

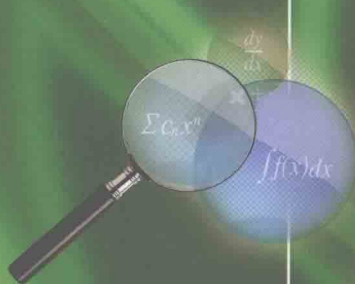
基础培训

新东方AP考试指定辅导教程

AP 微积分

Calculus AB&BC

- 国内第一本中英文结合教材 ·
- 无缝对接国内高中数学知识 ·
- 精心打造易理解的知识体系 ·
- 真正全面覆盖AP微积分考点 ·



北京新东方学校AP教研中心 · 主编
罗 勇 · 编著

基础培训

新东方AP考试指定辅导教程

AP 微积分

Calculus AB&BC

北京新东方学校AP教研中心·主编
罗勇·编著

图书在版编目(CIP)数据

AP 微积分 / 罗勇编著. —北京: 群言出版社, 2010 (2011.3 重印)

ISBN 978-7-80256-207-3

I. ①A… II. ①罗… III. ①微积分—高等学校—入
学考试—自学参考资料 IV. ①O172


中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 225086 号

AP 微积分

出版人 范芳
责任编辑 孙春红
封面设计 王琳 盛蓝
出版发行 群言出版社(Qunyan Press)
地 址 北京东城区东厂胡同北巷1号
邮政编码 100006
网 站 www.qypublish.com
读者信箱 bj62605588@163.com
总 编 办 010-65265404 65138815
编 辑 部 010-65276609 65262436
发 行 部 010-62605588 62605019

经 销 新华书店
读者服务 010-65220236 65265404 65263345
法律顾问 中济律师事务所
印 刷 北京通州皇家印刷厂

版 次 2011年3月第1版第2次印刷
开 本 880mm×1230mm 1/16
印 张 14.25
字 数 201千
书 号 ISBN 978-7-80256-207-3
定 价 50.00元

 [版权所有 侵权必究]

如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请拨打服务热线:010-62605166。

新东方
NEW ORIENTAL **图书策划委员会**

主任 俞敏洪

委员 (按姓氏笔画为序)

王文山 王 强

包凡一 仲晓红

沙云龙 陈向东

邱政政 汪海涛

周成刚 徐小平

谢 琴 窦中川

序 言

AP(Advanced Placement)课程在中国的成功登陆,无论是对中国高中教育的体系还是对中国高中教育的教学思路都是个不小的冲击。不同于国内高中“一刀切”(不论学习能力强弱,不论不同兴趣爱好,所有高中生都学习统一的标准课程)的教育体系,AP课程作为美国大学理事会(College Board)的明星产品,让学有余力的高中生能提前学习大学课程,不仅体现了分级教学的思想,更是满足了不同学习能力、不同学习兴趣学生学习的需要。

据美国大学理事会的年度报告,申请顶尖名校的学生向大学招生办提供了平均4~5门AP成绩,而AP成绩在所有录取因素中以80.3%的影响力居第一位。因此,在SAT和TOEFL成绩的基础上,AP成绩成为了步入名校竞争的新项目。随着中国学生留学大潮的涌来,加上AP课程在中国本土的开设,AP考试成为了时下最时髦的留学考试之一。

历史的实践告诉我们,无论是科学,还是技术,还是小到一个考试,完全照搬西方肯定是行不通的。因此,AP在中国的教学、考试辅导等工作都已经悄然开展,不管是摸石头过河,还是模拟赶超,AP中国本土化势必进行。基于此,北京新东方学校成立了一支具有博士学位教师组成的AP教研中心团队,大力开展了AP课程的教学教研活动。在近两年的研究过程当中,教材问题成为了当前最棘手的问题。在目前国内市面上,适合中国本土的AP教材几乎空白。为了帮助国内AP学习者更好的学习AP课程和准备AP考试,我们按照AP官方给出的考试大纲,编写了此套中英文结合的AP教材。AP考试不同于托福等语言类考试,它是学科考试。学科知识无论用什么语言来描述都是同样的知识,因此本系列教材适当辅以中文解释,帮助考生更深入的理解。另一方面,为了让考生能够适合未来英文学习和英文考试的需要,本系列教材的定理展开、例题讲解等大部分内容都采用了英文描述。中英结合,易于中国考生对知识点的理解和把握。希望本套教材能给AP学习者助一臂之力。

