

“十一五”国家重点图书

计算机科学与技术学科前沿丛书

计算机科学与技术学科研究生系列教材（中文版）

最优化技术与数学建模

董文永 刘进 丁建立 朱福喜 等编著

李元香 审



清华大学出版社



“十一五”国家重点图书

计算机科学与技术学科前沿丛书

计算机科学与技术学科研究生系列教材（中文版）

最优化技术与数学建模

董文永 刘进 丁建立 朱福喜 等编著

李元香 审

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

最优化技术与数学模型是工程类研究生应掌握的数学基础课,是从事相应学科理论研究的前提。工程中许多实际问题都可以抽象为数学建模问题,其中包括最优化模型。了解这些方法的基本原理、相关算法是分析问题、解决问题的一种技能,同时也是写出高水平学术论文的关键素材。

由于最优化技术与数学模型所包括的知识点很多,故选取了一些实用的方法,将本书分成三大部分:经典优化技术与模型(包括线性规划、对偶理论、非线性规划和动态规划);统计建模与数据分析(包括聚类分析、层次分析、判别分析、支持向量机导论、回归分析、时间序列分析);数学模型与数学建模(包括模糊数学方法、微分方程理论与建模、图论与网络模型、灰色系统建模、仿真优化等)。

本书的特点是涵盖的知识点全面,并且理论结合实际。各个章节具有一定的独立性,这样便于读者学习和掌握,本书适合于本科生、研究生和工程技术人员使用。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,翻印必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

最优化技术与数学建模/董文永等编著. —北京:清华大学出版社,2010.9
(计算机科学与技术学科前沿丛书 计算机科学与技术学科研究生系列教材(中文版))
ISBN 978-7-302-23089-2

I. ①最… II. ①董… III. ①最优化—数学模型—研究生—教材 IV. ①O224

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 114003 号

责任编辑:汪汉友

责任校对:李建庄

责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62795954, jsjje@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260

印 张:21

字 数:519 千字

版 次:2010 年 9 月第 1 版

印 次:2010 年 9 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:39.50 元

产品编号:035790-01

“十一五”国家重点图书 计算机科学与技术学科前沿丛书

计算机科学与技术学科研究生系列教材

编
委
会

■ 名誉主任：陈火旺

■ 主 任：王志英

■ 副 主 任：钱德沛 周立柱

■ 编委委员：(按姓氏笔画为序)

马殿富 李晓明 李仲麟 吴朝晖

何炎祥 陈道蓄 周兴社 钱乐秋

蒋宗礼 廖明宏

序

未来的社会是信息化的社会,计算机科学与技术在其中占据了最重要的地位,这对高素质创新型计算机人才的培养提出了迫切的要求。计算机科学与技术已经成为一门基础技术学科,理论性和技术性都很强。与传统的数学、物理和化学等基础学科相比,该学科的教育工作者既要培养学科理论研究和基本系统的开发人才,还要培养应用系统开发人才,甚至是应用人才。从层次上来讲,则需要培养系统的设计、实现、使用与维护等各个层次的人才。这就要求我国的计算机教育按照定位的需要,从知识、能力、素质三个方面进行人才培养。

硕士研究生的教育须突出“研究”,要加强理论基础的教育和科研能力的训练,使学生能够站在一定的高度去分析研究问题、解决问题。硕士研究生要通过课程的学习,进一步提高理论水平,为今后的研究和发展打下坚实的基础;通过相应的研究及学位论文撰写工作来接受全面的科研训练,了解科学研究的艰辛和科研工作者的奉献精神,培养良好的科研作风,锻炼攻关能力,养成协作精神。

高素质创新型计算机人才应具有较强的实践能力,教学与科研相结合是培养实践能力的有效途径。高水平人才的培养是通过被培养者的高水平学术成果来反映的,而高水平的学术成果主要来源于大量高水平的科研。高水平的科研还为教学活动提供了最先进的高新技术平台和创造性的工作环境,使学生得以接触最先进的计算机理论、技术和环境。高水平的科研也为高水平人才的素质教育提供了良好的物质基础。

