质。因此，数学的上述公众形象对于发展现代教育是不利的。切实地将我国的教育提高到现代的先进的水准，使人们树立起正确的数学价值观，具有十分重要的意义。当前正在推进的基础教育课程改革十分重视这一点，采取了一系列措施，其中包括加强数学史和数学文化的教育。新的课程标准要求培养学生正确的数学观和数学价值观，特别要了解数学文化价值。学生只有了解数学的价值，才能自觉学习数学。数学的历史，在帮助学生提高学习数学的兴趣、了解数学的文化价值方面，能发挥重要而且无可替代的作用。

吴正宪小学数学教师团队编写的《翻开数学的画卷——感受数学世界的人、文、情》一书，正是一本为了适应数学教学改革的需要，贯彻素质教育理念，帮助学生从小热爱数学、学好数学，辅助教师加强数学历史文化修养的小学数学文化读物。笔者以极大的兴趣读完全书之后，深感这是一个高水平的数学教师团队对数学的文化价值和数学史的教育意义多年理论探索与教学实践的成果结晶。

本书具有鲜明的特点。全书以小学数学学习内容为基本线索，紧密配合小学数学教材，介绍相关数学知识的历史发展、数学家的故事以及数学在现实生活中的广泛应用；本书图文并茂，文字生动，以适合小学生心理特征和认知水平的形式编写和展开；特别值得一提的是，书中每一篇章都配有



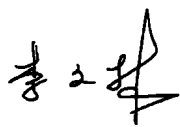
相应的教学案例或者教学片段，并在书后配备的光盘中提供了各节课的教学课件。

因此，本书对广大小学生来说是一本读之趣味盎然，有助于启迪智慧、开阔视野、提升数学素养的数学文化与历史读物，而对于小学数学教师而言，本书不仅是在数学文化与数学史方面进行再学习和自我提高的辅助读物，同时也是非常实用的教学工具书。

孔子说过：“知之者不如好之者，好之者不如乐之者。”学习兴趣的提高和学习目的的明确，对于全面提高数学教学质量具有根本的意义。基础教育阶段的数学教学，应当充分注意帮助学生提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心。这一点对于小学生来说也许更为重要，如果经过小学阶段的学习，有相当一部分学生认定自己“不是学数学的料”，那就很难说是成功的教育。本书在将数学文化融入小学数学教学、将数学史知识转化为生动有效的教学形态方面提供了范例，它使我们相信：数学史与数学文化方面的课程完全能够达到预定的目标，能够帮助学生在学习、研究和应用数学的过程中逐渐体会、不断提高对数学文化价值的认识，把学生对数学的“憎”或“怕”转化成“爱”和“亲”，用本书作者的话来说就是：“让更多的人与数学结缘！”

总之，摆在我们面前的是一本使人眼睛为之一亮的小学数学文化与历史的精品读物，它在浓郁的文化氛围和娓娓动听的数学故事中，徐徐展开数学的画卷，将学生引入数学的殿堂。我们热烈祝贺本书的出版，并向为广大小学师生奉献了这样一本好书的作者团队致敬。

事实上，我国数学教育事业的发展与进步，正是依靠了包括吴正宪小学数学教师团队在内的广大一线教师的孜孜探索与精诚实践。我们同时也希望看到本书的出版能激励更多这样的适合基础教育的数学文化与历史的优秀读物问世。



2010年5月

# 让更多的人与数学结缘

——吴老师想对你说

小学数学课堂上，我们常常面对许多热切好奇的孩子们的发问：“数最早是谁发明的？”“有了自然数为什么还要学习分数、小数？”“我们为什么要研究 $1+1=2$ ？”“圆周率是怎么被发现的？”“数学家们是怎么学数学的？”“我们想知道欧几里得、毕达哥拉斯的故事”……教师如何面对孩子们学习数学过程中的这么多个“为什么”？

