高职高专规划教材

高等数学

上册

全国机械职教基础课教学指导委员会数学学科组　组编

张圣勤　王德才　主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高职高专规划教材

高等数学

上册

全国机械职教基础课教学指导委员会数学学科组　组编

主　编　张圣勤　王德才

副主编　吕保献　张夏芸

机械工业出版社

本书共分上、下两册。本册是上册，共分九章，分别介绍了初等函数，一元函数的极限与连续，导数与微分，导数的应用，一元函数积分学，常微分方程，无穷级数，拉普拉斯变换，Mathematica 软件的应用（上）等内容。

本书可作为招收高中毕业生的三年制高职学校和招收中职毕业生的二、三年制的高职学校的学生及高等专科学生的高等数学、工程数学课程教材，也可供一般工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．上册/张圣勤，王德才主编．—北京：机械工业出版社，2003.7

高职高专规划教材

ISBN 7-111-12099-X

Ⅰ．高…　Ⅱ．①张…②王…　Ⅲ．高等数学-高等学校：技术学校-教材　Ⅳ．013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 033474 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）

责任编辑：宋学敏　郑　丹　郑　玫　版式设计：冉晓华　责任校对：韩　晶

封面设计：陈　沛　　　　　　　　　责任印制：路　琳

北京蓝海印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2004 年 2 月第 1 版第 2 次印刷

1000mm×1400mmB5·10.125 印张·391 千字

定价：25.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话（010）68993821、88379646

前　言

本书是根据教育部现行全日制普通高级中学数学教学大纲和三年制高等职业教育数学教学大纲、教学基本要求，由机械行业部分高等职业技术院校中长期从事高职数学教学的资深教师编写的。主要适用于招收高中毕业生的三年制高职工科院校和招收中等职业教育毕业生的二年制或三年制的高职工科院校的学生，也可作为高职成人教育教材和自学考试学生的课外教材，同时也可供一般工程技术人员参考。

作者本着为我国的制造业逐步构建一套适合于机械高职教育的公共课程体系的指导思想，以“符合大纲要求，加强实际应用，增加知识容量，优化结构体系”为原则，以新世纪社会主义市场经济形势下制造业对人才素质的要求为前提，以高职数学在高职教育中的功能定位和作用为基础，在内容上删去了一些繁琐的推理和证明，比传统数学教材增加了一些实际应用的内容，力求把数学内容讲得简单易懂，重点是让学生接受高等数学的思想方法和思维习惯；在习题的编排上加入了大量的例题和习题，并照顾到高职工科多专业的特点，力求做到习题难易搭配适当，知识与应用结合紧密，掌握理论与培养能力相得益彰；在结构的处理上注意与现行高中及中职教学内容相衔接，同时注意吸收国内外高职教材的优点，照顾到机械行业高职各专业的特点和需要，适当精简结构，使之更趋合理。为跟上当今计算机应用的发展步伐，本书特意增加了 Mathematica 软件的应用及数学建模的内容。书中带 * 号的内容为选学内容。

本书共分上、下两册。本册为上册，内容包括初等函数，一元函数的极限与连续，导数与微分，导数的应用，一元函数积分学，常微分方程，无穷级数，拉普拉斯变换，Mathematica 软件的应用（上）等。

本册由上海电机技术高等专科学校张圣勤副教授、辽宁机电职业技术学院王德才副教授担任主编，河南工业职业技术学院吕保献，深圳信息职业技术学院张夏芸担任副主编，张圣勤负责最后统稿。参加本册编写的有：深圳信息职业技术学院张夏芸（第一、三章），河南工业职业技术学院吕保献（第二章），张新元（第九章），辽宁机电职业技术学院王德才（第四章），辽宁机电职业技术学院王振家（第五章），湖南工业职业技术学院侯新华（第六章），陕西工业职业技术学院王航舟（第七章），上海电机技术高等专科学校张圣勤（第八章）。

