

理工科考研辅导系列 物理力学类

材料力学

「知识精要与 真题详解」

金圣才 主 编

赠送
圣才学习卡
20元

圣才学习网: www.100xuexi.com
圣才考研网: www.100exam.com



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

要 點 容 內

理工科考研辅导系列 (物理力学类)

材料力学知识精要与真题详解

金圣才 主 编

本书是金圣才主编的《理工科考研辅导系列》中的一本，旨在帮助考生系统地掌握材料力学的基本概念、基本理论和基本计算方法，并通过对历年真题的深入解析，提高考生的解题能力和应试技巧。本书可作为高等院校工科专业及相关专业的教材，也可作为从事材料力学工作的工程技术人员参考。

附录 (P I C) 目录附录附图

非 一 编主书圣金 编著题真已题解用题学材材

(类学代照图)

人一生



			各 种 书 刊 出 版 社
			书 号 24.00 元



中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

地址：北京市海淀区中关村大街22号

发行：全国各地新华书店

内 容 提 要

全书分为14章,每章基本包括三部分内容:第一部分是重点与难点解析,第二部分是名校考研真题详解,第三部分是名校期末考试真题详解。

本书精选了同济大学、浙江大学、大连理工大学、湖南大学、中南大学、北京工业大学、北京理工大学、北京科技大学、西南交通大学、华中科技大学、上海交通大学、北京航空航天大学、中国科学院、中国科技大学、哈尔滨工业大学、南京航空航天大学、西安交通大学、西北工业大学、中国矿业大学、华南理工大学、重庆大学、哈尔滨工程大学、武汉科技大学等院校近年的考研真题和期末考试真题,并进行了解答。通过这些真题及其详解,读者可以了解和掌握相关院校考研、期末考试的出题特点和解题方法。

圣才考研网(www.100exam.com)是本书的支持网站,它是圣才学习网(www.100xuexi.com)旗下的考研专业网站,是提供全国各高校考研考博历年真题(含答案)、专业课笔记讲义及其他复习资料、远程一对一辅导、网上辅导课程等全套服务的大型考研辅导平台。本书和配套网络课程特别适合备战研究生入学考试和大学期末考试的读者,对于参加相关专业同等学力考试、自学考试、资格考试的考生也有很高的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学知识精要与真题详解 / 金圣才主编. -- 北京:中国水利水电出版社, 2010.9
(理工科考研辅导系列. 物理力学类)
ISBN 978-7-5084-7942-2

I. ①材… II. ①金… III. ①材料力学—研究生—入学考试—解题 IV. ①TB301-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第187278号

书 名	理工科考研辅导系列(物理力学类)
作 者	材料力学知识精要与真题详解
出 版 发 行	金圣才 主 编 中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京零视点图文设计有限公司
印 刷	北京市兴怀印刷厂
规 格	184mm×260mm 16开本 26.5印张 661千字
版 次	2010年9月第1版 2010年9月第1次印刷
印 数	0001—3000册
定 价	54.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

高校考研专业课的历年试题一般没有提供答案,虽然各校所用参考教材各异,但万变不离其宗,很多考题也是大同小异。我们参考相关教材和资料,收集和整理了众多高校历年考研真题和期末考试试题,并进行了详细的解答,让读者用最少的的时间获得最多的重点题、难点题(包括参考答案),这是本书的目的所在。

本书精选了同济大学、浙江大学、大连理工大学、湖南大学、中南大学、北京工业大学、北京理工大学、北京科技大学、西南交通大学、华中科技大学、上海交通大学、北京航空航天大学、中国科学院、中国科技大学、哈尔滨工业大学、南京航空航天大学、西安交通大学、西北工业大学、中国矿业大学、华南理工大学、重庆大学、哈尔滨工程大学、武汉科技大学等院校近年的考研真题和期末考试真题,并进行了解答。通过这些真题及其详解,读者可以了解和掌握相关院校考研、期末考试的出题特点和解题方法。

全书分为14章,每章基本包括三部分内容:第一部分,根据各高等院校的教学大纲、考试大纲等,对本部分的重点和难点进行归纳,并进行简要解析;第二部分,精选知名院校近年的考研真题,并进行详细解答;第三部分,精选知名院校近年的本科期末考试真题,并进行详细解答。

本书具有如下主要特点:

(1) 难点归纳,简明扼要。每章前面均对本章的重点难点进行了整理。综合众多参考教材,归纳了本章几乎所有的考点,便于读者复习。

(2) 所选题目均为知名院校近年的考研或期末考试真题,这些题目具有很强的代表性。通过这些真题及其详解,读者可以在很大程度上判断和把握相关院校考研和大学期末考试的出题特点和解题要求等。