这些不断出现的发问引发了我和我的团队的思考：“当今孩子们到底需要什么样的数学学习？”“数学教学的任务仅仅是教会学生解题答题吗？”“我们如何让枯燥乏味的数字、符号、公式、定理变成一幅美丽、生动且富有哲理的数学画卷，去粘住学生的心，激起学生对未知的数学世界探究的好奇心、求知欲和兴趣，去体验数学世界中的人、文、情，从而提升学生数学素养，获得高质量的数学课堂生活呢？”这些就成为我们团队不断思考和探究的研修主题。

人类从来就没有停止对数学的研究，数学伴随人类进步在发展。从萌芽到一门科学，数学经历了几千年的文化积淀，汇聚成今天人类知识海洋的重要组成部分。生活在今天这个时代的人们是幸运的，因为我们是站在巨人的肩膀上俯瞰五彩斑斓的数学世界。为了满足学生学习数学的需求，辅助教师传承数学历史文化，传递数学思想方法，启迪学生智慧，开阔学生视野，提升学生数学素养，我们团队组织编写了《翻开数学的画卷——感受数学世界的人、文、情》一书。

它是一本为了儿童教育的数学文化读物，与小學生要学习的数学内容及现行小学数学教材内容密切联系；它充满浓郁情趣，又是一本介绍中外数学史实、故事的工具书。

本书的主要编写思路：基于小学数学学习内容，配合教材介绍与小学数学知识相关的历史事件、数学家和数学的发展，同时介绍数学在现实生活中的广泛应用。本书以图文并茂的方式让教师和学生了解数学的发展过程，体会数学在人类发展历史中的作用和价值。

本书分为两部分，第一部分以第一学段（1~3 年级）学习内容为主；第二部分是第二学段（4~6 年级）学习内容为主。本着方便教师使用，方便教学的原则，我们为本书配了光盘，光盘内容分为三部分。第一部分是课件资料包，是本书中教学参考案例的课件；第二部分是教学实录资料包，有两节数学欣赏课、两节数学课；第三部分是数学文化专题资料包，介绍了数、形、数学与古诗文和数学与生活。

我们真诚地希望更多的学生与数学结缘，走进五彩斑斓的数学世界，有滋有味地学数学；欣赏数学美丽的画卷，浸润数学的人、文、情、趣；品味古今中外数学家一生的成果，融入浩瀚的知识海洋之中；用数学思维触摸未知世界，用数学知识

雕刻未来世界，成为有数学素养的新时代公民。

我们真诚地希望通过张扬数学文化，在课堂教学圣地上播撒知识的种子，演绎数学的历史，展示数学的发展，昭示数学服务于人类的价值，凸现课堂教学潜在的激情和生命力。

我们真诚地希望更多的教师与数学文化牵手，在平凡的教学工作中，不断充实、积淀数学文化底蕴，在三尺小讲台上谱就富有生命价值的教学新篇章。我们愿意为教师们打开数学历史的窗口，搭建与古今中外数学家对话的平台。

在本书的编写过程中，参与的教师一直以学习、研究为宗旨，努力为学生学习和教师教学服务。在查阅典籍之时，对于数学文化资料，我们力求多方查证，但可能还会有偏颇之处，需要进一步完善。真心希望读者提出宝贵意见，在这里表示真诚的谢意。我还要由衷感谢参与编写的每一位老师，特别要感谢为本书写序的东北师范大学校长史宁中教授、首都师范大学王尚志教授、中国科学院数学与系统科学研究院李文林教授。感谢团员们为此书付出的智慧与辛苦。