最后,要感谢关心和支持本套书出版的大愚文化传播公司,北京新东方学校北美部的AP教研团队,是他们的努力才使得本书能够顺利的出版。限于水平,书中难免有不妥之处,望同行、读者不吝赐教。

范 程

北京新东方学校北美考试部主任

Contents

Chapter 1	Introduction of AP Calculus Exam AP 微积分考试介绍	1
Chapter 2	Functions 函数	5
2.1	Five Basic Elementary Functions 五种基本初等函数	6
2.2	Inverse Functions 反函数	16
2.3	Composite Functions 复合函数	16
2.4	Parametric Functions 参变量函数*	17
2.5	Polar Functions 极坐标函数*	17
2.6	Vector Functions 向量函数*	20
2.7	Transforming of Functions 函数变换	21
	【Practice Problems·课后练习】	22
Chapter 3	Limit and Continuity 极限与连续	26
3.1	Definition of a Limit 极限的定义	26
3.2	Limit Laws 极限(存在)定理	27
3.3	Rules of Limits 极限的运算法则	30
3.4	Two Important Limits 两个重要极限	33
3.5	Application of Limits: Finding Asymptotes 极限的应用:找渐近线	34
3.6	Continuity 连续	35
	【Practice Problems·课后练习】	39
Chapter 4	Definition of Derivative 导数定义	44
4.1	Definition of Derivative 导数的定义	44
4.2	One-Sided Derivative 单侧导数	49
4.3	The Geometric Interpretation of Derivative 导数的几何意义	49
4.4	The Relation Between Differentiability and Continuity 可导与连续的关系	50
	【Practice Problems·课后练习】	52
Chapter 5	Rules for Finding Derivatives 求导法则	56
5.1	Basic Rules for Finding Derivatives 导数基本运算	57
5.2	High Order Derivatives 高阶导数	62
5.3	Implicit Differentiation“隐函数”求导	63
5.4	The Derivative of an Inverse Function 反函数求导	67
5.5	Derivatives of Parametric Functions 参数方程求导*	69
5.6	Derivatives of Polar Functions 极坐标函数求导*	71
5.7	Derivatives of Vector Functions 向量函数求导*	72
	【Practice Problems·课后练习】	74
Chapter 6	Applications of Derivatives 导数应用	79
6.1	Equations of Tangent Lines and Normal Lines 切线和法线方程	81
6.2	The Mean Value Theorem for Derivatives 微分中值定理	82
6.3	Related Rates 相关变化率	83
6.4	Motion 运动学	86