为提高高等院校的教学质量,教育部最近实施了精品课程建设工程。由于教材是提高教学质量的关键,必须加快教材建设的步伐。为适应学科的快速发展和培养方案的需要,要采取多种措施鼓励从事前沿研究的学者参与教材的编写和更新,在教材中反映学科前沿的研究成果与发展趋势,以高水平的科研促进教材建设。同时应适当引进国外先进的原版教材,确保所有教学环节充分反映计算机学科与产业的前沿研究水平,并与未来的发展趋势相协调。

中国计算机学会教育专业委员会在清华大学出版社的大力支持下,进行了计算机科学与技术学科硕士研究生培养的系统研究。在此基础上组织来自多所全国重点大学的计算机专家和教授们编写和出版了本系列教材。作者们以自己多年来丰富的教学和科研经验为基础,认真研究和结合我国计算机科学与技术学科硕士研究生教育的特点,力图使本系列教材对我国计算机科学与技术学科硕士研究生的教学方法和教学内容的改革起引导作用。本系列教材的系统性和理论性强,学术水平高,反映科技新发展,具有合适的深度和广度。同时本系列教材两种语种(中文、英文)并存,三种版权(本版、外版、合作出版)形式并存,这在本系列教材的出版上走出了一条新路。

相信本系列教材的出版,能够对提高我国计算机硕士研究生教材的整体水平,进而对我国大学的计算机科学与技术硕士研究生教育以及培养高素质创新型计算机人才产生积极的促进作用。

陈永旺

前言

计算机、电信、遥感等工程类学科的学生需要什么样的数学知识点,一直以来都是教育工作者考虑的问题。根据著者的工作经验,对于工程类研究生来说,学好最优化技术和数学建模技术,是从事科研工作的一个重要的前提,同时也是培养严谨的数学思维、撰写高质量论文的一种技能。美国从1985年开始在大学生中开展一年一度的大学生数学建模竞赛,我国也从1992年开始在全国大学生中开展数学建模竞赛、2003年开始举行研究生数学建模竞赛。十几年的竞赛积累了许多建模的经验和方法,国内外已经有许多关于数学模型和建模方法的著作,但它们要么是关于各种数学模型的描述,要么是关于建模方法及其理论分析的描述,还有一些著作专门介绍最优化技术及理论。能否撰写一本工程技术类专业研究生适用的教材,是我们课题组长期以来一直想做到的一件事。本书是将这两方面结合起来,系统地介绍数学建模及最优化方法,并用很大的篇幅介绍仿真最优化、支持向量机等技术,作为工程类专业研究生的数学基础,为将来的研究打下基础。

科学的数学化是当代科学发展的一个主要趋势,很多不同学科的学者都有这样的体验:工程和管理学科的最终研究归结为如何建立研究领域的数学模型,并针对这些模型研究其求解方法。现实生活中的许多问题都可以转化成相应的数学模型,可以说数学模型是连接数学专业与非数学专业的中介和桥梁,它不仅是对实际问题的抽象和数学描述,也是对原系统进行理论分析的有力工具。同样,许多数学模型是最优化模型,比如线性规划模型、非线性规划模型等。可以这样说,各个学科中有一半以上的工程问题都是最优化问题,包括人类自身的进化也属于最优化的范畴,了解这些模型的求解方法和理论,无论对数学专业的学生,还是工程人员来说都是非常重要的。最优化问题是人们在工程技术、科学研究和经济管理的诸多领域中经常遇到的问题,随着科学技术尤其是计算机技术的不断发展,以及数学理论与方法向各学科和各个应用领域广泛深入的渗透,最优化理论与技术必将在社会各方面起着越来越大的作用。本课程一方面包括传统的数学建模方法和最优化技术,注重典型的数学思想和方法的系统叙述,同时纳入近年来发展起来的具有广泛应用前景的现代优化与建模技术。通过课程学习,使学生知道了解实用的优化技术基础理论,并能够解决实际问题,为日后从事工程技术工作、科学研究以及开拓新技术领域打下坚实的基础。

为了系统地介绍最优化技术和数学建模技术,本书的内容主要由三大部分构成:第一部分是经典最优化技术与建模篇;第二部分是统计建模与数据分析篇;第三部分是数学建模常用方法篇。

(1) 经典优化技术与模型:包括线性规划、对偶理论、非线性规划和动态规划。

(2) 统计建模与数据分析:包括聚类分析、层次分析、判别分析、支持向量机导论、回归分析、时间序列分析。

(3) 数学模型与数学建模:包括模糊数学方法、微分方程理论与建模、图论与网络模型、灰色系统建模、仿真优化等。这三部分基本上构成了工程类专业研究生应该具备的一些基础知识结构。

在本书编写的过程中,武汉大学李元香教授、中国科学院自动化所的张文生教授给了很大的指正,在此表示感谢!

