浙江省高等教育重点建设教材

Scientific Development with Mathematics

数学与科学进步

◎ 叶立军 编著

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

Scientific Development with Mathematics

数学与科学进步

● 叶立军 编著

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学与科学进步／叶立军编著．—杭州：浙江大学出版社，2010.12

ISBN 978-7-308-08212-9

Ⅰ.①数…　Ⅱ.①叶…　Ⅲ.①数学—关系—技术进步
Ⅳ.①01

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 239666 号

数学与科学进步

叶立军　编著

责任编辑　阮海潮（ruanhc@zju.edu.cn）
封面设计　联合视务
出版发行　浙江大学出版社
（杭州市天目山路 148 号　邮政编码 310007）
（网址：http://www.zjupress.com）
排　　版　杭州中大图文设计有限公司
印　　刷　杭州日报报业集团盛元印务有限公司
开　　本　710mm×1000mm　1/16
印　　张　16
字　　数　246 千
版 印 次　2011 年 1 月第 1 版　2011 年 1 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-308-08212-9
定　　价　29.00 元

前言 Preface

数学是一门应用非常广泛的学科。数学家华罗庚曾经说过:“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生活之迷,日月之繁,无处不用数学。”同时,数学是人类探究世界,研究自然界任何事物的核心。没有数学就没有物理学、化学、生物学,人类将永远停滞不前。可以说,数学是整个宇宙的骨架,我们很难找到与数学无关的东西。

数学不仅是一种重要的“工具”或“方法”,也是一种思维模式,即“数学方式的理性思维”;数学不仅是一些知识,也是一种素质,即“数学素质”;数学不仅是一门科学,也是一种文化,即“数学文化”。作为现代科技和社会科学的一门基础学科,一个人具备的数学知识和实践能力,相当程度上影响着他的研究与创造能力。随着经济和科学技术的进步,尤其是计算机技术的飞速发展,数学对于当代科学乃至整个社会的影响和推动作用日益显著,数学的发展水平和应用水平已成为衡量一个社会文明程度的标志之一。

当今,随着社会、科学技术的不断发展,数学方法及计算已经与理论研究和科学实验一样成为科学研究中不可缺少的有效手段,数学方法和科学技术已“形影不离”,正产生着翻天覆地的影响。在现代认识和实践活动中,人们更多、更强烈地谈论着数学的作用,把我们所处的时代称为“知识数学化”的时代。

同时,当代自然科学与社会科学又日益呈现交叉发展的趋势,现代数学几乎已经渗透到包括自然科学、工程技术、经济管理以至人文社会科学的所有学科和应用领域中,从宇宙飞船到家用电器、从质量控制到市场营销,通过建立数学模型、应用数学理论和方法并结合计算机解决实际问题成为十分普遍的模式。即使是从事社会科学研究的专业人员,也需要掌握相当的

数学应用能力。一些诺贝尔经济学奖的获得者，其研究成果的取得，都是在经济模型、社会统计、金融分析中很好地运用了数学科学知识的结果。纵观日新月异的现代科技、经济与社会的发展，时代要求一个专门技术人才，不仅要掌握一定的数学科学知识，而且要具备一定的数学实践能力，具有良好的数学素质。

为了提高大学生的数学素养，本教材力求正确反映数学在科学进步中的真正意义，从而使学生意识到数学的重要性，从而提高学生学习数学的兴趣，切实掌握数学思想方法，运用于所学的学科。

本教材以构建符合现代社会理念并能体现科学进步水平的教学知识体系为目标，体现大学教学知识的时代性、先进性、学术性和适切性特点，体现数学无处不在、无孔不入的实用价值，树立人人学习数学、人人学习有用的数学、人人学习有价值的数学的大众数学观念。通过学习，使大学生掌握数学方法论知识，切实提高大学生的数学素养。

本书介绍数学发展历史以及数学方法论知识，数学在自然科学进步中的重要意义以及现代数学与社会科学的联姻。通过学习，让学生了解数学在科学进步中的重要性以及掌握必备的数学方法论知识。

本书由叶立军编著，全书共八章，其中，王运庆参与了第四章的编写工作，王晓楠参与了第五章的编写工作，李燕参与了第六章的编写工作，斯海霞参与了第七、八章的编写工作。

本书入选浙江省高等教育重点教材建设项目，在编写过程中得到了杭州师范大学教务处、理学院领导的大力支持，在此表示衷心的感谢。感谢浙江大学出版社阮海潮副编审为本书出版付出的辛勤劳动。