本书在编写过程中，得到了各参编院校领导的关心和支持，同时也得到了无锡机械职业技术学院原副院长谈兴华、原教务处长夏明汉两位副教授的支持和帮助。编写中还参阅了有关的文献和资料，在此一并表示衷心的感谢。

由于时间仓促，加之水平有限，书中疏漏之处在所难免，恳请读者多提宝贵意见。

编　者

目　录

第一章　极限与连续

极限是研究变量的基本方法和工具，它是学习微分学的基础．本章将在复习和加深理解函数有关知识的基础上，研究函数的极限和连续等问题．

第一节　初 等 函 数

一、函数的概念

在中学阶段已学过函数的定义，为今后便于学习，现将函数的有关概念重述如下．

1. 函数的定义

定义　设 D 是一个实数集．如果对属于 D 的每一个数 x，按照某个对应关系 f，都有惟一数值 y 和它对应，那么 y 就叫做定义在数集 D 上的 x 的**函数**，记作 $y=f(x)$．其中 x 叫做**自变量**，数集 D 叫做函数的**定义域**，当 x 取遍 D 中的一切实数时，与它对应的函数值组成的集合 M 叫做函数的**值域**．

2. 函数的几种特性

(1) **奇偶性**　设函数 $y=f(x)$ 的定义域关于原点对称，如果对于定义域内的 x，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**偶函数**；如果有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为**奇函数**．奇函数的图形关于坐标原点对称，偶函数的图形关于 y 轴对称．如果函数 $f(x)$ 既非偶函数，也非奇函数，那末 $f(x)$ 叫做非奇非偶函数．

例如 $y=x^3$，$y=\sin x$ 是奇函数，$y=x^2$ 和 $y=\cos x$ 是偶函数．

例 1　判断函数 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$ 的奇偶性．

解　函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，又因为

$$\begin{aligned}
f(-x) &= \log_a[(-x)+\sqrt{(-x)^2+1}] \\
&= \log_a(\sqrt{x^2+1}-x) \\
&= \log_a\frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}+x} \\
&= \log_a\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \log_a(\sqrt{x^2+1}+x)^{-1} \\
&= -\log_a(x+\sqrt{x^2+1}) = -f(x)
\end{aligned}$$

所以 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$ 是奇函数.

(2) **单调性** 对于区间 (a,b) 内的任意两点 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内是**单调增加的**，区间 (a,b) 叫做函数 $f(x)$ 的单调增加区间；如果有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内是**单调减少的**，区间 (a,b) 叫做函数 $f(x)$ 的单调减少区间. 单调增加的函数的图形沿 x 轴正向上升，单调减少的函数的图像沿 x 轴正向下降（图 1-1）.

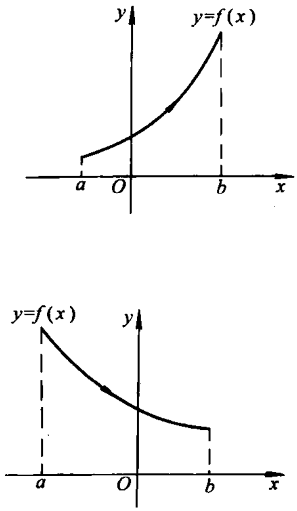


图 1-1

在某一个区间内单调增加或单调减少的函数都称为这个区间内的**单调函数**.

(3) **周期性** 对函数 $y=f(x)$，若存在不为零的数 T，使得

$$f(x+T)=f(x)$$

在 $f(x)$ 的定义域内恒成立，则称函数 $f(x)$ 为**周期函数**. 使上式成立的最小正数 T，称为 $f(x)$ 的**最小正周期**（简称**周期**）.

例如，函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 的周期是 2π；$y=\tan x$，$y=\cot x$ 的周期是 π，它们都是周期函数. 又如，正弦型函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 也是周期函数，其周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$.