* BC only

6.5	Maxima and Minima 最大值和最小值	89
6.6	L'Hopital's Rule 洛比达法则	95
	【Practice Problems·课后练习】	97
Chapter 7	Differentials 微分	101
7.1	Definition of Differential 微分定义	101
7.2	Linear Approximation 线性估算	104
7.3	Euler's Method 欧拉法则	105
	【Practice Problems·课后练习】	108
Chapter 8	The Indefinite Integral 不定积分	112
8.1	The Antiderivative 原函数	112
8.2	Integration Formulas 积分公式	114
8.3	U-Substitution 换元法	116
8.4	Integration by Parts 分部积分*	119
8.5	The Method of Partial Fractions 分式拆分求积分*	122
	【Practice Problems·课后练习】	124
Chapter 9	The Definite Integral 定积分	128
9.1	A Limit of Riemann Sum(Left, Right and Midpoint)黎曼和的极限	128
9.2	The First Fundamental Theorem of Calculus 微积分第一基础理论	132
9.3	The Second Fundamental Theorem of Calculus 微积分第二基础理论	134
9.4	Improper Integrals 反常积分(广义积分)*	137
	【Practice Problems·课后练习】	140
Chapter 10	Applications of Integral 积分应用	145
10.1	The Mean Value Theorem for Integrals 积分中值定理	145
10.2	Area 面积	146
10.3	Volume 体积	151
10.4	Length of a Curve 曲线长度	158
	【Practice Problems·课后练习】	160
Chapter 11	Differential Equations 微分方程	164
11.1	Separation Variables 可分离变量的微分方程	164
11.2	Logistic Differential Equation 逻辑斯蒂微分方程*	166
11.3	Slope Fields (Direction Fields)斜率场	169
	【Practice Problems·课后练习】	173
Chapter 12	Infinite Series 无穷级数*	177
12.1	One Definition for Infinite Series 一个定义*	178
12.2	Two Limits 两个极限*	179
12.3	Three Tests of Series 三大审敛法*	180
12.4	Four Important Series 四种重要级数*	182
12.5	Five Formulas of Power Series and Taylor Series 五个重要公式*	187
	【Practice Problems·课后练习】	195
Answers		197

Introduction of AP Calculus Exam

AP微积分考试介绍

AP 是 Advanced Placement 的缩写，即大学预修课程。AP 课程及考试始于 1955 年。美国高中 AP 课程是由美国大学理事会 (College Board) 主持，在高中阶段开设的具有大学水平的课程，有 22 个门类、37 个学科，已在美国 15000 多所高中里普遍开设。它可以使高中生提前接触大学课程，避免了高中和大学初级阶段课程的重复。目前，已有 40 多个国家的近 3600 所大学承认 AP 学分为其入学参考标准，其中包括哈佛、耶鲁、牛津、剑桥等世界名牌大学。清华大学、北京大学、北京语言大学等也接受 AP 成绩。

美国每年有 200 万高中毕业生，他们都要参加美国高考 SAT 和 AP 课程的考试。美国的初等教育是免费的，而高等教育是收费的。美国高中生会在 11 年级时完成 SAT 的考试，在 12 年级，即高中的最后一年，要做两件大事。其一，依据 SAT 的考试成绩，申请大学和奖学金；其二，选修和备考 AP 课程及考试。该项考试的目的在于，利用高中最后一年免费教育的时间，提前完成一些美国大学的学分课程及考试。否则，在大学阶段完成同样的课程和学分，要支付高昂的学费。也就是说，AP 课程及考试可以为高中生起到减免大学学分、降低大学教育成本、缩短大学教育时间的目的。对中国学生而言，除了可获取美国大学学分、省时省钱外，还可以在国内提前解决好在美国上大一课程适应难的问题。

申请美国名牌大学时需要向学校招生办提供：申请论文 (个人陈述)、年级排名、在校总平均成绩，入学考试 (SAT) 成绩、AP/A-LEVEL 成绩、推荐信、工作实践经验等信息。从美国大学录取顾问委员会公布的影响大学录取因素比较分析可以了如指掌。AP 成绩以 80.3% 的影响力居第一，对大学录取过程起决定性作用，因为它向学校充分展示学生的才智、专长及学生能力。所以学习 AP 课程，参加 AP 考试可以让学生在名校录取竞争中脱颖而出，占尽先机。

AP 微积分课程包括微积分 AB (Calculus AB) 和微积分 BC (Calculus BC) 两门课。微积分 AB 需要 1 年的课程学习时间，其内容大约占了大学一年微积分课程内容的三分之一 (本书未加 “*” 内容为 AB 的全部考试内容)，而微积分 BC 需要 1 年多的课程学习时间，其内容包括了大学一年微积分课程内容的三分之二 (本书全部内容为 BC 的全部考试内容)。开设 AP Calculus 课程的学校或者自学的读者，应该在高一高二进行合理安排，确定课程计划，以保证把学习微积分应具备的知识先行学习完毕。由于 AP 微积分是一门大学水平的课程，具有挑战性，因此准备学习此门课程的学生须有坚实的数学基础。