(3) 对所有考试真题均进行了详细解答。了解历年真题不是目的,关键是要通过真题解答掌握和理解相关知识点,因此,本书不但精选了真题,同时还对所有的真题均进行了详细解答。

(4) 题量较大,来源广泛。主要选自近30余所高校的历年考研真题、名校题库以及从众多教材和相关资料编写而成。可以说本书的试题都经过了精心挑选,博选众书,取长补短。

作者始终抱着一种严肃、认真的态度来编写本书,力求使内容准确、完整。但由于题量较大,解答详细,错误、遗漏不可避免,诚请读者指正,不妥之处和建议可与编者联系,不甚感激。另外,在本书编写过程中,参考了很多考生的复习资料,不能一一核实其最终出处。如有疑问,请与编辑或作者联系。

圣才学习网(www.100xuexi.com)是一家为全国各类考试和专业课学习提供名师网络辅导班、面授辅导班、在线考试等全方位教育服务的综合性学习型门户网站,包括圣才考研网、中华工程资格考试网、中华经济学习网、中华证券学习网、中华金融学习网等50个子网站。

圣才考研网(www.100exam.com)是圣才学习网旗下的考研专业网站,是一家提供全国各个高校考研考博历年真题(含答案)、名校热门专业课笔记讲义及其他复习资料、网上辅导课程(专业课、经典教材)等全套服务的大型考研平台。

编者

2010年7月

目 录

前言	1.01
第1章 绪 论	1.1
1.1 重点与难点解析	1.1
1.2 名校考研真题详解	2
第2章 拉伸、压缩与剪切	4
2.1 重点与难点解析	4
2.2 名校考研真题详解	9
2.3 名校期末考试真题详解	40
第3章 扭 转	50
3.1 重点与难点解析	50
3.2 名校考研真题详解	52
3.3 名校期末考试真题详解	61
第4章 弯曲内力	66
4.1 重点与难点解析	66
4.2 名校考研真题详解	68
4.3 名校期末考试真题详解	103
第5章 弯曲应力	108
5.1 重点与难点解析	108
5.2 名校考研真题详解	110
5.3 名校期末考试真题详解	127
第6章 弯曲变形	135
6.1 重点与难点解析	135
6.2 名校考研真题详解	137
6.3 名校期末考试真题详解	154
第7章 应力和应变分析强度理论	160
7.1 重点与难点解析	160
7.2 名校考研真题详解	163
7.3 名校期末考试真题详解	196
第8章 组合变形	204
8.1 重点与难点解析	204
8.2 名校考研真题详解	208
8.3 名校期末考试真题详解	230
第9章 压杆稳定	238
9.1 重点与难点解析	238

9.2	名校考研真题详解	240
9.3	名校期末考试真题详解	267
第10章	动载荷	275
10.1	重点与难点解析	275
10.2	名校考研真题详解	276
10.3	名校期末考试真题详解	300
第11章	交变应力	303
11.1	重点与难点解析	303
11.2	名校考研真题详解	304
11.3	名校期末考试真题详解	305
第12章	弯曲的几个补充问题	307
12.1	重点与难点解析	307
第13章	能量方法	308
13.1	重点与难点解析	308
13.2	名校考研真题详解	310
13.3	名校期末考试真题详解	324
第14章	超静定结构	329
14.1	重点与难点解析	329
14.2	名校考研真题详解	331
14.3	名校期末考试真题详解	345
附录1	同济大学2006年《材料力学》考研试题与答案	350
附录2	中南大学2008年《材料力学》考研试题与答案	357
附录3	大连理工大学2005年《材料力学》考研试题与答案	362
附录4	北京航空航天大学2007年《材料力学》考研试题与答案	369
附录5	北京航空航天大学2009年《材料力学》考研试题与答案	377
附录6	西南交通大学2006年《材料力学》考研试题与答案	385
附录7	北京科技大学2008年《材料力学》考研试题与答案	394
附录8	南京航空航天大学2008年《材料力学》考研试题与答案	404
附录9	重庆大学2001年《材料力学》考研试题与答案	410

第1章 绪论

1.1 重点与难点解析

(一) 本章重点与难点

1. 变形固体的基本假设
2. 杆件变形的形式
3. 截面法

(二) 重点与难点解析

1. 变形固体的基本假设

可变性固体：理学弹性体、小变形，如图 1-1 所示。

基本假设：

- (1) 连续性假设：组成固体的物质不留空隙地充满了固体的体积。
- (2) 均匀性假设：固体内到处都有相同的力学性质。
- (3) 各项同性假设：沿任何方向固体的力学性能是相同的。

