普通高等学校**基础课程类**应用型规划教材

高等数学（下）

北京邮电大学世纪学院数理教研室 编著

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

普通高等学校基础课程类应用型规划教材

高等数学（下）

北京邮电大学世纪学院数理教研室　编著

北京邮电大学出版社
·北京·

内容简介

本书是普通高等学校基础课程类应用型规划教材，体现了高等数学课程的特色及应用型高校的教学特点，以教育部非数学专业数学基础课教学指导分委员会制定的新的《工科类本科数学基础课程教学基本要求》为依据，按照既要继承优秀传统，又要改革创新、适应新形势的精神，突出高等数学严谨的知识体系，保持经典教材的优点，又考虑到学生的学习状况和接受程度。在力求保持数学体系完整与严谨的基础上，优化内容，论述深入浅出，通俗易懂。

本书共十二章，分上、下两册，下册包括：空间解析几何与向量代数、多元函数的微分学及其应用、重积分、曲线积分和曲面积分、无穷级数。书末附有习题及综合练习题的参考答案。

本书具有结构严谨、逻辑清晰，重视问题的引入、强调理论的应用，文字流畅、叙述详尽，例题和习题丰富，便于自学等优点，可供普通高等学校和独立学院工科各专业的学生选用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学．下/北京邮电大学世纪学院数理教研室编著．—北京：北京邮电大学出版社，2010．1

ISBN 978-7-5635-2017-6

Ⅰ．高…　Ⅱ．北…　Ⅲ．高等数学—高等学校—教材　Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 174092 号

书　　名：高等数学(下)

作　　者：北京邮电大学世纪学院数理教研室

责任编辑：陈　瑶

出版发行：北京邮电大学出版社

社　　址：北京市海淀区西土城路 10 号(邮编：100876)

发 行 部：电话：010-62282185　传真：010-62283578

E-mail：publish@bupt.edu.cn

经　　销：各地新华书店

印　　刷：北京市梦宇印务有限公司

开　　本：787 mm×960 mm　1/16

印　　张：20

字　　数：436 千字

印　　数：1—3 000 册

版　　次：2010 年 1 月第 1 版　2010 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-2017-6　　　　定　价：34.00 元

前　　言

数学是研究客观世界数量关系和空间形式的一门科学，它不仅是一种计算工具，而且是一种思维模式，从更加长远的眼光考虑，它不仅是一种科学知识，更是一种必要的素养；不仅是一门科学，更是一种文化。高等数学是高等院校一门重要的基础课，内容丰富、理论严谨、应用广泛、影响深远。在训练学生逻辑推理能力、抽象思维能力及提高他们的分析问题和解决问题的能力等方面起到了不可替代的作用，还为学习后续课程和进一步扩大数学知识面奠定了必要的基础。

本书是普通高等学校基础课程类应用型规划教材，体现了高等数学课程的特色及应用型高校的教学特点，以教育部非数学专业数学基础课教学指导分委员会制订的新的《工科类本科数学基础课程教学基本要求》为依据，以“必须够用”为原则确定内容和深度。知识点的覆盖面与“基本要求”一致，力求做到：在保持数学体系完整与严谨的基础上，优化内容，论述深入浅出，通俗易懂。对于少量超出新的教学基本要求的内容，均采用 * 号标出，相关习题也采用 * 号标出，便于教师根据实际教学情况适当取舍。

本书比较注重问题的引入，对基本概念的叙述准确清晰，对定理的证明简明易懂，但对于难度较大的理论问题，则不过分强调论证的严密性，有的定理或公式仅给出结论而不再加以证明。适当降低对解题技巧训练的要求，从简处理某些公式的推导过程，加强数学思想、几何直观、数值方法和逻辑思维等方面的训练，加强应用能力的培养。对例题的选配力求典型多样，着重于基本概念和基本方法的训练，难度上层次分明，尤其注意解题方法的总结。强调对学生的思维能力、自学能力、实际应用能力和创新意识的培养。书中还由易到难地配有大量的习题。每章后面都有较为详尽的小结和基本要求，便于学生复习和查阅。基本要求的高低用不同词汇加以区分，对概念和定理从高到低用“理解”、“了解”（或“知道”）区分；对运算和方法从高到低用“熟练掌握”、“掌握”、“会”（或“能”）区分。每章后还配有综合练习题，包括选择题、填空题、计算题和证明题，有助于检查学生对本章内容的学习情况，提高他们综合分析和运用知识的能力。