一、考试报名

AP 国内报名网站：<http://www.apchina.net.cn>；

香港考务局报名网站：<http://www2.hkeaa.edu.hk>；

AP 考试每门课程考试费用 1000 元或 1400 港币左右；

AP 考试每年 3 月上旬截止报名，5 月初考试。

二、考试内容

见考试说明(AP calculus course description 2010-2011)。

(下载地址: <http://www.collegeboard.com/student/testing/ap/about.html>)

三、考试概况

1. 考试试卷题型分布(考试时间共 195 分钟, 共 108 分)

多项选择题 Multiple-Choice section	总计 45 题/105 分钟	每个选择题答对得 1 分, 不答得 0 分, 答错不扣分, 卷面得分乘以一个系数 1.2 为最后得分。如果所有题都对, 则得 54 分, 占总分的 50%。
A 部分: 无计算器	28 题/55 分钟	
B 部分: 有计算器	17 题/50 分钟	
自由问答题 Free-response section	总计 6 题/90 分钟	每题 9 分, 共 54 分, 占总分的 50%。
A 部分: 有计算器	2 题/30 分钟	
B 部分: 无计算器	4 题/60 分钟	

2. 2009 年 AP 成绩大概分数对应表和 5 分制给分比例

AB Exam		BC Exam	
考试实际分数	5 分制	考试实际分数	5 分制
65 - 108	5	66 - 108	5
48 - 64	4	55 - 65	4
34 - 47	3	39 - 54	3
21 - 33	2	31 - 38	2
0 - 20	1	0 - 30	1

Calculus AB Subscores

Examination Grade	Calculus BC	
	N	% At
5	41.209	56.5
4	13.843	19.0
3	8.999	12.3
2	4.531	6.2
1	4.393	6.0
Number of Students	72.965	
3 or Higher/%	64.041	87.8
Mean Grade	4.14	
Standard Deviation	1.21	

Calculus BC Subscores

Examination Grade	Calculus BC	
	N	% At
5	31.554	43.2
4	12.807	17.6
3	14.041	19.2
2	5.408	7.4
1	9.155	12.5
Number of Students	72.965	
3 or Higher/%	58.402	80
Mean Grade	3.72	
Standard Deviation	1.40	

3. 考试成绩评定

AP 考试的成绩评定实行 5 分制。

得 5 分表示具有非常好的资格；

得 4 分表示具有好的资格；

得 3 分表示具有资格；

得 2 分表示可能有资格；

得 1 分表示不予推荐。

一般得 3 分及以上的成绩为大多数大学接受，可以在以后进入大学时折抵大学的学分。少数顶尖大学要求 4 分或 5 分才能折抵大学学分。如哈佛大学 2003 年做出新规定，大多数专业只有 5 分的 AP 成绩才能折抵哈佛大学的学分。

4. 微积分考试允许使用的图形计算器

在微积分 AB、微积分 BC 的考试中，允许使用图形计算器，但在使用要求上有少许的不同，内置以下功能的图形计算器被允许在微积分 AP 考试中使用：

- (1) 能作函数图像；
- (2) 能够求方程的根(在解数值方程时)；
- (3) 能够对一个函数的导数进行数值计算；
- (4) 能够对定积分的值进行数值计算。