由于编者能力有限,错误和不当之处在所难免,欢迎大家提出宝贵意见。

董文永

2010年8月于珞珈山

目 录

第 1 章 最优化技术与数学建模概述	1
1.1 引言	1
1.2 数学模型与数学建模的基本概念	2
1.2.1 模式与模型及原型与模型	2
1.2.2 数学模型	3
1.2.3 数学模型的分类	5
1.3 数学模型实例	5
1.3.1 三级火箭的设计问题	5
1.3.2 状态转移问题	7
1.3.3 合作分配问题	9
1.4 最优化技术与数学模型	12
1.4.1 最优化问题的定义	12
1.4.2 最优化的历史	14
1.4.3 最优化的分类	15
1.5 建模的一般过程	15
1.5.1 数学建模的基本原则	15
1.5.2 数学建模的流程	16
1.5.3 数学建模的注意事项	17
第 2 章 线性规划模型与理论	18
2.1 线性规划问题基础	18
2.1.1 线性规划问题的研究现状	18
2.1.2 线性规划问题的数学模型	20
2.1.3 线性规划模型的典则型和标准型及其转化	22
2.1.4 线性规划问题的图解法	23
2.1.5 线性规划问题的基本概念	25
2.2 单纯形法	32
2.2.1 单纯形法的基本原理	33
2.2.2 单纯形表法	37
2.2.3 两阶段法	42

2.2.4 M 法	49
第 3 章 对偶线性规划与理论	52
3.1 对偶理论	52
3.1.1 对偶问题的定义	52
3.1.2 对偶定理	56
3.1.3 对偶互补解	58
3.1.4 互补松弛性质	61
3.2 对偶单纯形算法	61
3.2.1 对偶单纯形算法的基本思想	61
3.2.2 对偶单纯形算法的计算实例	63
3.2.3 增加新的约束	66
3.2.4 初始对偶可行解的构造方法	68
3.3 内点法之原始—对偶路径跟踪法	72
3.3.1 原始—对偶路径跟踪法的基本思想	72
3.3.2 路径跟踪法的数学模型转换	74
3.3.3 原始—对偶路径跟踪法的计算过程	77
第 4 章 非线性规划模型与理论	81
4.1 非线性规划数学模型及基本理论	81
4.1.1 非线性规划的数学模型及图解法	81
4.1.2 无约束最优化的极值问题	84
4.1.3 约束最优化问题的最优性条件	85
4.2 对偶及鞍点问题	89
4.2.1 Lagrange 对偶问题	89
4.2.2 对偶定理	90
4.2.3 鞍点最优性条件	93
4.3 一维最优化方法	95
4.3.1 斐波那契法	95
4.3.2 黄金分割法	98
4.3.3 二次插值法	99
4.3.4 牛顿法	101
4.4 非线性规划的无约束最优化方法	101
4.4.1 梯度法(最速下降法)	102
4.4.2 牛顿法	104
4.4.3 共轭梯度法	105
4.4.4 变尺度法	109
4.4.5 Powell 方法	111
4.4.6 单纯形方法	112

4.5	非线性规划的约束最优化方法	115
4.5.1	可行方向法	115
4.5.2	制约函数法	117
4.6	运用 Matlab 求解 NLP 问题	121
第 5 章	动态规划的模型与理论	126
5.1	引言	126
5.1.1	动态规划的提出	126
5.1.2	动态规划方法的基本原理——最佳原理	126
5.1.3	动态规划方法的关键性质——无后效性	127
5.1.4	动态规划应用的问题举例	128
5.2	动态规划模型的基本概念	129
5.2.1	阶段	129
5.2.2	状态	129
5.2.3	决策	129
5.2.4	状态转移方程	130
5.2.5	策略	130
5.2.6	报酬函数、目标函数和最优值函数	130
5.2.7	最优策略和最优轨迹	131
5.3	动态规划的基本定理	131
5.4	动态规划模型的建立及计算方法	132
5.4.1	动态规划模型的建立步骤	132
5.4.2	逆序算法	133
5.4.3	顺序算法	135
5.5	动态规划与静态规划的关系	135
5.6	动态规划的其他应用实例	137
5.6.1	资源分配问题	137
5.6.2	生产库存问题	139
5.6.3	背包问题	141
5.7	最优控制问题	143
5.7.1	最优控制的基本概念	143
5.7.2	最优控制问题的实例	144
5.7.3	最优控制与动态规划的关系	145
第 6 章	聚类分析法	147
6.1	聚类及其应用领域	147
6.2	聚类统计量	148
6.2.1	常用的距离	148
6.2.2	相似系数	149