本书在编撰过程中吸收了许多专家学者的研究成果，在此表示衷心的感谢。

由于本书作者学识有限，时间仓促，书中难免有不当之处，恳请各位专家、广大师生批评指正。

叶立军

于杭州西子湖畔

2011 年 1 月

目录 Contents

第一章　数学及其发展简史

第一节　数学是什么 …… 3
第二节　数学发展简史 …… 14
第三节　数学发展史上的几次重大突破 …… 20
第四节　近代数学的主要成就 …… 40
第五节　现代数学的研究进展 …… 43

第二章　作为思想史要素之一的数学

第一节　数学思想方法概述 …… 51
第二节　数学思想方法在科学中的作用和地位 …… 54
第三节　常用的数学思想方法 …… 61

第三章　数学悖论与数学危机

第一节　数学悖论 …… 77
第二节　数学危机 …… 81
第三节　数学基础的三大学派 …… 90

第四章　数学与物理学的发展

第一节　数学与物理基本概述 …… 97
第二节　数学发展史上与物理学进步有关的事件 …… 99
第三节　现代数学在物理学中的应用 …… 109

第五章　数学与生物学、化学的发展

第一节　数学与生物学…………………………………………… 117
第二节　当今生物学与数学的结合点………………………… 130
第三节　数学与医学…………………………………………… 133
第四节　数学与化学…………………………………………… 134
第五节　数学在化学中的应用　元素周期表的发现………… 141

第六章　数学与天文学、地理学的发展

第一节　数学与天文学发展概述……………………………… 149
第二节　数学在天文学中的几个应用………………………… 151
第三节　数学与地理学的发展………………………………… 155

第七章　数学与社会科学的发展

第一节　数学与政治…………………………………………… 167
第二节　数学与战争…………………………………………… 176
第三节　数学与经济…………………………………………… 184

第八章　数学与文化艺术

第一节　数学与文化…………………………………………… 201
第二节　数学与艺术…………………………………………… 204
第三节　数学与建筑…………………………………………… 218

附录 1　数学与诺贝尔经济学奖 ………………………… 230
附录 2　数学趣题 ………………………………………… 236
附录 3　希尔伯特的 23 个问题 ………………………… 245

参考文献……………………………………………………… 249

第一章

数学及其发展简史

数学是打开科学大门的钥匙。

——培根

数学是人类智慧皇冠上最灿烂的明珠。

——考特

一个国家只有数学蓬勃地发展，才能展现它国力的强大。数学的发展和完善与国家繁荣昌盛密切相关。

——拿破仑

数学是一门古老的学科，它从萌芽时期发展至今已经有数千年的历史。数学的发展史不只是一些新概念、新命题的简单堆砌，它包含着数学思想和方法的积淀，尤其是数学本身许多质的飞跃，即数学思想方法的重大突破。

对数学思想方法作历史的考察，并分析其演变、发展的规律是数学思想方法研究的首要内容。其具体可分为两大类：第一，数学思想方法的系统进化，即从整体上进行研究。例如，从古至今，数学思想方法发生了多少次重大转折，每一次转折（如从算术到代数、从综合几何到几何代数化、从常量数学到变量数学、从必然数学到或然数学、从明晰数学到模糊数学以及从手工证明到机器证明等）都是怎么孕育和产生的，其要点和作用是什么，均属于这一类。第二，数学思想方法的个体发育，主要是研究每一个数学思想产生、演变和发展的规律，以及本身的特征，在数学发展过程中的作用和方法论价值等。广义讲，从思想方法角度来研究概念、运算、公式、定理乃至学科产生发展的历史，也可看成是此类研究的范围。

数学，作为一门科学，它来源于人类社会进步，并促进人类社会进步，也随着人类社会的进步而发展。数学的起源可以追溯到原始社会，经历了数学萌芽时期、常量数学时期、变量（近代）数学时期、现代数学时期四个历史阶段。每个时期数学的发展，都深深印上了当时社会实践与社会文化的烙印。数学作为一门基础学科，其重要性毋庸置疑。因此，了解数学思想的发展历史和规律，对于人们认识数学是完全必要的。