本书共 12 章，分上、下两册，上册包括：函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理

与导数的应用、不定积分、定积分、微分方程，下册包括：空间解析几何与向量代数、多元函数的微分学及其应用、重积分、曲线积分和曲面积分、无穷级数。书末附有习题及综合练习题的参考答案。

本书在编写过程中，参考了众多相关的同类教材，也融汇了编者多年的教学经验。北京邮电大学出版社从立项、编审到出版都给予了热情的支持和帮助，在此表示深深的谢意！

参与本书编写工作的有杨硕、汪彩云、华卫兵、赵启松、王玉孝、姜炳麟。由于编者水平有限，加之时间比较仓促，书中难免有不妥之处，敬请广大专家、同行和读者批评指正，以便在今后的教学实践中不断地完善和提高。

编　者

目　　录

第 8 章　空间解析几何与向量代数

解析几何的基本思想是用代数的方法来研究几何. 在平面解析几何中，通过坐标法把平面上的点与一对有次序的数对应起来，把平面上的图形和方程对应起来，从而可以用代数方法来研究几何问题. 空间解析几何也是按照类似的方法建立起来的.

正如平面解析几何的知识对学习一元函数微积分是不可缺少的一样，空间解析几何的知识对学习多元函数微积分也是必要的.

为了把代数运算引到几何中来，最根本的做法就是设法把空间的几何结构有系统地代数化、数量化. 因此在这里我们首先在空间引进向量以及它的线性运算，并通过向量来建立空间坐标系，然后利用坐标讨论向量的运算，并介绍空间解析几何的有关内容.

8.1　向量及其线性运算

8.1.1　向量概念

在力学、物理学以及日常生活中，我们经常遇到许多的量，例如温度、时间、质量、密度、功、长度、面积与体积等，这些量在规定的单位下，都可以由一个数来完全确定，这种只有大小的量叫做**数量**. 另外还有一些量，例如位移、力、速度、加速度等，它们不但有大小，而且还有方向，这种**既有大小又有方向的量称为向量**(又称矢量).

我们用有向线段来表示向量，有向线段的起点与终点分别叫做向量的起点与终点，有向线段的方向表示向量的方向，而有向线段的长度代表向量的大小. 起点是 A，终点是 B

的向量记作$\overrightarrow{AB}$，有时用黑体字母表示，如 $\boldsymbol{a}$（见图 8.1）.

向量的大小叫做向量的模，也称向量的长度. 向量$\overrightarrow{AB}$或 $\boldsymbol{a}$ 的模分别记作$|\overrightarrow{AB}|$或$|\boldsymbol{a}|$.

模等于 1 的向量叫做单位向量. 与向量 $\boldsymbol{a}$ 具有同一方向的单位向量叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 的单位向量，常用 $\boldsymbol{e}_a$ 来表示.

模等于 0 的向量叫做零向量，记作 $\mathbf{0}$. 它是起点和终点重合的向量，零向量的方向可以看做是任意的.

如果两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的模相等且方向相同，那么称向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 相等，记作$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

需要注意的是，两个向量是否相等与它们的起点无关，只由它们的模和方向决定，我们以后运用的正是这种起点可以任意选取，而只由模和方向决定的向量，这样的向量通常叫做**自由向量**. 也就是说，向量可以任意平行移动，移动后的向量仍然代表原来的向量.

称与向量 $\boldsymbol{a}$ 的模相等，方向相反的向量叫做 $\boldsymbol{a}$ 的负向量，记作$-\boldsymbol{a}$.

如图 8.2 所示，作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，规定不超过 π 的$\angle AOB$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角，记为$(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})$或$(\widehat{\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}})$，即

$$(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\varphi \quad (0\leqslant\varphi\leqslant\pi)$$

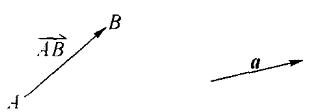

图 8.1

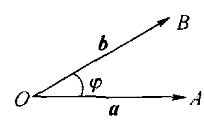

图 8.2

当$(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=0$ 或 π 时，则称向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行，记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

当$(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\dfrac{\pi}{2}$时，则称向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直，记作 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

8.1.2　向量的线性运算

1. 向量的加法

物理学中的力与位移都是向量. 作用于一点的两个不共线的力的合力，可以用“平行四边形法则”求出. 如图 8.3 中的两个力$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$的合力，就是以 AB，AD 为邻边的平行四边形 $ABCD$ 的对角线向量$\overrightarrow{AC}$. 两个位移的合成也可以用“三角形法则”求出，如图8.4所示，连续两次位移$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BC}$的结果，相当于位移$\overrightarrow{AC}$.