6.2.3	类间距离	150
6.3	系统聚类法	151
6.3.1	系统聚类法的基本思想	151
6.3.2	系统聚类的步骤	151
6.4	逐步聚类法	152
6.4.1	选凝聚点的方法	153
6.4.2	初始分类	153
6.4.3	合理性判据与调整分类	153
6.5	有序样品的最优分割法	155
6.6	Matlab 中的聚类	158
第 7 章	系统层次分析理论	165
7.1	系统分析与层次分析	165
7.2	层次分析法的具体步骤	166
7.2.1	明确问题和建立层次具体步骤	166
7.2.2	利用成对比较法构造判断矩阵	167
7.2.3	层次单排序及一致性检验	169
7.2.4	层次总排序及其一致性检验	172
7.2.5	层次分析法的应用举例	173
7.3	层次分析中的常见问题	175
7.3.1	残缺判断	175
7.3.2	群组决策	177
7.4	足球队的排名次问题	178
第 8 章	判别分析法	181
8.1	距离判别法	181
8.1.1	基本思想及马哈拉诺比斯距离	181
8.1.2	两个总体的距离判别	183
8.1.3	多个总体的距离判别	185
8.1.4	距离判别应用例子	185
8.2	贝叶斯判别	188
8.2.1	贝叶斯判别法的基本思想	189
8.2.2	两个协方差阵相等的正态总体情形	190
8.2.3	两个协方差阵不等的正态总体情形	192
8.2.4	多个总体情况下的判别	192
8.2.5	应用例子	194
8.3	费希尔判别	195

第 9 章 支持向量机初步	198
9.1 支持向量分类机原理	198
9.1.1 统计学习理论	198
9.1.2 最大边缘超平面	200
9.1.3 线性支持向量机：可分情况	201
9.1.4 线性支持向量分类机：近似可分情况	202
9.1.5 非线性支持向量分类机：完全不可分情况	203
9.2 非线性支持向量回归模型	205
9.3 求解模型 SMO 算法	207
9.3.1 与支持向量机等价二次规划模型	207
9.3.2 支持向量机训练算法	209
第 10 章 回归分析法	215
10.1 一元线性回归	215
10.1.1 一元线性回归模型	215
10.1.2 回归方程的显著性检验	217
10.1.3 可化为一元线性回归的模型	218
10.2 多元线性回归	219
10.2.1 多元回归模型	219
10.2.2 多元回归模型的显著性检验	221
第 11 章 时间序列建模	224
11.1 时间序列分析概述	224
11.1.1 时间序列分析的研究内容及发展	224
11.1.2 时间序列的特征及研究方法	225
11.1.3 时间序列的平稳性定义	226
11.1.4 时间序列与数学模型	227
11.2 时间序列建模的关键模型介绍	227
11.3 ARMA 模型的统计性质	229
11.3.1 时间序列的相关性和偏相关性分析	229
11.3.2 样本自相关函数与样本偏相关函数	231
11.4 模型结构的识别	232
11.5 ARMA 序列的参数估计	233
11.6 模型的检验	233
11.7 ARMA 模型建模过程总结	234
11.7.1 ARMA 模型的建模要点	234
11.7.2 ARMA 模型的建模流程与建模方法	235