第一节　数学是什么

一、什么是数学？

数学具有高度的抽象性、严谨的逻辑性和广泛的适用性。这是关于数学学科特点的传统看法。近些年来，随着数学的发展与人们认识的深化，对数学学科特点又提出了一些新的见解。比如，有人指出数学的基本特点是确切性、抽象性、严格性、应用的广泛性、数学美，还特别强调，数学美是数学诸特点中不可忽视的基本特点之一。人类进入以物质装置代替原来由人从事的信息加工处理工作的信息时代（或称信息加工时代、计算机时代）后，数学的上述诸特点进一步显示出来。也有人认为，从当前科学数学化的趋势看，高度的抽象性与广泛的适用性是数学最根本的两个特点。还有人主张，数学的主要特点是它的高度抽象性、严谨逻辑性与数学美，而应用的广泛性是高度抽象性和严谨逻辑性的具体表现。数学作为一门基础科学到底有哪些特点？结合现代科学发展的实际对这一问题加以深入探讨，显然对充分发挥数学的功能，促进数学的发展是有积极作用的。

同时，数学具有多方面的功能，主要表现在以下三个方面：①科学功能，即数学在自然科学、社会科学和哲学等领域中所起的作用；②思维功能，即数学作为一种思维工具，它在日常思维活动中所起的作用，以及它对思维科学发展的意义等；③社会功能，即数学在社会生产、经济、文化、教育以及在精神文明建设中占有的地位与作用等。数学为什么会有上述功能？怎样才能更好地发挥它的功能？这些问题在科学技术高度发展的今天，显得特别重要。

二、数学是什么科学？

数学本质的另一个问题：数学究竟是什么科学？是演绎科学，还是经

验科学呢？或是实验归纳科学呢？由于人们从不同的角度来认识数学，因而对这个问题有着不同的看法。

1. 数学是基本语言

时空的语言是几何，天文学的语言是微积分，量子力学要透过算子理论来描述，而波动理论则靠傅立叶分析来说明。数学家研究这些科目，最先都由于其本身之美所感召，但最后却发现这些科目背后，竟有些共通的特性。这个事实说明了看起来并不相关的科目，它们之间可以有甚多交缠互倚的地方。

语言是一种符号，用以传情达意，但是我们的感情由于语言的不同而有着不同的发展。举例来说，中国诗与英文诗的不同之处，在于前者着重每个单字的用法，每个单字都具有不同的意义。然而，就算在中国诗内，字的多寡也左右了要表达的感情。古诗较随意，汉诗以五言为主，唐代则重七言，到了宋代，流行的便是长短句——词了。不同的体裁，微妙地反映和影响了不同朝代文人的感受。

因此，数学这个科学语言的研究改变了科学发展的航道。举例而言，对傅立叶分析的理解越深入，就越能理解波的运动及图像的技巧。反之，现实世界也左右了数学的发展。波运动及其谱所显示的美，乃是这些科目发展的原动力。这些学科对现代技术及理论科学的影响极其深远。没有微积分这种起源于阿基米德的伟大语言，很难想象牛顿能发展古典力学。

毫无疑问，法拉第精通电学和磁学。但电磁学的完整理论则要归功于麦克斯韦方程。电磁学对光、无线电波和现代科学的研究是极为重要的。

2. 数学是秩序的科学

除了作为一种语言，以及一门纯美的学科外，数学还是秩序的科学(a science of order)。我们引一段美国数学学会前会长、哈佛大学教授格臣(Andrew Gleason)的说法：

数学乃是秩序的科学，它的目的是发现、刻画、了解外观复杂情况的秩序。数学中的概念，恰好能够描述这些秩序。数学家花了几百年来寻找最有效地描述这些秩序的精微曲折处。这种工具可用于外在世界，毕

竟现实世界是种种复杂情况的缩影，其中包含大量的秩序。

由是观之，数学能广泛用于经济学，是毫不奇怪的。好几个诺贝尔经济学奖获得者，其工作皆与数学有关。

3. 作为工具的数学

大量重要的数学，原意是为解决工程上的问题。比如，维纳（N. Wiener）及其弟子，是信息科学的先驱，他们发展出来的如随机微分方程、维纳测度论、熵论等，最终都远远超出它们原来的动机。Bucy-Kalman 滤子理论在现代控制论中举足轻重，而冲击波则在飞机设计方面起着关键的作用。