(4) **有界性** 设函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义，如果存在一个正数 M，使对任意 $x\in(a,b)$ 时，有

$$|f(x)|\leqslant M$$

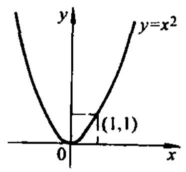
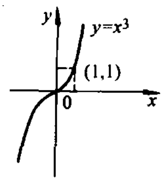
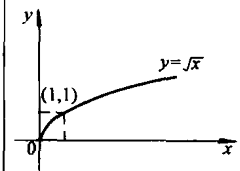
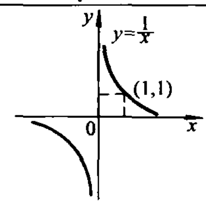
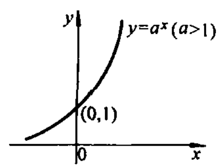
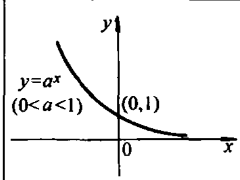
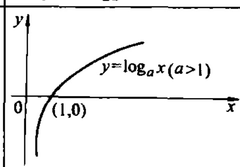
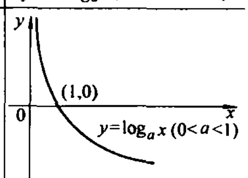
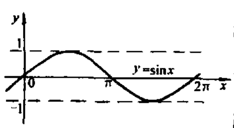
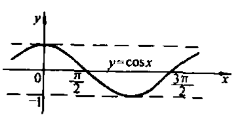
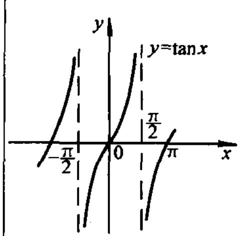
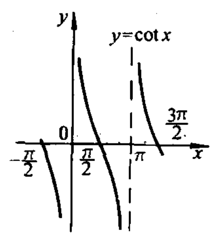
成立，则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内**有界**. 有界函数的图像位于两平行线 $y=\pm M$ 之间.

例如，当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时，有 $|\sin x|\leqslant 1$，所以 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界的. 又如，函数 $y=\frac{1}{x}$ 在区间 $(0,1)$ 内是无界的，因为当 $x\in(0,1)$ 时，不存在正数 M，使 $\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant M$ 对所有 $x\in(0,1)$ 成立. 但 $y=\frac{1}{x}$ 在区间 $[2,3]$ 内有界，因为当 $x\in[2,3]$ 时，有 $\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant\frac{1}{2}$ 成立，此时 $M=\frac{1}{2}$.

二、基本初等函数

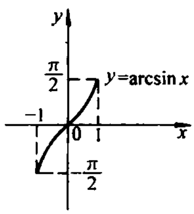
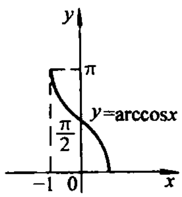
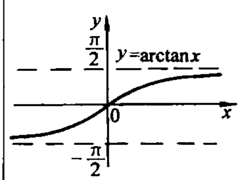
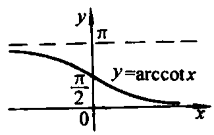
我们学过的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为**基本初等函数**. 为便于应用，将它们的定义域、值域、图像和特性列表如下（表1-1）：

表 1－1　基本初等函数

函数	幂函数			
	$y=x^2$	$y=x^3$	$y=x^{\frac{1}{2}}$	$y=x^{-1}$
图像				
定义域	$x\in(-\infty,+\infty)$	$x\in(-\infty,+\infty)$	$x\in[0,+\infty)$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$
值域	$y\in[0,+\infty)$	$y\in(-\infty,+\infty)$	$y\in[0,+\infty)$	$y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$
特性	偶函数 在 $(-\infty,0)$ 内单调减少 在 $(0,+\infty)$ 内单调增加	奇函数 单调增加	单调增加	奇函数 单调减少
函数	指数函数		对数函数	
	$y=a^x(a>1)$	$y=a^x(0<a<1)$	$y=\log_a x(a>1)$	$y=\log_a x(0<a<1)$
图像				
定义域	$x\in(-\infty,+\infty)$	$x\in(-\infty,+\infty)$	$x\in(0,+\infty)$	$x\in(0,+\infty)$
值域	$y\in(0,+\infty)$	$y\in(0,+\infty)$	$y\in(-\infty,+\infty)$	$y\in(-\infty,+\infty)$
特性	单调增加	单调减少	单调增加	单调减少
函数	三角函数			
	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$	$y=\cot x$
图像				