2. 杆件变形的形式

杆件是指横截面的尺寸远小于长度的构件。常见的杆件按轴线是直线还是曲线分为直杆和曲杆，按横截面是否改变分为等截面杆和变截面杆。

杆件整体变形的形式：

- (1) 轴向拉伸或者轴向压缩。杆件在大小相等、方向相反、作用线与轴线重合的一对力的作用下，变形表现为长度的伸长或者缩短，如图 1-2 (a) 所示。
- (2) 剪切。杆件受到大小相等、方向相反且作用线靠近的一对力的作用，变形表现为杆件两部分沿外力方向发生相对错动，如图 1-2 (b) 所示。
- (3) 扭转。在垂直于杆件轴线的两个平面内，分别作用大小相等、方向相反的两个力偶矩，如图 1-2 (c) 所示，变形表现为任意两个横截面发生绕轴线的相对转动。
- (4) 弯曲。在包含杆件轴线的纵向平面内，作用方向相反的一对力偶矩，或者作用与轴线垂直的横向力，如图 1-2 (d) 所示，变形表现为轴线由直线变为曲线；对曲杆来说，则是轴线的曲率发生变化。

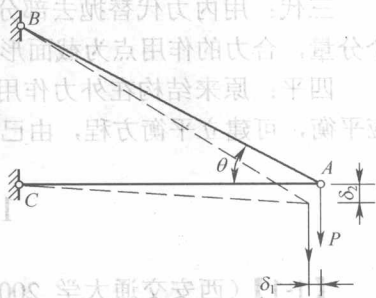


图 1-1

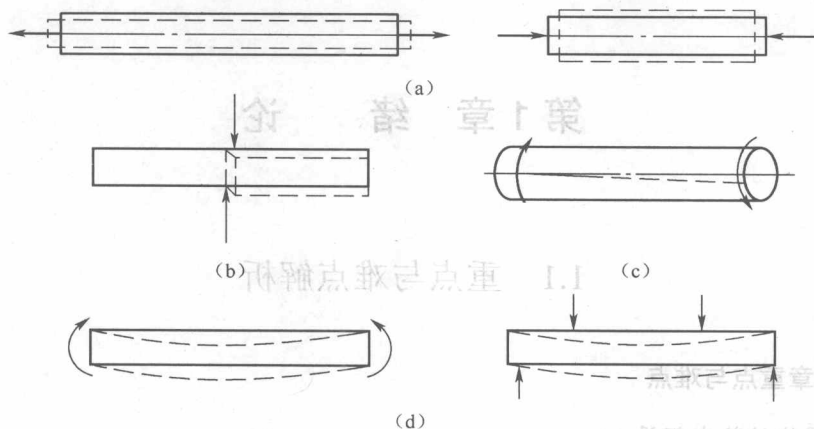


图 1-2

3. 截面法

截面法是求内力的基本方法，它贯穿于材料力学课程的始终。利用截面法求内力的四字口诀为：切、抛、代、平。

一切：在欲求内力的截面处，假想把构件切为两部分。

二抛：抛去一部分，留下一部分作为研究对象。至于抛去哪一部分，视计算的简便与否而定。

三代：用内力代替抛去部分对保留部分的作用力。一般来说，在空间问题中，内力有 6 个分量，合力的作用点为截面形心。

四平：原来结构在外力作用下处于平衡，则研究的保留部分在外力与内力共同作用下也应平衡，可建立平衡方程，由已知外力求出各内力分量。

1.2 名校考研真题详解

【1-1】(西安交通大学 2005 年硕士研究生入学考试试题) 根据小变形假设，可以认为

- A. 构件不变形
- B. 构件不破坏
- C. 构件仅发生弹性变形
- D. 构件的变形远小于构件的原始尺寸

答案：D

【1-2】(华中科技大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 在材料力学的理论分析中，以均匀、____、____的可变形固体作为力学模型，且在大多数场合下局限在弹性范围内的____条件下进行研究。

答案：连续 各向同性 小变形

【1-3】(华中科技大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 脆性材料的破坏一般以____为标志，所以取____作为极限应力，且由于脆性材料的强度指标的分散度较大，故选取安全系数时应多给一些____。

答案：断裂 强度极限 强度储备

【1-4】(华中科技大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 构件正常工作应满足____。

刚度和_____的要求,设计构件时,还必须尽可能地合理选用材料和_____,以节约资金或减轻构件自重。

答案:强度 稳定性 降低材料消耗量

【1-5】(中国科学院 2006 年硕士研究生入学考试试题)何谓小变形假设,该假设在材料力学中有何作用?

答:构件变形的大小远小于物体的原始尺寸,这称为小变形假设。由此假设即可忽略变形对平衡和运动的影响,从而使问题大大简化。

【1-6】(中国科学院 2006 年硕士研究生入学考试试题)材料力学的基本假设是什么?