我热切期待《翻开数学的画卷——感受数学世界的人、文、情》能够成为教师、学生和数学爱好者的良师益友，愿更多的人与数学结缘。

吴正宪

2010年5月

# 目录

## 第一部分

### 数

——多彩的计数历程/2

### 人民币

——人民币的变迁/19

### 关系符号

——巧妙而艺术的符号/25

### 加号与减号

——酒桶上的“+”与“-”/29

### 乘法

——乘法的“秘密档案”/32

### 整数除法

——“帆船”和“勾划”原来是计算/39

### 位置与方向

——经纬下的世界/42

### 分数

——由“分”而生的数/55

### 小数

——有“点”的数世界/65

### 时间单位

——看不见摸不着的单位/77

### 智力博击乐园(一)

——七巧板/92

### 智力博击乐园(二)

——数独/98

## 第二部分

### 负数

——备受争议的数/104

### 计量单位

——从“斤斤计较”说起/108

### 计算工具

——神机与妙算/114

### 统计

——用数据说话/122

### 平面图形

——从尼罗河水的泛滥说起/134

### 数的整除

——数学王国中的“贵族”/151

### 概率

——由“博彩”引发的数学思考/159

### 简易方程

——未知中的已知/171

### 圆

——象征完美和谐的图形/182

### 立体图形

——墓碑上的图形/191

### 代数综述/199

### 几何综述/206

### 数学回眸(一)

——《九章算术》/218

### 数学回眸(二)

——美丽的黄金比/228

### 参考文献/234



## 第一部分

亲爱的读者，当您打开第一部分，您将进入与小学第一学段数学学习内容有关的世界。在这里您会更广泛地认识数、运算、符号，认识时间单位、人民币和位置与方向，了解这些知识的产生、发展及其在现实生活中的应用。

您还会进入智力搏击乐园，品尝“七巧板”和“数独”带来的刺激和快乐。

在这里您能找到与教材同步的数学史实和数学家的足迹；有传奇的故事和遥远的传说；有现实生活中用数学知识创造出的奇迹……

# 数

## ——多彩的计数历程

### 一、相关资料与使用建议

#### 相关资料

数究竟产生于何时？由于其年代久远，我们已经无从考证了，但可以肯定的是，数来源于数(shǔ)。

#### 1. 实物计数

在原始时代，人类每天必须外出狩猎和采集果实用以维持生活。有时他们满载而归，有时空手而回，带回的食物有时吃完后还能有剩余，有时却食不果腹。生活中这种数量上的变化，使他们开始了解了“有”与“无”的区别。后来，随着生产工具的改进，人们捕获猎物 and 采集果实的数量越来越多，开始出现剩余，于是人们又知道了“多”与“少”的差别，这样人类逐渐产生了数的意识。

随着社会的发展，这些模糊不清的概念已经不能满足人类生产和生活的需要。人们常常需要知道捕获了几只猎物、几条鱼，以及一个部落里有多少成员，羊群里的羊是否少了，等等。于是人们慢慢地学会了用手指来计数。有 1 只猎物、1 条鱼或 1 个人就伸 1 个手指，有 2 个就伸 2 个手指……后来人们发现，有时东西多得光用手指数(shǔ)不过来，这样人们又逐步学会了用脚趾帮忙。当手指和脚趾都不够用，人们又慢慢地学会了用石子、绳子、骨头等实物来记事、计数。

## (1) 石子计数

石子计数是应用最广泛的一种。比如：他们饲养的羊，早晨放牧到草地上，晚上必须圈到栅栏里。出去放牧时，每放出 1 只羊，就摆 1 个小石子，一共出去了多少只羊，就摆多少个小石子。放牧回来时，回到圈里 1 只羊，就从早晨摆的石子堆里拿出 1 个小石子。如果小石子都拿完了，就说明放牧时羊没有丢；如果还剩下石子，就说明有羊丢失了，必须立刻去寻找。