(续)

函数	三角函数			
	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$	$y=\cot x$
定义域	$x\in(-\infty,+\infty)$	$x\in(-\infty,+\infty)$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbf{Z})$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$
值域	$y\in[-1,1]$	$y\in[-1,1]$	$y\in(-\infty,+\infty)$	$y\in(-\infty,+\infty)$
特性	奇函数，周期 2π，有界，在 $(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2})$ 内单调增加，在 $(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2})$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$	偶函数，周期 2π，有界，在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少，在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$	奇函数，周期 π，在 $(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2})$ 内单调增加 $(k\in\mathbf{Z})$	奇函数，周期 π，在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少 $(k\in\mathbf{Z})$

函数	反三角函数			
	$y=\arcsin x$	$y=\arccos x$	$y=\arctan x$	$y=\operatorname{arccot} x$
图像				
定义域	$x\in[-1,1]$	$x\in[-1,1]$	$x\in(-\infty,+\infty)$	$x\in(-\infty,+\infty)$
值域	$y\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$	$y\in[0,\pi]$	$y\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$	$y\in(0,\pi)$
特性	奇函数，单调增加，有界	单调减少，有界	奇函数，单调增加，有界	单调减少，有界

三、复合函数

在实际问题中，我们常会遇到几个较简单的函数组合成为复杂的函数的情况．例如，质量为 m 的物体，以初速度 v_0 向上抛，由物理学知道，其动能 $E=\frac{1}{2}mv^2$，即动能 E 是速度 v 的函数；$v=v_0-gt$，即速度 v 又是时间 t 的函数（不计空气阻力），于是得 $E=\frac{1}{2}m(v_0-gt)^2$，这样就把动能 E 通过速度 v 表示成了时间 t 的函数．

又如函数 $y=\ln(x+1)$，可以看出，这个函数的值不是直接由自变量 x 来确定的，而是通过 $x+1$ 来确定的．如果用 u 表示 $x+1$，那么函数 $y=\ln(x+1)$ 就可表示为 $y=\ln u$，而 $u=x+1$．也就是说，y 与 x 的函数关系是通过变量 u 来确定的．

一般地，给出下面的定义：

定义 设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$；而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$，其定义域为数集 A．如果在数集 A 或 A 的子集上，对于 x 的每一个值所对应的 u 值，都能使函数 $y=f(u)$ 有定义，那么 y 就是 x 的函数．这个函数叫做函数 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的函数，简称为 x 的**复合函数**，记为 $y=f[\varphi(x)]$，其中 u 叫做**中间变量**，其定义域为数集 A 或数集 A 的子集．

根据上述定义，可知函数 $y=\sin^2 x$ 是 $y=u^2$ 与 $u=\sin x$ 复合而成的函数．

需要注意的是，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域必须取在函数 $y=f(u)$ 的定义域内，否则复合函数将失去意义．

例如，复合函数 $y=\ln u, u=x+1$，由于 $y=\ln u$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，所以中间变量 $u=x+1$ 的值域必须在 $(0,+\infty)$ 内，即 x 应在 $(-1,+\infty)$ 内．