4. 数学是模式的科学

《现代汉语词典》对“模式”的解释是指“某种事物的标准形式”。这种标准形式是通过抽象、概括而产生的。按照这种解释，数学的概念、理论、公式、定理和方法都可以看成是一种模式。显然它们又是一种数学抽象思维活动的产物。这种抽象不同于其他科学中的抽象。首先，在抽象的内容上，它仅仅保留了事物的量的特性，而舍去了它的质的内容。其次，在抽象的度量上，数学中的概念，并非都是真实事物或现象的直接抽象的结果，而是在第一次抽象的基础上进行多次的再抽象，换句话说，是由概念引出概念。如正方形是由长方形引出的概念。再次，在抽象的方法上，它是一种“建构”的活动，也就是说，数学的对象是借助于明确的定义得到构造的，数学理论又是建立在逻辑演绎之上来展开的。我们不妨通过几个例子的研究来说明这点。

（1）关于数学概念的模式

我们知道“1”这个数，是对一个人、一棵树、一间房等一类事物的量的特性的刻画，是抽象思维的产物。实际上，在现实世界里并不存在作为数学研究对象的真正的“1”。又如，现实世界中，我们只看到圆形的十五的月亮，圆形的水池，圆形的车轮，而数学概念中的“圆”，则是这类事物的标准形式，反映了这类事物都具有的“到一个定点的距离等于定长”的量的特性。

在高等数学中，我们知道瞬时速度可以看成是距离对时间的导数，即 $v=\frac{ds}{dt}$；同样，电流强度 I 是电量 Q 对时间 t 的导数，表示为 $I=\frac{dQ}{dt}$；切线

斜率是曲线 $y=f(x)$的纵坐标 y 对横坐标 x 的导数，记为 $\tan\alpha=\frac{dy}{dx}$。

我们如果将距离、电量、曲线等一类事物都抽象成关于 x 的函数 $f(x)$，那么刻画函数的变化率这一普遍意义的现象，可以用导数这一标准形式——模式来表示。这样，我们把数学概念都可以看成是量化模式。

(2)关于数学问题的模式

下面的两个问题，我们如果从质的方面来看，显然是两个不同的问题，但若从量的属性角度来看，却是同一个标准形式。

①某人有两套不同的西装和三条不同颜色的领带，问共有多少种搭配方法？

②有两个军官和三个士兵，现由一个军官和一个士兵组成巡逻队，问共有多少种组合方法？

这类问题，如果我们都舍去各自的质的内容，那么它们就可以抽象成下面的形式(图 1-1)：

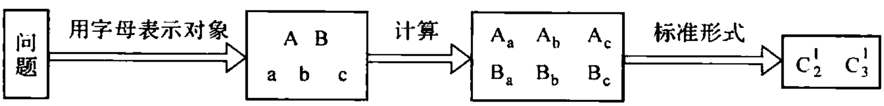

图 1-1

从方框图的推演可以看出，实际问题化归成了数的组合问题。这个过程就是关于量化模式的一种建构和研究。

三、数学的特点

关于数学所具有的特点，可以把数学和其他学科相比较，这样特点就十分明显了。

同其他学科相比，数学是比较抽象的。数学的抽象性表现在哪里呢？那就是暂时撇开事物的具体内容，仅仅从抽象的数方面去进行研究。比如在简单的计算中，2＋3 既可以理解成两棵树加三棵树，也可以理解成两台机床加三台机床。在数学里，我们撇开树、机床的具体内容，而只是研究 2＋3 的运算规律，掌握了这个规律，那就不论是树、机床，还是汽车或者别的什么事物都可以按加法的运算规律进行计算。乘法、除法等运

算也都是研究抽象的数，而撇开了具体的内容。

1. 具有高度的抽象性和形式化

任何科学思维都具有抽象性的特点，然而数学的抽象是一种高度的抽象，它只保留事物量的关系或空间形式而舍弃其他一切特性，即暂时撇开客观对象的其他一切特征，而只对事物的量或空间形式经过高度抽象，在“纯粹”状态下进行研究。另一方面，它的推导和演算又都是用符号形式（包括图形、图表）来表示的，也就是运用一套形式化的数学“语言”，这种“语言”也可成为物理学科的表达方式。正是由于数学方法的抽象性和形式化，它才能概括许多共同的事物规律和本质，大大简化和加速思维进程。同时，客观物质世界是极其复杂的，有许多事物的内在联系，用通常的语言文字只能意会，难以言传，而用数学语言却能简洁、精确地表达清楚。