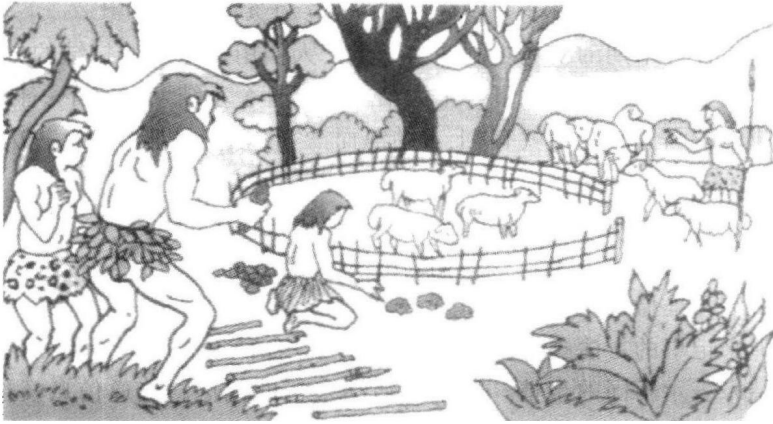


图 1 石子计数

## (2) 结绳计数

结绳计数是世界上许多民族都曾采用过的方法。原始社会中，人们用一个绳结代表一头野兽，两个绳结代表两头……或一个大绳结代表一头大兽，一个小绳结代表一头小兽。



图 2 公元前 3000 年的壁画记载了埃及人用打结的绳子丈量土地和估算收获



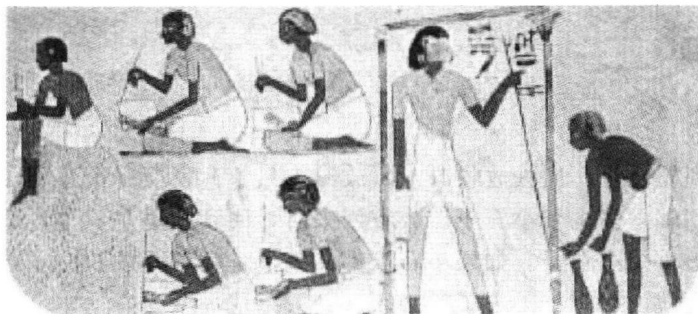


图3 人们将收获的谷物送往粮仓，并有记录员做统计

中国原始社会末期的结绳之制闻名于世，人们用在绳子上打结的方法来计数和记事。一件事打一个结，大事打个大结，小事打个小结，办完了一件事就解掉一个结。我国古书《周易》上就有“上古结绳而治”的记载，即当发生一次重要事件时，就在绳子上打一个结作为标记。

传说公元前6世纪，波斯国王在一次征战中曾命令一支部队守桥。他把一条打了结的皮带交给留守将士，要他们每守一天就解开一个结，一直守到皮带上的结全部解完才准撤退。

用结绳来记事的方法颇为复杂。人们约定以各种不同颜色、不同大小、不同位置的绳结来表示不同的事情，希望用绳结来帮助记忆、传递信息及传示后人。如果要记载的信息较多、较复杂，这绳结也就弄得很复杂，有时是一串绳结接二连三地打在一起，有时是一根较粗的绳子上挂着许多细的绳结。（如图4）

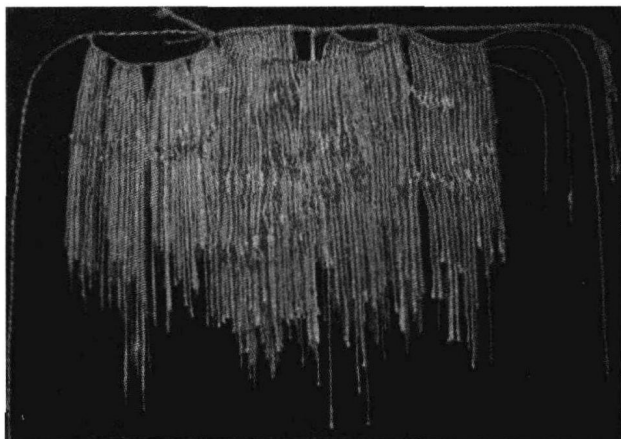


图4 绳结计数

根据记载，我国宋代时的鞑靼族人，每当发生战争需要调发军马时，就在草上打结，然后派人火速传达，有多少结就表示要调多少军马。直到20世纪