例 2 指出下列各复合函数的复合过程和定义域．

(1) $y=\sqrt{x^2+3x}$ (2) $y=(\arcsin\frac{1}{x})^2$

解 (1) $y=\sqrt{x^2+3x}$ 是由 $y=\sqrt{u}$ 与 $u=x^2+3x$ 复合而成的．确定它的定义域时，应由不等式 $x^2+3\geqslant 0$ 解得 $x\geqslant 0$ 或 $x\leqslant -3$，即定义域为 $(-\infty,-3]\cup[0,+\infty)$．

(2) $y=(\arcsin\frac{1}{x})^2$ 是由 $y=u^2$ 与 $u=\arcsin v$，$v=\frac{1}{x}$ 这三个函数复合而成的．确定它的定义域时，应由不等式 $\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant 1$ 解得 $-1\leqslant\frac{1}{x}\leqslant 1$，即定义域为 $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$．

应当指出，不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数．例如，$y=\arcsin u$ 及 $u=2+x^2$ 就不能复合成一个复合函数，其原因在于 $u=2+x^2$ 的值域为 $[2,+\infty)$，而 $[2,+\infty)$ 内的一切值都不能使 $y=\arcsin u$ 有定义．

分析一个复合函数的复合过程时，每个层次都应是基本初等函数或常数与基本初等函数的四则运算；当分解到常数与自变量的基本初等函数的四则运算式，即简单函数时，就不再分解．

四、初等函数

定义 由基本初等函数和常数经过有限次四则运算和有限次的复合所构成

的，能用一个式子表示的函数叫**初等函数**.

例如，$y=1+\sqrt{x}$，$y=2\sin\frac{x}{2}$，$y=x\lg x$，$y=a^{\sin x}$等都是初等函数．初等函数是最常见的一类函数，它是微积分研究的主要对象.

五、分段函数

有时，我们会遇到在不同的区间内用不同式子来表示的函数，这样的函数称为**分段函数**.

例如，符号函数

$$f(x)=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$$

是定义在区间（$-\infty$，$+\infty$）内的一个分段函数．当 $x>0$ 时，$f(x)=1$；当 $x=0$ 时，$f(x)=0$；当 $x<0$ 时，$f(x)=-1$．它的图像如图 1－2 所示.

求分段函数值时，应把自变量的值代入相应取值范围的表示式进行计算.

例 3　已知函数

$$f(x)=\begin{cases}x^2, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$$

求 $f(2)$、$f(-4)$，并作出函数图形.

解　$f(2)=2^2=4$，$f(-4)=-(-4)=4$.

函数 $f(x)$ 的图形由直线 $y=-x$ 的（$-\infty$，0）段和抛物线 $y=x^2$ 的［0，$+\infty$）段组成，如图 1－3 所示.

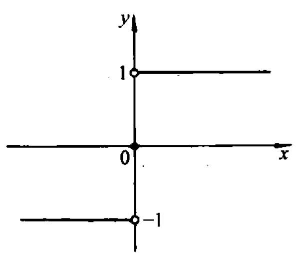


图　1－2

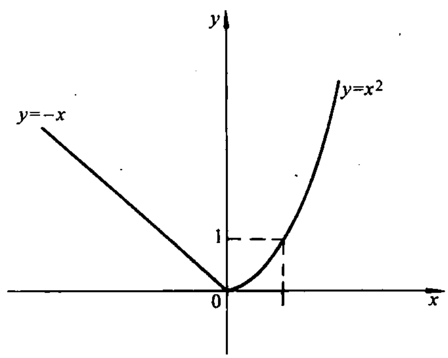


图　1－3

分段函数 $y=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$ 即 $y=\sqrt{x^2}$，是由 $y=\sqrt{u}$，$u=x^2$ 复合而成的，所以它是一个初等函数．而一般情况下，分段函数不是初等函数.