Casio	Hewlett-Packard	Texas Instruments
FX - 6000 series	HP - 9G	TI - 73
FX - 6200 series	HP - 28 series	TI - 80
FX - 6300 series	HP - 38G	TI - 81
FX - 6500 series	HP - 39 series	TI - 82
FX - 7000 series	HP - 40 series	TI - 83/TI - 83 Plus
FX - 7300 series	HP - 48 series	TI - 83 Plus Silver
FX - 7400 series	HP - 49 series	TI - 84 Plus
FX - 7500 series	HP - 50 series	TI - 84 Plus Silver
FX - 7700 series		TI - 85
FX - 7800 series	Radio Shack	TI - 86
FX - 8000 series	EC - 4033	TI - 89
FX - 8500 series	EC - 4034	TI - 89 Titanium
FX - 8700 series	EC - 4037	TI - Nspire
FX - 8800 series		TI - Nspire CAS
FX - 9700 series	Sharp	
FX - 9750 series	EL - 5200	Other
FX - 9860 series	EL - 9200 series	Datexx DS - 883
CFX - 9800 series	EL - 9300 series	Micronta
CFX - 9850 series	EL - 9600 series	Smart2
CFX - 9950 series	EL - 9900 series	
CFX - 9970 series		
FX 1.0 series		
Algebra FX 2.0 series		

四、备考资料

1. 考试说明(AP calculus course description 2010-2011)。考试说明被列为考生必读书,考生想要了解的关于考试的任何内容考试说明中几乎都有,不仅有考试大纲,还有自由问答题的样题和评分示范。所以在开始准备和临考前都要重点研究考试说明。考前也需要对照考纲进行复习,做到不遗漏。
2. AP 官网免费下载的所有自由问答题(参考 <http://apcentral.collegeboard.com>)。

五、备考时间安排

美国高中如果开 AP 微积分课程的话,一般是安排一年的学习时间。从每年暑假开始上,一直到第二年5月份。但是由于中国的考生,很多人还面对高考或者 SAT 考试的压力,即使拿到了 OFFER 的读者也没这么多时间来学习。所以我们必须接受这样一个在有限的时间里完成学习 AP Calculus 和考试的挑战。如果说从每年1月份开始准备的话,对于数学底子还不错的中国高中生来说,时间上和能力上都是完全来得及的。下面给出一个建议的时间表:

时间	周数	安排
1.1 - 1.7	1	看考试说明,考试报名,下载打印官网上的资料,准备一个 AP 考试用的计算器,学习一些基本的数学术语的英文表达
1.8 - 2.28	7	把本教材看一遍,要求是基本看懂、看通(如果自学感到很吃力的话,可以上辅导班,让老师帮助自己疏导“考试内容的框架”)
3.1 - 4.15	6	把本教材再看一遍,把教材所有的例题和习题都做一遍,熟练计算器的使用
4.15 - 4.30	2	研究官方样题,做模拟题,总结考试规律和解题方法
5.1 - 5.7	1	考前查漏补缺,准备考试用的物品,熟悉考场

【Vocabulary · 词汇梳理】

Interval n. 区间

[引] open/closed interval 开/闭区间

length of an interval 区间长度

Variable n. 变量

[引] independent variable 自变量 intermediate variable 中间变量

Function n. 函数

[引] domain and range 定义域与值域

sign function 符号函数

piecewise function 分段函数

function property 函数性质

even function 偶函数

odd function 奇函数

periodic function 周期函数

monotone function 单调函数

inverse function 反函数

composite function 复合函数

elementary function 初等函数

power function 幂函数

exponential function 指数函数

logarithmic function 对数函数

trigonometric function 三角函数

inverse trigonometric function 反三角函数

parametric function 含参函数

polar function 极(坐标)函数

vector function 向量函数

transforming function 函数变换

operation of function 函数运算

[引] add、subtract、multiply、divide v. (加减乘除)

sum、difference、product、quotient n. (和差积商)

Trigonometric identity 三角恒等式

[引] pythagorean identities 毕达哥拉斯等式 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

double-angle formula 两倍角公式 $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

power-reducing formula 降幂公式 $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

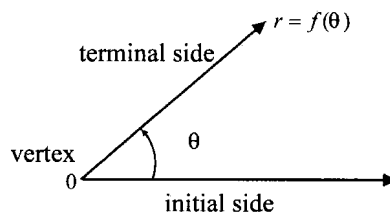
sum and difference formula (角)和差公式

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

Polar equation 极坐标方程

[引] vertex 顶点

polar coordinate 极坐标



【Topics · 知识精讲】

2.1 Five Basic Elementary Functions^① 五种基本初等函数

高中所学五种函数(幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数)都是我们进一步学习高等数学的基础。AP 微积分将以这五种函数为基础展开极限、导数和积分等学习,进一步讨论函数的各种性质。五大函数的定义域和值域、图像和性质(单调性、奇偶性、周期性等)以及运算都是 AP 学习者需要牢固掌握的基础知识。