答:弹性假设、连续(或均匀性)假设、小变形假设、各向同性假设。

【1-7】(浙江大学 2006 年硕士研究生入学考试试题)材料力学对研究对象做出了哪些基本假设?在考察梁弯曲时,又增加了何种假设?求梁弯曲剪应力时又作了什么假设?计算轴扭转时,又提出了什么假设?按您掌握的知识,上述哪些假设之间有哪些矛盾之处?并加以详细阐述,哪些假设有条件限制?同时说明要解决这些问题必须应用什么学科理论?

答:材料力学的基本假设有 3 个,分别是:连续性假设、均匀性假设和各向同性假设。在考察梁弯曲时增加了平面弯曲假设和单向受力假设,而在计算扭转时,增加了平面弯曲假设。

材料力学的 3 个基本假设的矛盾之处就是不符合材料的真实性质,但在研究材料的力学性质时,可以将一些与强度、刚度、稳定性关系不大的因素省略掉,这些假设只在固体小变形时才会适用。

平面弯曲假设是假设变形前为平面的截面,变形后仍保持为平面,只是绕中性轴转动了一个角度,并仍与杆件轴线保持正交;纵向纤维间无正应力,即纵向纤维是单向受力。因此可以看出平面假设适用于纯弯曲的情形。

【1-8】(中国科学院 2007 年硕士研究生入学考试试题)各向同性假设认为,材料内部各点的()是相同的。

A. 力学性质

B. 几何特性

C. 内力

D. 位移

答案: A



图 1-1

材料力学 第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

2.1 重点与难点解析

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

第 2 章 拉伸、压缩与剪切

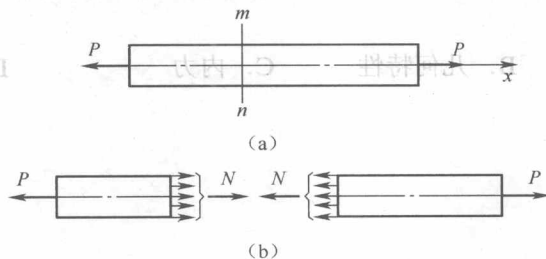


图 2-1

截面法求解步骤：可在此截面处假想将杆截断，保留左部分或右部分为脱离体，移去部分对保留部分的作用用内力来代替，其合力 N ，容易求得： $N=P$ 。

由于拉力 P 与杆件轴线重合， N 又必须与 P 共线，所以内力 N 的作用线也与轴线重合，故称为轴力。

轴力符号：轴力的实际方向与截面外法线方向一致规定为正；反之，为负。

轴力图：在多个力作用时，由于各段杆轴力的大小及正负号各异，所以为了形象地表明各截面轴力的变化情况，通常将其绘成“轴力图”。

作法是以杆的端点为坐标原点，取平行杆轴线的坐标轴为 x 轴，称为基线，其值代表截面位置；取轴力大小为纵坐标轴，其值代表对应截面的轴力值。正值绘在基线上方，负值绘在

基线下方。

2. 拉(压)杆内的应力

平面截面假设: 变形前为平面的横截面, 在变形后仍保持为平面。杆件的任一横截面上各点的变形是相同的, 即变形前是平面的横截面, 变形后仍保持为平面且仍垂直于杆的轴线, 称为平面假设。

根据这一假设, 横截面上所有各点受力相同, 内力均匀分布, 内力分布集度为常量, 即横截面上各点处的正应力 σ 相等, 由静力学求合力的概念有:

$$F_N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA = \sigma A$$

即拉压杆横截面上正应力 σ 计算公式为:

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

式中: F_N 为轴力; A 为杆的横截面面积。

由上式可知, 正应力的正负号取决于轴力的正负号, 若 F_N 为拉力, 则 σ 为拉应力; 若 F_N 为压力, 则 σ 为压应力, 并规定拉应力为正, 压应力为负。

3. 拉压杆内的应变、胡克定律、弹性模量和泊松比

杆件在轴向拉力或压力的作用下, 沿轴线方向将发生伸长或缩短。同时, 横向(与轴线垂直的方向)必发生缩短或伸长, 如图 2-2 所示, 图中实线为变形前的形状, 虚线为变形后的形状。

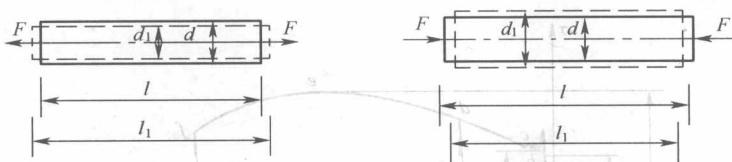


图 2-2

设 l 与 d 分别为杆件变形前的长度和直径, l_1 与 d_1 为变形后的长度和直径, 则变形后的长度改变量 Δl 和直径改变量 Δd 将分别为:

$$\Delta l = l_1 - l$$

$$\Delta d = d_1 - d$$

假设应变用 ε 表示。对轴力为常量的等直杆, 其纵、横方向的线应变分别为:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$$