六、建立函数关系举例

用数学方法解决实际问题时，先要建立函数关系，然后进行分析和计算．下面举例说明这一过程．

例 4 要建造一个容积为 V 的长方形水池，它的底为正方形．若池底单位面积的造价为侧面单位面积造价的 3 倍，试建立总造价与底面边长的函数关系．

解 设底面边长为 x，总造价为 y，侧面单位面积造价为 a．则水池深为 $\frac{V}{x^2}$，侧面积为 $4x\cdot\frac{V}{x^2}=\frac{4V}{x}$，从而可得 y 与 x 之间的函数关系为

$$y=3ax^2+\frac{4aV}{x}$$

它的定义域为 $(0,\ +\infty)$．

例 5 某货运公司规定货物的运价为：在 $a$km 内，k 元/t·km；超过 $a$km，每增加 1km 增加 $0.8k$ 元/t，试表示运价 y 和里程 x 之间的函数关系．

解 由题意知，y 随 x 变化的规律在里程 $0\leqslant x\leqslant a$ 和 $x>a$ 内是各不相同的，所以需要分段考查．

当 $0\leqslant x\leqslant a$ 时，运价为 $y=kx$．

当 $x>a$ 时，超过的里程为 $(x-a)$ km，此时运价为 $y=ka+0.8k(x-a)=0.8kx+0.2ka$．

归纳以上两种情况，y 和 x 之间的函数关系是分段函数

$$y=\begin{cases}kx, & 0\leqslant x\leqslant a\\ 0.8kx+0.2ka, & x>a\end{cases}$$

该分段函数的定义域是 $[0,\ +\infty)$．

例 6 用三块等宽的长方形木板做成一个断面为梯形的水槽（图 1－4），求斜角 φ 与水槽截面积 S 之间的函数关系．

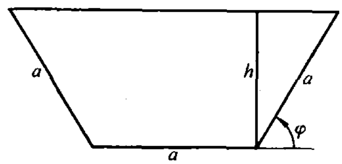


图 1－4

解 设木板的宽为 a，则水槽的高为 $a\sin\varphi$，从而得 S 与 φ 的函数关系为

$$S=\frac{1}{2}(a+a+2a\cos\varphi)\cdot a\sin\varphi$$

$$=\frac{1}{2}(2a+2a\cos\varphi)a\sin\varphi$$

即 $S=a^2(1+\cos\varphi)\sin\varphi\quad\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$

从上面的例子可以看出，建立函数关系时，需明确问题中的自变量与函数，然后根据题意建立等式，化简后得出函数关系．需要指出的是，在找出函数关系

后，一般还要根据题意写出函数的定义域.

七、经济学中常用的函数

1. 需求函数

影响需求的因素很多，如果把除商品价格以外的诸多因素视作不变的因素，则可把该商品价格 p 看作是自变量，需求量看作是因变量，即需求量 Q 可视为该商品 p 的函数，叫**需求函数**，记作 $Q=f(p)$. 需求函数一般是价格的递减函数，其函数图形称为**需求曲线**. 常见的有线性需求函数

$$Q=-\frac{p}{b}+\frac{a}{b}\quad(a>0,b>0)$$

当 $p=0$ 时，$Q=\frac{a}{b}$，表示该商品价格为零时，购买者对此商品的需求量为 $\frac{a}{b}$（此数称为市场对该商品的**饱和需求量**）；当 $p=a$ 时，$Q=0$，表示该商品定价为 a 时，已无人购买此商品.

如果将需求函数写成反函数形式 $p=f^{-1}(Q)$，即成为**价格函数**. 该函数反映了价格随需求量变化的规律.

2. 供给函数

在其他诸因素不变的条件下，讨论供应商品的供给量 Q 与商品价格 p 的关系 $Q=g(p)$ 叫**供给函数**. 供给函数一般是价格的递增函数，其图形称为**供给曲线**. 如线性供给函数

$$Q=cp-d\quad(c>0,d>0)$$

当 $p=\frac{d}{c}$ 时，$Q=0$，$p=\frac{d}{c}$ 称为价格的最低限. 只有当价格 $p>\frac{d}{c}$ 时，才会供应该商品.