我们知道描述一个函数有以下四种形式:

Verbally (by a description in words 文字描述)

Numerically (by a table of values 数值列表)

Visually (by a graph 图像)

Algebraically (by an explicit formula 解析式)

AP 微积分考试中, free-response 部分总共 6 个题, 试题中出现的函数将会以上面四种形式出现。在分析样题的时候, 我们发现部分题都只给出函数的图像, 不给出函数解析式, 这时候让中国考生感觉比较吃力。因为中国的高考和中国的考生最喜欢和最习惯做的题几乎

① 本章为国内高中高一所学函数知识的总结, 学完高一课程的读者只需把本章作为一个复习章节。若没学本章知识的读者务必认真学习本章知识, 本章为后面所有章节的基础。

都是直接给出函数解析式的题，即 Algebraically (by an explicit formula)，然后再去求解一些问题。所以读者应当在平时的学习中，要不断地去习惯其他三种形式。

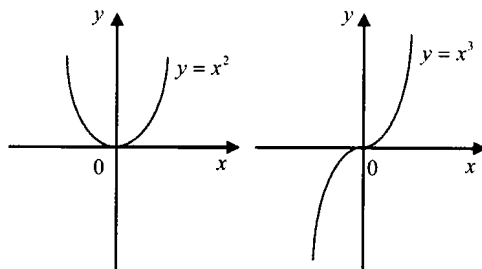
2.1.1 Power Functions 幂函数

1. Power Functions 幂函数 $y = x^\mu$ (μ is a constant)

(1) When $\mu = n$ (where n is a positive integer)

When n is even, the function is also an even function(偶函数);

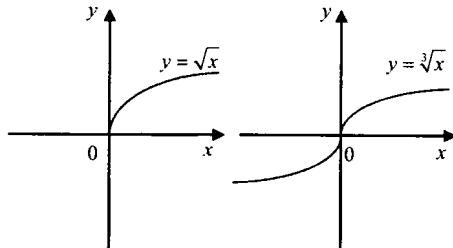
When n is odd, the function is also an odd function(奇函数);



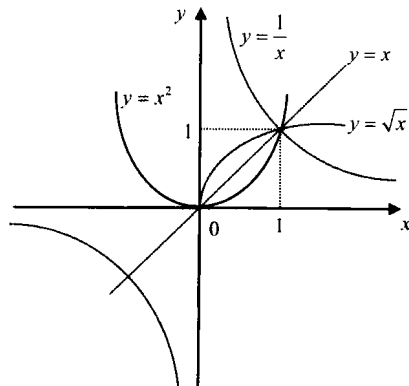
(2) When $\mu = \frac{1}{n}$ (where n is a positive integer)

When n is even, the domain of the function is $(0, +\infty)$;

When n is odd, the domain of the function is $(-\infty, +\infty)$;



The following figure are the graphs of the functions when $\mu = -1, \frac{1}{2}, 1, 2$.



2. Polynomial Functions 多项式函数

多个幂函数进行加减乘运算即得到多项式函数，记为：

$$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n \quad (n \text{ is a positive integer or zero})$$

$$n = 1, \text{ linear function (一次函数)}, f(x) = kx + b \quad (k \neq 0)$$

$$n = 2, \text{ quadratic function (二次函数)}, f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

$$n = 3, \text{ cubic function (三次函数)}, f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$$