抽出物理意义，我们规定向量的加法运算如下.

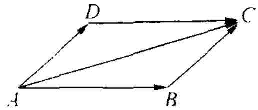

图 8.3

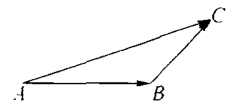

图 8.4

设有两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，任取一点 A 为起点作向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，再以 B 为起点作向量 $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，连接 AC（见图 8.5），那么向量 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，即 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$. 这种作出两向量之和的方法叫做向量相加的三角形法则.

我们也有向量相加的平行四边形法则：

当向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不平行时，作向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，以 AB，AD 为边作平行四边形 $ABCD$，连接对角线 AC（见图 8.6），向量 $\overrightarrow{AC}$ 即为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

不难证明，向量的加法符合下列运算规律：

(1) 交换律 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$

(2) 结合律 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

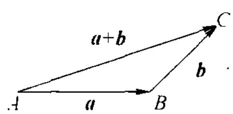

图 8.5

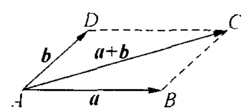

图 8.6

由于向量的加法满足交换律与结合律，所以三向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 相加，不论它们的先后顺序与结合顺序如何，它们的和总是相同的，因此都可以简单地写成

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$$

推广到任意有限个向量 $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，…，$\boldsymbol{a}_n$ 的和，就可以写成

$$\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n$$

有限个向量 $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，…，$\boldsymbol{a}_n$ 相加的作图法，可以由向量的三角形求和法则推广如下：第一个向量的终点作为第二个向量的起点，相继作向量 $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，…，$\boldsymbol{a}_n$，再以第一个向量的起点为起点，最后一个向量的终点为终点作向量，这个向量即为所求的和. 以 5 个向量 $\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，$\boldsymbol{a}_3$，$\boldsymbol{a}_4$，$\boldsymbol{a}_5$ 相加为例作图（见图 8.7）：作向量 $\overrightarrow{OA_1}=\boldsymbol{a}_1$，$\overrightarrow{A_1A_2}=\boldsymbol{a}_2$，$\overrightarrow{A_2A_3}=\boldsymbol{a}_3$，$\overrightarrow{A_3A_4}=\boldsymbol{a}_4$，$\overrightarrow{A_4A_5}=\boldsymbol{a}_5$，则有

$$\overrightarrow{OA_5}=\boldsymbol{s}=\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_3+\boldsymbol{a}_4+\boldsymbol{a}_5$$

特别地，当 A_5 与 O 重合时，它们的和为零向量 $\mathbf{0}$.

这种求和的方法叫做**多边形法则**.

2. 向量的减法

前面我们已经定义了向量 $\boldsymbol{a}$ 的负向量 $-\boldsymbol{a}$，由此我们给出向量减法的规定.

设有向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，规定向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $-\boldsymbol{a}$ 的和为向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的差，记为 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$，即

$$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+(-\boldsymbol{a})$$

特别地，当 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}$ 时，有

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\mathbf{0}$$

根据向量加法的三角形法则，如图 8.8 所示，作向量 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-\boldsymbol{a}$，则

$$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+(-\boldsymbol{a})=\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}$$

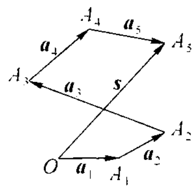

图 8.7

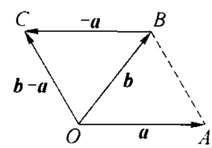

图 8.8

由此得到向量减法的三角形法则，如图 8.9 所示，作向量 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$.

如果以 OA，OB 为一对邻边构成平行四边形 $OACB$，那么显然它的一条对角线向量 $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，而另一条对角线向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$（见图 8.10）.

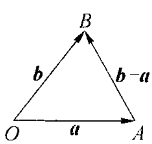

图 8.9

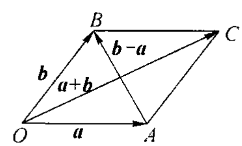

图 8.10

由三角形两边之和大于第三边的原理，对于任何两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，有下列不等式

$$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}| \text{ 和 } |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$$

其中等号分别在 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向和反向时成立.