ε 为纵向线应变, ε' 为横向线应变。它们都是量纲为 1 的量。规定, Δl 和 Δd 伸长为正, 缩短为负; ε 和 ε' 的正负号分别与 Δl 和 Δd 一致, 因此规定: 拉应变为正, 压应变为负。

实验表明, 在弹性变形范围内, 杆件的伸长 Δl 与力 F 及杆长 l 成正比, 与截面面积 A 成反比, 即:

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

这一关系式称为胡克定律。式中的比例常数 E 称为弹性模量，其单位为 Pa 。 EA 称为杆的抗拉（压）刚度。将上式改写成

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F_N}{A}$$

由于 $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ ， $\sigma = \frac{F_N}{A}$ ，代入可得：

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \text{ 或 } \sigma = E\varepsilon$$

此式表明，在弹性变形范围内，应力与应变成正比。

实验结果表明，在弹性变形范围内，横向线应变与纵向线应变之间保持一定的比例关系，以 ν 代表它们的比值的绝对值，即：

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$$

式中： ν 为泊松比，它是量纲为 1 的常数，其值随材料而异，可由实验测定。

考虑到纵向线应变与横向线应变的正负号恒相反，故有： $\varepsilon' = -\nu\varepsilon$ 。

弹性模量 E 和泊松比 ν 都是材料的弹性常数。

4. 材料在拉伸和压缩时的力学性能

以低碳钢拉伸为例来说明材料在拉伸和压缩时的力学性能，图 2-3 所示是应力应变关系图。

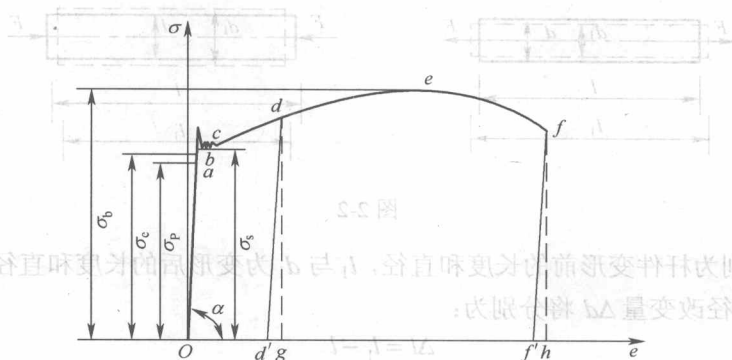


图 2-3

大致可分为以下 4 个阶段：

第 I 阶段——弹性阶段。试件的变形完全是弹性的，全部卸除荷载后，试件将恢复其原长，因此称这一阶段为弹性阶段。在弹性阶段内，A 点是应力与应变成正比即符合胡克定律的最高限，与之对应的应力则称为材料的比例极限，用 σ_p 表示。弹性阶段的最高点 B 是卸载后不发生塑性变形的极限，而与之对应的应力则称为材料的弹性极限，并用 σ_e 表示。

第 II 阶段——屈服阶段。超过弹性极限以后，应力 σ 有幅度不大的波动，应变急剧地增加，这一现象通常称为屈服或流动，这一阶段则称为屈服阶段或流动阶段。在此阶段，试件表面上将可看到大约与试件轴线成 45° 方向的条纹，它们是由于材料沿试件的最大切应力面发生滑移而出现的，故通常称为滑移线。在屈服阶段里，其最高点 C 的应力称为上屈服极限，

而最低点 D 的应力则称为下屈服极限, 上屈服极限的数值不稳定, 而屈服低限值则较为稳定。因此, 通常将下屈服极限称为材料的屈服极限或流动极限, 并用 σ_s 表示。

第III阶段——强化阶段。应力经过屈服阶段后, 由于材料在塑性变形过程中不断发生强化, 使试件主要产生塑性变形, 且比在弹性阶段内变形大得多, 可以较明显地看到整个试件的横向尺寸在缩小。因此, 这一阶段称为强化阶段。 $\sigma-\varepsilon$ 曲线中的 G 是该阶段的最高点, 即试件中的名义应力达到了最大值, G 点的名义应力称为材料的强度极限, 用 σ_b 表示。

第IV阶段——局部变形阶段。当应力达到强度极限后, 试件某一段内的横截面积显著地收缩, 出现如图 2-3 所示的“颈缩”现象。颈缩出现后, 使试件继续变形所需的拉力减小, $\sigma-\varepsilon$ 曲线相应呈现下降, 最后导致试件在颈缩处断裂。对低碳钢来讲, 屈服极限 σ_s 和强度极限 σ_b 是衡量材料强度的两个重要指标。