数学中的许多概念都是从现实世界抽象出来的。比如几何学中的“直线”这一概念，并不是指现实世界中的拉紧的线，而是把现实的线的质量、弹性、粗细等性质都撇开了，只留下了“向两方无限伸长”这一属性，但是现实世界中是没有向两方无限伸长的线的。几何图形的概念、函数的概念都是比较抽象的。但是，抽象并不是数学独有的属性，它是任何一门科学乃至全部人类思维都具有的特性，只是数学的抽象性有它不同于其他学科抽象的特征罢了。

数学的抽象性具有下列三个特征：第一，它保留了数量关系或者空间形式。第二，数学的抽象是经过一系列的阶段形成的，它达到的抽象程度大大超过了自然科学中的一般抽象。从最原始的概念一直到像函数、复数、微分、积分、泛函、n 维甚至无限维空间等抽象的概念都是从简单到复杂、从具体到抽象这样不断深化的过程。当然，形式是抽象的，但是内容却是非常现实的。正如列宁所说的那样：“一切科学的（正确的、郑重的、不是荒唐的）抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然”（《黑格尔〈逻辑学〉一书摘要》，《列宁全集》第 38 卷第 181 页）。第三，不仅数学的概念是抽象的，而且数学方法本身也是抽象的。物理学家或化学家为了证明自己的理论，总是通过实验的方法；而数学家证明一个定理却不能用实验的方法，必须用推理和计算。比如，虽然我们千百次地精确测量等腰三角

形的两底角都是相等的，但是还不能说已经证明了等腰三角形的底角相等，而必须用逻辑推理的方法严格地给予证明。在数学里证明一个定理，必须利用已经学过或者已经证过的概念、定理用推理的方法导出这个新定理来。我们都知道数学归纳法，它就是一种比较抽象的数学证明方法。它的原理是把研究的元素排成一个序列，某种性质对于这个序列的首项是成立的，假设当第 k 项成立，如果能证明第 $k+1$ 项也能成立，那么这一性质对这一序列的任何一项都是成立的，即使这一序列是无穷序列。

2. 具有严格性和逻辑性

也可以说，数学的第二个特点是准确性，或者说逻辑的严密性，结论的确定性。数学的严格性突出表现在两个方面：一是推理过程的严格、可靠；二是推理结论的精确、确定。数学都是以逻辑推理的形式表达量的关系或空间形式的，数学的一切结论只需由也必须由严格的逻辑推理来得出。因此，一切数学结论都具有逻辑上的必然性和量的确定性。正因为这样，数学方法才给予精密的自然科学以某种程度的可靠性，没有数学，这些科学是达不到这种可靠性的。

数学的推理和它的结论是无可争辩、毋容置疑的。数学证明的精确性、确定性从中学课本中就充分显示出来了。

欧几里得的经典著作《几何原本》可以作为逻辑的严密性的一个很好的例子。它从少数定义、公理出发，利用逻辑推理的方法，推演出整个几何体系，把丰富而零散的几何材料整理成了系统严明的整体，成为人类历史上的科学杰作之一，一直被后世推崇。2000 多年来，所有初等几何教科书以及 19 世纪以前一切有关初等几何的论著都以《几何原本》为根据。“欧几里得”成为几何学的代名词，并且人们把这种体系的几何学叫做欧几里得几何学。

但是数学的严密性不是绝对的，数学的原则也不是一成不变的，它也在发展着。比如，前面已经讲过《几何原本》也有不完美的地方，某些概念定义得不明确，采用了本身应该定义的概念，基本命题中还缺乏严密的逻辑根据。因此，后来又逐步建立了更严密的希尔伯特公理体系。数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。任何事物都有一定的量，原则上都可以作为数学的研究对象。物理学是一门精确的定量科学，它

与数学的关系最为密切。马克思早在100多年前就指出："一门科学只有成功地应用数学时，才算达到了真正完善的地步。"物理研究离不开数学方法，进一步研究数学方法在物理研究中的应用是非常必要的，也具有重要的意义。