3. 成本函数、收益函数和利润函数

(1) **成本函数**　如果成本 C 是产量 x 的函数，则称这个函数为**成本函数**，记为 $C=C(x)$. $\overline{C}=\frac{C(x)}{x}$ 表示产量为 x 时的**平均成本**.

(2) **收益函数**　如果收益 R 是销售量 x 的函数，则称该函数为**收益函数**，记为 $R=R(x)$.

(3) **利润函数**　如果已知成本函数 $C=C(x)$，收益函数 $R=R(x)$，当产销平衡时，利润 L 就是产量的函数，称为**利润函数**，记为 $L=L(x)=R(x)-C(x)$.

例 7　某药厂生产某种药品，年产量 x 万瓶，每瓶售价 2 元. 该厂每年的自销量稳定在 50 万瓶，如果委托代销，销售量可上升 20%，但销售量达 60 万瓶时即呈现饱和状态. 如果代销费为代销部分药价的 40%，试将总收益 R（万元）

表示为年产量 x（万瓶）的函数.

解　（1）当 $0 \leqslant x \leqslant 50$ 时，生产的药品可全部自销售出，此时

$$R = R(x) = 2x$$

（2）当 $50 < x \leqslant 60$ 时，通过委托代销，可全部售出，代销费 $2 \times 40\%(x-50)$，此时

$$R = R(x) = 2x - 2 \times 40\%(x-50) = 1.2x + 40$$

（3）当 $x > 60$ 时，即使委托代销，也只能售出 60 万瓶，此时

$$R = R(x) = 1.2 \times 60 + 40 = 112$$

综合（1）、（2）、（3），得到总收益 R 与年产量 x 的函数关系式

$$R = R(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leqslant x \leqslant 50 \\ 1.2x + 40, & 50 < x \leqslant 60 \\ 112, & x > 60 \end{cases}$$

习题 1-1

1. 求下列函数的定义域.

（1）$y = \dfrac{1}{x^2 + 5x + 6}$　（2）$y = \sqrt{4 - x^2} + \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$　（3）$y = \sqrt{|x| - 1}$

（4）$y = \lg \sin x$　（5）$y = \lg \dfrac{1+x}{1-x}$　（6）$y = \dfrac{x}{\tan x}$

2. 设 $f(x) = 1 + x^2$，$\varphi(x) = \sin \dfrac{x}{3}$，求 $f(0)$，$f(\dfrac{1}{a})$，$f(t^2 - 1)$，$f[\varphi(x)]$，$\varphi[f(x)]$.

3. 设 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 \leqslant x < \dfrac{1}{2} \\ 2(1-x), & \dfrac{1}{2} \leqslant x < 1 \\ 0, & x \geqslant 1 \end{cases}$，作出它的函数图像，并求 $f(-\dfrac{1}{2})$，$f(\dfrac{1}{3})$，$f(\dfrac{3}{4})$，$f(2)$ 的值.

4. 将下列各题中的 y 表示为 x 的函数，并写出它们的定义域.

（1）$y = \sqrt{u}$，$u = x^3 - 1$　（2）$y = \arcsin u$，$u = \sqrt{x}$

（3）$y = \lg u$，$u = 2^v$，$v = \cos x$　（4）$y = e^u$，$u = v^2$，$v = \tan x$

5. 指出下列各复合函数的复合过程.

（1）$y = (1+x)^3$　（2）$y = \ln \sin x$

（3）$y = \arccos \sqrt{1+x}$　（4）$y = \sin^2(2x-1)$

6. 一边长为 a 的正方形铁皮，四个角各剪去一个相等的小正方形，然后折成一个无盖的盒子，试建立它的容积与剪去的小正方形边长的函数关系.

7. 弹簧受力伸长. 由实验知，在弹性限度内，伸长量与受力大小成正比. 现在已知一弹性限度为 pN 的弹簧受力 9.8N 时，伸长 0.02m，求弹簧的伸长量与所受力的函数关系.