例 8.1.1 在平行六面体中（见图 8.11），设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，试用向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$，$\overrightarrow{A_1C}$.

解：$\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$

$$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$$
$$=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$$

$$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=-\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$$

或者 $$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AA_1}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})-\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$$

例 8.1.2 用向量方法证明:对角线互相平分的四边形是平行四边形.

证明:设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 交于 O 点且互相平分,由图 8.12 可以看出:

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AO}$$
$$=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{DC}$$

因此,$\overrightarrow{AB}\,/\!/\,\overrightarrow{DC}$ 且 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{DC}|$,即四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

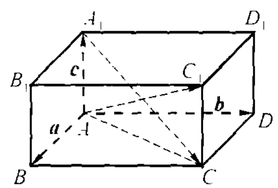

图 8.11

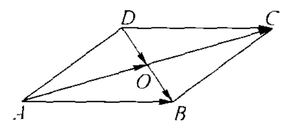

图 8.12

3. 向量与数的乘法

我们规定:实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积是一个向量,记作 $\lambda\boldsymbol{a}$,它的模

$$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$$

当 $\lambda>0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向,当 $\lambda<0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 反向.

当 $\lambda=0$ 时,$|\lambda\boldsymbol{a}|=0$,即 $\lambda\boldsymbol{a}$ 为零向量.

对于非零向量 $\boldsymbol{a}$ 与其单位向量 $\boldsymbol{e}_a$,显然下面的等式成立

$$\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{e}_a \text{ 或 } \boldsymbol{e}_a=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$$

由此可知,一个非零向量除以它的模便是它的单位向量.

不难证明,向量与数的乘积符合下列运算规律:

(1) 结合律 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=\mu(\lambda\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$

(2) 分配律 $(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$

$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$

这里 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为向量,λ、μ 为任意实数.

例 8.1.3 在平行四边形 $ABCD$ 中,设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$. 试用 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{MA}$、

$\overrightarrow{MB}$、$\overrightarrow{MC}$和$\overrightarrow{MD}$，这里 M 是平行四边形对角线的交点(见图 8.13).

解：由于平行四边形的对角线互相平分，所以

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}=2\,\overrightarrow{AM}$$

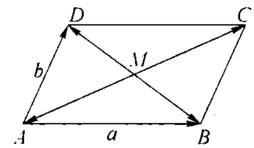

图 8.13

即
$$-(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2\,\overrightarrow{MA}$$

于是
$$\overrightarrow{MA}=-\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$$

因为
$$\overrightarrow{MC}=-\overrightarrow{MA}$$

所以
$$\overrightarrow{MC}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$$

又因
$$-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{BD}=2\,\overrightarrow{MD}$$

所以
$$\overrightarrow{MD}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$$

由于
$$\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MD}$$

所以
$$\overrightarrow{MB}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$$

由于向量 $\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 平行，因此我们常用向量与数的乘积来说明两个向量的平行关系. 即有如下定理.

定理 8.1.1 设向量 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，那么，向量 $\boldsymbol{b}$ 平行于向量 $\boldsymbol{a}$ 的充分必要条件是：存在唯一的实数 λ，使 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$. 即

$$\boldsymbol{a}\,/\!/\,\boldsymbol{b} \Leftrightarrow \boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}\ (\lambda\text{ 为唯一实数})$$

证明：先证必要性. 设 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，取 $\lambda=\pm\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}$，则有 $|\lambda|=\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时 λ 取正号，反向时 λ 取负号，则 $\boldsymbol{b}$ 与 $\lambda\boldsymbol{a}$ 同向，且 $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda|\,|\boldsymbol{a}|=\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，故

$$\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$$

数 λ 的唯一性：假设又有 $\boldsymbol{b}=\mu\boldsymbol{a}$，则 $(\lambda-\mu)\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$，从而有 $|\lambda-\mu|\,|\boldsymbol{a}|=0$，而 $|\boldsymbol{a}|\neq 0$，故 $|\lambda-\mu|=0$，即 $\lambda=\mu$.

再证充分性：已知 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$，则

$$\left.\begin{array}{l}\text{当 }\lambda=0\text{ 时},\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}\\ \text{当 }\lambda>0\text{ 时},\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\text{ 同向}\\ \text{当 }\lambda<0\text{ 时},\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\text{ 反向}\end{array}\right\}\Rightarrow \boldsymbol{a}\,/\!/\,\boldsymbol{b}$$