5. 强度条件、安全系数和许用应力

(1) 安全系数及许用应力。为了保证构件有足够的强度, 它在荷载作用下所引起的应力 (称为工作应力) 的最大值应低于极限应力, 考虑到在设计计算时的一些近似因素, 如荷载值的确定是近似的; 计算简图不能精确地符合实际构件的工作情况; 实际材料的均匀性不能完全符合计算时所作的理想均匀假设; 公式和理论都是在一定的假设下建立起来的, 所以有一定的近似性; 结构在使用过程中偶尔会遇到超载的情况, 即受到的荷载超过设计时所规定的标准荷载等诸多因素的影响, 都会造成偏于不安全的后果, 所以为了安全起见, 应把极限应力打一折扣, 即除以一个大于 1 的系数, 以 n 表示, 称为安全因数, 所得结果称为许用应力, 用 $[\sigma]$ 表示, 即:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n}$$

对于塑性材料有:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s}$$

对于脆性材料有:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b}$$

式中: n_s 、 n_b 分别为塑性材料和脆性材料的安全因数。

(2) 强度条件。为了确保拉 (压) 杆件不致因强度不足而破坏, 其强度条件为:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

即杆件的最大工作应力不许超过材料的许用应力。对于等截面直杆, 拉伸 (压缩) 时的强度条件可改写为:

$$\frac{F_{N\max}}{A} \leq [\sigma]$$

6. 拉压静不定问题中的变形协调条件

如图 2-4 所示的两端固定杆, 在杆的中部受轴向力的作用。欲求此杆两端的反力 F_{RA} 和 F_{RB} , 仅用平衡条件则无法解决。因为反力 F_{RA} 、 F_{RB} 和 F 是共线力系, 所以只能有一个独立平衡方程, 显然, 仅由静力学平衡方程不可能求出全部的未知反力。这类不能单凭静力学平衡方程求解的问题, 称为超静定问题。

在超静定问题中,都存在多于维持平衡所必需的支座或杆件,习惯上称其为“多余”约束。未知力的个数超过独立平衡方程数的数目,称为超静定的次数。与多余约束相应的支反力或内力,习惯上称为多余未知力。为解超静定问题,除了平衡方程之外,必须补充与超静定次数相同个数的有效方程,称为补充方程。将补充方程与平衡方程联立求解,即可求得全部未知力。

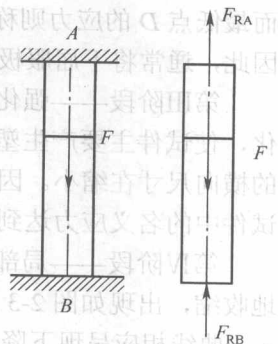


图 2-4

(1) 静力方面。杆的受力图如图 2-5 (b) 所示。其平衡方程为:

$$\sum F_x = 0, F_{RA} + F_{RB} - F = 0$$

由上式不能求解出两个反力,此结构为一次超静定结构。

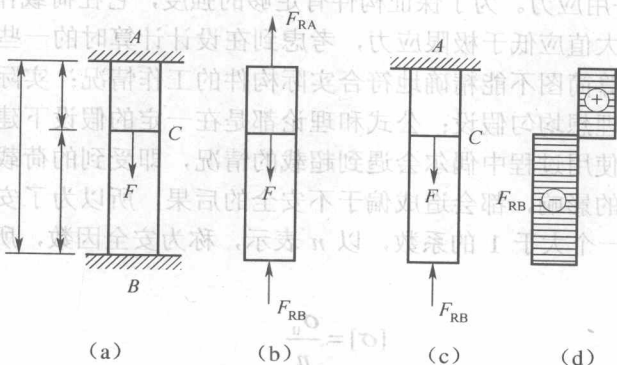


图 2-5

(2) 几何方面。由于是一次超静定,所以有一个多余约束,去掉固定端 B (也可取上固定端 A),用多余力 F_{RB} 来代替此约束对杆 AB 的作用,则可看做静定杆受已知力 F 和未知力 F_{RB} 作用,并引起变形,如图 2-5 (c) 所示。AB 杆的伸长 Δl_{AB} 就等于 B 端的位移,而 B 端的位移 $\Delta_B = 0$, 即有:

$$\Delta_B = \Delta l_{AC} + \Delta l_{CB} = 0 \quad (1)$$

式①称为变形协调方程。

(3) 物理方面。首先作杆轴力图,如图 2-5 (d) 所示。根据胡克定律,有:

$$\Delta l_{AC} = \frac{F - F_{RB}}{EA} a, \quad \Delta l_{CB} = \frac{-F_{RB}}{EA} b \quad (2)$$