第 12 章 模糊数学方法	237
12.1 模糊数学基础	237
12.1.1 模糊集与隶属函数	237
12.1.2 模糊集合的基本运算	239
12.1.3 模糊关系	240
12.2 模糊聚类分析	241
12.2.1 基于模糊等价矩阵模糊聚类	241
12.2.2 模糊 C 均值聚类	244
12.2.3 其他方法	245
12.3 模糊模式识别	245
12.3.1 F 集的贴近度	245
12.3.2 模糊模式识别的原则	247
第 13 章 微分方程的理论与模型	249
13.1 微分方程及其相关理论	249
13.1.1 微分方程的研究历史	249
13.1.2 微分方程的基本概念	249
13.1.3 微分方程的基本理论	251
13.2 单种群模型	257
13.2.1 Malthus 模型和 Logistic 模型	257
13.2.2 可持续发展的单种群模型	258
13.3 多种群模型	259
13.3.1 相互竞争模型	259
13.3.2 相互依存模型	261
13.3.3 弱肉强食模型	262
第 14 章 图论与网络模型	266
14.1 图论中的基本概念	266
14.1.1 图和网络的基本概念	266
14.1.2 图的计算机表示	267
14.2 网络最短路问题	268
14.2.1 最短路径的基本概念及定理	268
14.2.2 单源点最短路径问题的求解算法	269
14.2.3 最短路径应用实例	270
14.3 树及最小生成树问题	271
14.3.1 树的基本概念	271
14.3.2 最小生成树	273
14.4 网络最大流问题	276

14.4.1	最大流问题的定义	276
14.4.2	最大流—最小割集定理	277
第 15 章	灰色系统方法	281
15.1	灰色系统的概述	281
15.2	灰数的基本概念	282
15.2.1	灰数	282
15.2.2	灰数白化与灰度	283
15.3	灰色序列生成算子	283
15.3.1	均值生成算子	284
15.3.2	序列的光滑性	284
15.3.3	累加生成算子	285
15.3.4	累减生成算子	285
15.4	灰色分析	286
15.4.1	灰色关联分析	286
15.4.2	无量纲化的关键算子	287
15.4.3	关联分析的主要步骤	288
15.5	灰色系统建模	289
15.5.1	GM(1,1)模型	289
15.5.2	GM(1,1)模型检验	291
15.5.3	GM(1,1)模型应用实例	292
15.5.4	残差 GM(1,1)模型	294
15.5.5	GM(1,N)模型	295
15.6	灰色灾变预测	297
第 16 章	仿真优化	300
16.1	仿真优化问题的描述	300
16.1.1	仿真优化的基本概念	300
16.1.2	仿真优化的研究意义及现状	302
16.1.3	仿真优化的具体例子	304
16.2	仿真优化中的梯度估计问题	305
16.3	仿真优化的响应曲面方法	307
16.3.1	一阶响应曲面的试验设计	307
16.3.2	终态仿真模式下一阶响应曲面参数的估计	309
	参考文献	319

第 1 章

最优化技术与数学建模概述

1.1 引言

科学的数学化是当代科学发展的一个主要趋势,很多不同学科的学者都有这样的体验:工程和管理学科的最终研究归结为如何建立研究领域的数学模型,并针对这些模型研究其求解方法。现实生活中的许多问题都可以转化成相应的数学模型,可以说数学模型是连接数学专业与非数学专业的中介和桥梁,它不仅是对实际问题的抽象和数学描述,也是对原系统进行理论分析的有力工具。数学建模是建立研究对象数学模型、并进行求解、分析的一整套过程,其研究的问题是人们在工程技术、科学研究和经济管理的诸多领域中经常遇到的问题,随着科学技术尤其是计算机技术的不断发展,以及数学理论与方法向各学科和各个应用领域广泛深入的渗透,数学建模必将在社会各方面起着越来越大的作用。本课程一方面包括传统的数学建模方法和最优化技术,注重典型的数学思想和方法的系统叙述,同时纳入近年来发展起来的具有广泛应用前景的支持向量机技术、仿真优化等现代优化与建模技术。通过课程学习,使学生了解实用的优化技术基础理论,并能够解决实际问题,为日后从事工程技术工作、科学研究以及开拓新技术领域,打下坚实的基础。

最优化技术是近几十年形成的,属于运筹学的一个重要分支,它主要运用数学方法研究各种系统的优化途径及方案,为决策者提供科学决策的依据。最优化方法的主要研究对象是各种有组织系统的管理问题及其生产经营活动。最优化方法的目的在于针对所研究的系统,求得一个合理运用人力、物力和财力的最佳方案,发挥和提高系统的效能及效益,最终达到系统的最优目标。实践表明,随着科学技术的日益进步和生产经营的日益发展,最优化方法已成为现代管理科学的重要理论基础和不可缺少的方法,被人们广泛地应用到公共管理、经济管理、国防等各个领域,发挥着越来越重要的作用。本书将介绍最优化模型的建立和模型的分析、求解算法以及相关的理论基础。主要包括线性规划问题的模型、求解(线性规划问题的单纯形解法);以及动态规划的模型、求解、应用;非线性规划问题的模型、算法及理论。