3. Rational Functions 有理函数

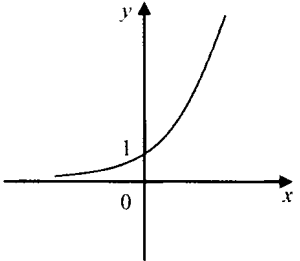
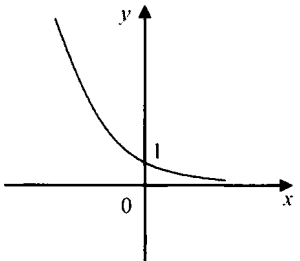
二个多项式函数进行除运算即得到 Rational function，记为：

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \quad (Q(x) \neq 0) \quad [P(x) \text{ and } Q(x) \text{ are polynomial functions}]$$

2.1.2 Exponential Functions 指数函数

$$y = a^x \quad (a > 0 \text{ and } a \neq 1)$$

1. Graphs

函数 Function	$y = a^x \quad (a > 1)$	
定义域 Domain	$(-\infty, +\infty)$	
值域 Range	$(0, +\infty)$	
过定点 Fixed point	$(0, 1)$	
单调性 Monotone	$x \in R$ increasing interval	
函数 Function	$y = a^x \quad (0 < a < 1)$	
定义域 Domain	$(-\infty, +\infty)$	
值域 Range	$(0, +\infty)$	
过定点 Fixed point	$(0, 1)$	
单调性 Monotone	$x \in R$ decreasing interval	

2. Formulas for Operation

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

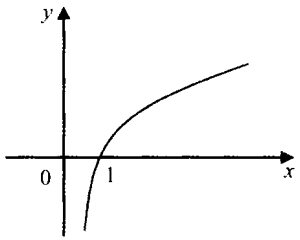
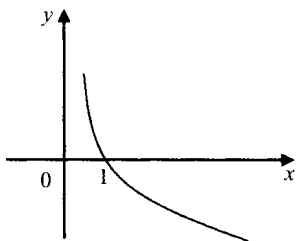
$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

2.1.3 Logarithmic Functions 对数函数

$$y = \log_a x \quad (a > 0 \text{ and } a \neq 1)$$

1. Graphs

函数 Function	$y = \log_a x (a > 1)$	
定义域 Domain	$(0, +\infty)$	
值域 Range	$(-\infty, +\infty)$	
过定点 Fixed point	$(1, 0)$	
单调性 Monotone	$x \in (0, +\infty)$ increasing interval	
函数 Function	$y = \log_a x (0 < a < 1)$	
定义域 Domain	$(0, +\infty)$	
值域 Range	$(-\infty, +\infty)$	
过定点 Fixed point	$(1, 0)$	
单调性 Monotone	$x \in (0, +\infty)$ decreasing interval	

2. Formulas for Operation

$$\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

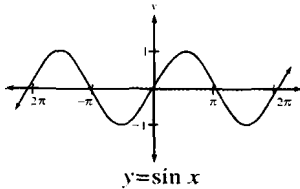
$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (c > 0 \text{ and } c \neq 1) \text{ (换底公式)}$$

$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b \quad (n \neq 0)$$

$$a^{\log_a b} = b \text{ or } e^{\ln b} = b \text{ (对数恒等式)}$$

2.1.4 Trigonometric Functions 三角函数

1. Graphs

函数 Function	$y = \sin x$	 <p style="text-align: center;">$y = \sin x$</p>
定义域 Domain	$(-\infty, +\infty)$	
值域 Range	$[-1, 1]$	
奇偶性 Even or odd	odd	
单调性 Monotone	$x \in (2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}) (k \in \mathbb{Z})$ increasing interval $x \in (2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}) (k \in \mathbb{Z})$ decreasing interval	
周期性 Periodicity	2π	
函数 Function	$y = \cos x$	
定义域 Domain	$(-\infty, +\infty)$	
值域 Range	$[-1, 1]$	
奇偶性 Even or odd	even	
单调性 Monotone	$x \in (2k\pi - \pi, 2k\pi) (k \in \mathbb{Z})$ increasing interval $x \in (2k\pi, 2k\pi + \pi) (k \in \mathbb{Z})$ decreasing interval	
周期性 Periodicity	2π	