称为物理方程。将式②代入式①,得:

$$\frac{F - F_{RB}}{EA} a + \frac{-F_{RB}}{EA} b = 0$$

即为补充方程,它表达了多余未知力与已知力——荷载 F 之间的关系,并由此方程求解出多余力:

$$F_{RB} = \frac{Fa}{l}$$

最后,可得:

$$F_{RA} = \frac{Fb}{l}$$

将 F_{RB} 代入轴力图中, 便可得到 AC 段和 CB 段的轴力。

7. 剪切面和挤压面的确定

剪切变形是杆件的基本变形之一。如图 2-6 所示, 当杆件受到一对垂直于杆轴、大小相等、方向相反、作用线相距很近的力 F 作用时, 力 F 作用线之间的各横截面都将发生相对错动, 即剪切变形。若力 F 过大, 杆件将在力 F 作用线之间的某一截面 $m-m$ 处被剪断, $m-m$ 称为剪切面。如图 2-6 所示, 截面 $b-b$ 相对于截面 $a-a$ 发生错动。

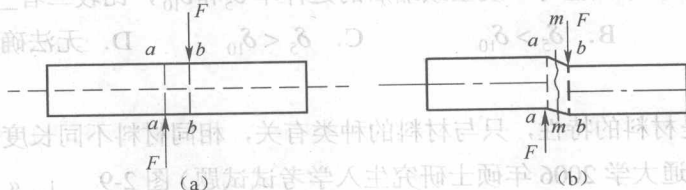


图 2-6

连接件在发生剪切变形的同时, 还伴随着局部受压现象, 这种现象称为挤压。作用在承压面上的压力称为挤压力, 如图 2-7 所示。在承压面上由于挤压作用而引起的应力称为挤压应力。挤压应力的实际分布情况比较复杂, 在工程实际计算中, 采用实用计算的方法。

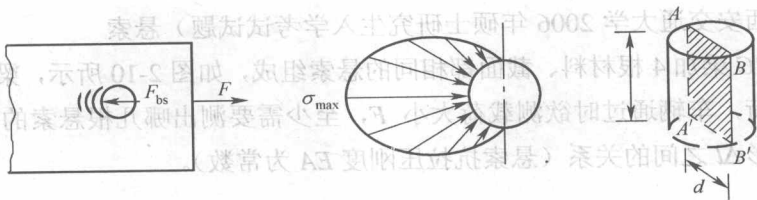


图 2-7

图 2-7 所示的铆钉与钢板之间发生挤压, 接触面为半圆柱面, 实际挤压应力在此接触面是不均匀分布的, 其分布规律比较复杂。在挤压的实用计算中, 假设计算的挤压应力在计算挤压面上均匀分布, 计算挤压面为承压面在垂直于挤压力方向的平面上的投影。计算挤压应力的计算式为:

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}}$$

其中, F_{bs} 为接触面上的挤压力, A_{bs} 为计算挤压面的面积。计算挤压应力与实际挤压应力的最大值是接近的。

2.2 名校考研真题详解

【2-1】(西安交通大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 自行车链条传动的销钉连接局部如图 2-8 所示, 销钉直径为 d , 链板厚度为 t , 骑行时最大拉力为 F , 指出剪切和挤压危险面,

写出最大切应力和最大挤压力的表达式。

答案：由图示结构可以看出，剪切面是销钉断面，因此剪切面积就是销钉断面面积 πd^2 ，挤压面是链板的断面，由切应力和挤压应力计算公式有：最大切应力 $\tau_{\max} = \frac{2F}{\pi d^2}$ ，最大挤压

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{2td}。$$

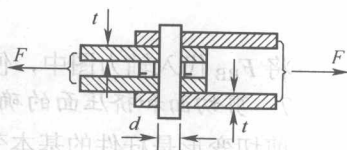


图 2-8

【2-2】(西安交通大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 用 5 倍试样和 10 倍试样分别做同一种塑性材料拉伸破坏试验时，发生颈缩后的延伸率 δ_5 和 δ_{10} ，比较二者_____。

- A. $\delta_5 = \delta_{10}$ B. $\delta_5 > \delta_{10}$ C. $\delta_5 < \delta_{10}$ D. 无法确定哪一个更大

答案：A

解析：延伸率是材料的特性，只与材料的种类有关，相同材料不同长度的延伸率相等。

【2-3】(西安交通大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 图 2-9 所示的刚性板 ABC 上作用平面力系，约束杆 1、杆 2 材料相同、面积相等，其内力 N_1 与 N_2 ，比较二者_____。