3. 应用的广泛性

我们几乎每时每刻都要在生产和日常生活中用到数学，如丈量土地、计算产量、制订计划、设计建筑都离不开数学。没有数学，现代科学技术的进步也是不可能的，从简单的技术革新到复杂的人造卫星的发射都离不开数学。而且，几乎所有的精密科学、力学、天文学、物理学甚至化学通常都是以一些数学公式来表达自己的定律的，并且在发展自己的理论的时候，广泛地应用数学这一工具。当然，力学、天文学和物理学对数学的需要也促进了数学本身的发展，比如力学的研究就促使了微积分的建立和发展。

数学的高度抽象性，使它成为不受任何具体内容局限的形式科学，这种抽象性带来了应用的普遍性。现代数学作为认识事物的工具，不仅已向自然科学和社会科学全面渗透，而且还在作为一种语言系统广泛渗透到人们的认识和实践中。随着信息时代的到来和计算机的普遍应用，数学方法正更加广泛地渗透到科学技术的各个领域，数学化、计量化已成为科学技术发展的一个重要趋势。

数学的抽象性往往和应用的广泛性紧密相连，某一个数量关系，往往代表一切具有这样数量关系的实际问题。比如，一个力学系统的振动和一个电路的振荡可用同一个微分方程来描述。撇开具体的物理现象中的意义来研究这一公式，所得的结果又可用于类似的物理现象中，这样，我们掌握了一种方法就能解决许多类似的问题。对于不同性质的现象具有相同的数学形式，就是相同的数量关系，是反映了物质世界的统一性，因为量的关系不只是存在于某一种特定的物质形态或者它的特定的运动形式中，而是普遍存在于各种物质形态和各种运动形式中，所以数学的应用是很广泛的。

正因为数学来自现实世界，正确地反映了客观世界联系形式的一部分，所以它才能被应用，才能指导实践，才表现出数学的预见性。比如，在

火箭、导弹发射之前，可以通过精密的计算，预测它的飞行轨道和着陆地点；在天体中的未知行星未被直接观察到以前，可从天文计算上预测它的存在。同样的道理使数学成为工程技术中的重要工具。

下面举几个应用数学的光辉例子。

海王星的发现。太阳系中行星之一的海王星是 1846 年在数学计算的基础上发现的。1781 年发现了天王星以后，科学家观察它的运行轨道总是和预测的结果有相当程度的差异，是万有引力定律不正确呢，还是有其他的原因？有人怀疑在它周围有另一颗行星存在，从而影响了它的运行轨道。1844 年英国的亚当斯（1819—1892）利用引力定律和对天王星的观察资料，推算这颗未知行星的轨道，他花了很长的时间计算出这颗未知行星的位置，以及它出现在天空中的方位。亚当斯于 1845 年 9—10 月把结果分别寄给了剑桥大学天文台台长查理士和英国格林尼治天文台台长艾里，但是查理士和艾里迷信权威，把它束之高阁，不予理睬。

1845 年，法国一位年轻的天文学家、数学家勒维烈（1811—1877）经过一年多的计算，于 1846 年 9 月写了一封信给德国柏林天文台助理员加勒（1812—1910），信中说："请你把望远镜对准黄道上的宝瓶星座，就是经度 326°的地方，那时你将在那个地方 1°之内，见到一颗九等亮度的星。"加勒按勒维烈所指出的方位进行观察，果然在离所指出的位置相差不到 1°的地方找到了一颗在星图上没有的星——海王星。海王星的发现不仅是力学和天文学特别是哥白尼日心学说的伟大胜利，而且也是数学计算的伟大胜利。

谷神星的发现。1801 年元旦，意大利天文学家皮亚齐（1746—1826）发现了一颗新的小行星——谷神星，不过它很快又躲藏起来，皮亚齐只记下了这颗小行星是沿着 9°的弧运动的，对于它的整个轨道，皮亚齐和其他天文学家都没有办法求得。当时年仅 24 岁的高斯（1777—1855）根据观察的结果进行了计算，求得了这颗小行星的轨道。天文学家们于这一年的 12 月 7 日在高斯预先指出的方位又重新发现了谷神星。

电磁波的发现。英国物理学家麦克斯韦（1831—1879）概括了由实验建立起来的电磁现象，呈现为二阶微分方程的形式。他用纯数学的观点，从这些方程推导出空间存在着电磁波，这种波以光速传播着。根据这一