计算机、电信、遥感等工程类学科的学生需要什么样的数学知识点,一直以来都是教育工作者考虑的问题。根据著者的工作经验,对于工程类研究生来说,学好最优化技术和数学建模技术,是从事科研工作的一个重要的前提,同时也是培养严谨的数学思维、撰写高质量论文的一种技能。美国从 1985 年开始在大学生中开展一年一度的大学生数学建模竞赛,我国也从 1992 年开始在全国大学生中开展数学建模竞赛、2003 年开始举行研究生数学建模竞赛。十几年的竞赛积累了许多建模的经验和方法,国内外已经有许多关于数学模型和建

模方法的著作,但它们要么是各种数学模型描述,要么是建模方法及其理论分析的描述,还有一些著作专门介绍最优化技术及理论的,能否撰写一本工程技术类专业研究生适用的教材,是我们课题组长期以来一直想做到的一件事。本书是将这两方面结合起来,系统地介绍数学建模及最优化方法,并用很大的篇幅介绍现代启发式最优化技术,作为工程类专业研究生的数学基础,为将来的研究打下基础。

为了系统的介绍最优化技术和数学建模技术,本书的内容主要由三大部分构成:第一部分是经典最优化技术与建模篇;第二部分是统计建模与数据分析篇;第三部分是数学建模常用方法篇。这三部分基本上构成了工程类专业研究生应该具备的一些基础知识结构。

1.2 数学模型与数学建模的基本概念

1.2.1 模式与模型及原型与模型

给对象实体以必要的简化,用适当的表现形式或规则把它的主要特征、相互关系和运行机理等描绘出来,这样得到的模仿品称为模型,对象实体称为原型。原型和模型都有结构,一些情况下二者是一致的,但大多数情况下二者并不等价,因此研究模型的时候思维不要局限于原型的结构,模型结构与原型结构是不同的两个概念,但两者又有直接或间接的联系。原型中必须考虑的结构问题都应在模型中有所反映,能以模型的语言描述出来。标度模型(scale model)要求具有与原型相同或相似的结构,但尺度大大缩小,如船舶模型、收音机模型等。地图模型(map model)要求具有与原型相同的拓扑结构。数学模型是抽象模型,不能要求它直接反映系统原型的结构,但必定与原型结构有内在联系,原型中的结构问题在模型中用数学语言描述,能用数学方法分析和解决。例如,原型的结构稳定与否可以转化为模型中数学结构的稳定与否。模型方法是系统科学的基本方法,研究系统一般都是研究它的模型,有些系统只能通过模型来研究。

构造模型是为了研究原型,客观性、有效性是对建模的首要要求,反映原型本质特性的一切信息必须在模型中表现出来,通过模型研究能够把握原型的主要特性。模型又是对原型的简化,应当简化一切可以简化的信息(标度模型表现为缩小规模),力求经济性好,便于操作和分析。没有简化不成其为模型,同原型比较未能显著简化的模仿品不是好模型。

按照构造模型的成分,有实物模型和符号模型两种。系统科学的兴趣在于由纯信息而非实物构成的符号模型。符号模型又包括概念模型、逻辑模型和数学模型,它们都在系统科学中有所应用。但最重要的是数学模型,通常所谓研究系统的模型化方法,就是指为系统建立数学模型,通过分析模型来解决问题的一整套方法和程序。

按照模型的功能,有解释模型、预测模型和规范模型的划分。模型的首要功能是提供一个框架,能够恰当地整理和组织观察数据、资料、信息,对原型系统的行为特性和运行演化规律作出解释,所以一般说来,模型首先是一种解释模型。基于系统的组分、结构、环境和现在的行为,能够对系统的未来行为特性作出预测的模型,是预测模型。预测模型也是解释模型,预测是特殊的解释。规范模型的功能在于提供按照一定目的影响和改变系统行为特性的思路 and 方式。

模式与模型,原型与模型之间的关系可以总结为以下几条。