- A. $N_1 = N_2$ B. $N_1 > N_2$
C. $N_1 < N_2$ D. 无法确定固定关系

答案：D

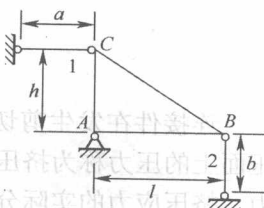


图 2-9

【2-4】(西安交通大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 悬索桥由 AB 梁和 BC 梁加 4 根材料、截面都相同的悬索组成，如图 2-10 所示，梁视为刚性，车辆视为集中力载荷，车辆通过时欲测载荷大小 F ，至少需要测出哪几根悬索的变形，并写出 F 与各杆最大变形 Δl 之间的关系（悬索抗拉压刚度 EA 为常数）。

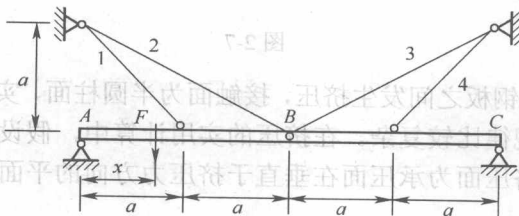


图 2-10

解：由于结构是对称的，因此只取一半结构进行求解。将结构在 B 段解开，取左半部分研究。

由于 AB 梁是刚性的，所以 1 杆和 2 杆的变形成比例，变形的简图如 2-11 所示。

由几何关系可以求得：

$$\Delta l_2 = \delta \frac{a}{\sqrt{5}a} = \frac{\delta}{\sqrt{5}}, \quad \Delta l_2 = \frac{\varphi}{\sqrt{10}} \Delta l_1$$

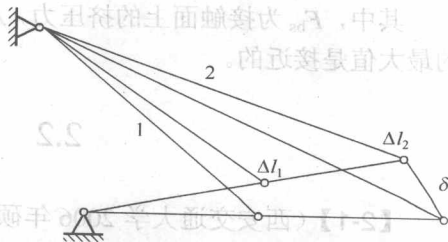


图 2-11

所以有:

$$\Delta l_2 = \frac{4}{\sqrt{10}} \Delta l_1$$

对于右半段存在同样的关系, 即:

$$\Delta l_3 = \frac{4}{\sqrt{10}} \Delta l_4$$

由应力应变关系, 有:

$$F_4 = EA \frac{\Delta l_4}{l_4}, F_3 = EA \frac{\sqrt{10} \Delta l_4}{l_3}$$

首先分析 BC 段, 由静力条件有:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} F_4 a + \frac{\sqrt{5}}{5} F_3 \cdot 2a = F_B \cdot 2a$$

求得:

$$F_B = \frac{\sqrt{2}}{4} F_4 + \frac{\sqrt{5}}{5} F_3$$

再分析 AB 段, 有:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} F_1 a + \frac{\sqrt{5}}{5} F_2 \cdot 2a + F'_B \cdot 2a = Fx$$

解得:

$$F = \frac{\sqrt{2}}{2} F_1 a + \frac{\sqrt{5}}{5} F_2 \cdot 2a + F'_B \cdot 2a$$

上式中 $F'_B = F_B$, 结合对称结构的特点, 可得:

$$F = \frac{5+4\sqrt{10}}{5} (EA \Delta l_4), F = \frac{\sqrt{5}+4}{5} (EA \Delta l_3)$$

$$F = \frac{5+4\sqrt{10}}{5} (EA \Delta l_2), F = \frac{\sqrt{5}+4}{5} (EA \Delta l_1)$$

【2-5】(西安交通大学 2005 年硕士研究生入学考试试题)

图 2-12 所示螺栓受拉力 F 作用, 则该螺栓所承受的挤压应力为

答案: $\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)}$

【2-6】(西安交通大学 2005 年硕士研究生入学考试试题)

对于没有明显屈服阶段的塑性材料, 通常以产生_____所对应的应力值作为材的名义屈服极限。

- A. 0.2 的应变 B. 0.2% 的应变
C. 0.2 的塑性应变 D. 0.2% 的塑性应变

答案: D

【2-7】(西安交通大学 2005 年硕士研究生入学考试试题)

自行车车轮的受力可简化成图 2-13 所示的桁架模型, 7 根直杆通过铰链连接, O 点作用有集

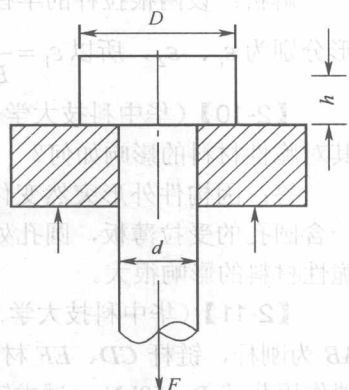


图 2-12