

双币种期权与时滞期权定价研究

李亚琼 黄立宏 著

湖南大学出版社
图书出版基金资助项目

湖南大学出版社

湖南大学出版社

图书出版基金资助项目

湖南省自然科学基金课题 (10JJ3071)

973 计划前期研究项目 (2009CB326202)

湖南省科技厅计划课题 (2009ZK3110)

国家自然科学基金 (11071060 60835004)

湖南省应用基础研究计划重点项目 (2008FJ2008)

湖南省高校科技创新团队支持计划资助 (湘教通 [2008] 244 号)

双币种期权与期货期权定价研究

李亚琼

著 湖南大学出版社

内 容 简 介

Black-Scholes 期权定价公式(1973)是在完备市场假设下得到的,如何进行符合实际的扩展研究是期权定价的重要工作之一。本书采用风险中性鞅测度理论、无套利对冲原理、计价单位变化等方法,以及利用现有的期权定价结论对期权定价的一些扩展问题进行了讨论。本书中主要讨论了固定汇率制度和浮动汇率制度下的双币种期权定价,以及股票价格具有时滞响应的期权定价问题。

本书中用于期权定价的方法具有一般性,因此对其他期权的定价具有参考价值。本书可为金融数学方向的本科生、研究生以及从事相关专业的科研及教学人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

双币种期权与时滞期权定价研究/李亚琼,黄立宏著.

—长沙:湖南大学出版社,2010. 12

ISBN 978 - 7 - 81113 - 914 - 3

I . ①双… II . ①李… ②黄… III . ①期货价格—研究

IV . ①F830. 9

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 245814 号

双币种期权与时滞期权定价研究

Shuangbizhong Qiquan yu Shizhi Qiquan Dingjia Yanjiu

作 者: 李亚琼 黄立宏 著

责任编辑: 丁 莎

责任印制: 陈 燕

出版发行: 湖南大学出版社

社 址: 湖南·长沙·岳麓山

邮 编: 410082

电 话: 0731-88822559(发行部), 88820005(编辑室), 88821006(出版部)

传 真: 0731-88649312(发行部), 88822264(总编室)

电子邮箱: dingsha008@126. com

网 址: <http://press.hnu.cn>

印 装: 长沙利君漾印刷厂

开本: 880×1230 32 开 印张: 4.25

字数: 96 千

版次: 2011 年 1 月第 1 版 印次: 2011 年 1 月第 1 次印刷

书号: ISBN 978 - 7 - 81113 - 914 - 3 / F · 266

定价: 20. 00 元

版权所有,盗版必究

湖南大学版图书凡有印装差错,请与发行部联系

前　言

一般金融数学划分为两个分支：规范金融数学和实证金融数学，本书主要采用规范金融数学的研究方法对欧式类扩展期权定价进行研究。欧式类期权定价是其他复杂期权定价的基础，已经有大量的研究成果，但本书对欧式类扩展期权定价的研究内容是全新的，本书的工作对期权的投资者和设计者具有重要的理论意义和实际价值。

本书的安排如下：

第2章对本书中用到的主要概念和结论作了简要的介绍。

第3章讨论了两种不同汇率制度的双币种期权定价。大多数学者都是在浮动汇率的前提下对双币种进行研究，但是汇率制度一般有固定汇率和浮动汇率两种。在两种不同的制度中，汇率随时间演变的形式是不同的，固定汇率没有随机因素的影响，而浮动汇率具有随机因素的影响。根据这些特点，本书在实证的基础上系统地建立了两种不同汇率制度下双币种期权定价的研究框架，进而得到了两种不同汇率制度下的双币种期权价格的闭式解。

第4章扩展研究了两个风险资产的双币种期权的定价问题，特别讨论了双币种交换期权。浮动汇率制度下其期权定价是三维的问题，通过采用计价单位变换、等价鞅测度变换等方法，再利用已经得到的两种汇率制度下的双币种期权和交换期权定价的结

论,最终获得了不同汇率制度下的双币种交换期权的闭式解。

第5章讨论了股票价格(收益率)具有时滞的期权定价。期权定价中常数波动率的假设是否合适遭到了质疑,为了更加全面的对期权定价进行研究,建立了风险资产的动态价格模型来研究具有时滞的股票价格对期权价格的影响。首先本书借鉴Kazmerchuk,Swishchuk和Wu(2007)不支付红利的股票价格在扩散项具有时滞的期权定价的研究框架,利用随机泛函微分方程理论以及无套利对冲方法,进一步研究股票支付连续红利和离散红利的期权定价,得到了其定价公式。接着在Arriojas,Hu,Mohhaammed等(2007)讨论的不支付红利的股票价格在扩散项和漂移项均具有时滞的期权定价的研究框架下,利用随机泛函微分方程理论和等价鞅测度理论,进一步扩展研究了股票支付连续红利和离散红利的期权定价,得到了该问题的闭式解。

第6章建立了具有时滞的欧式期权价格满足的泛函微分方程并对其进行了动态分析。首先根据传统的经济分析方法,利用期权的超额需求函数以及超额需求价格调整模型得到了期权价格满足的泛函微分方程,并借鉴于细胞神经网络建立模型的方法,根据欧式期权的特点,获得了更一般具有时滞的欧式期权价格满足的泛函微分方程模型,并在此基础上证明了模型解的存在性和稳定性。

虽然作者在著书的过程中非常认真和努力,但书中难免会有不妥之处,希望使用本书的学界和业界的同仁们给予批评指正。

本书的出版受到以下基金和项目的资助:

湖南省自然科学基金项目《具有时滞响应的期权定价模型及研究》(课题编号:10JJ3071);

973计划前期研究专项(2009CB326202);

国家自然科学基金(11071060,60835004);
湖南省应用基础研究计划重点项目(2008FJ2008);
湖南省高校科技创新团队支持计划资助(湘教通〔2008〕244号);
湖南省科技厅计划项目《双币种期权定价及其风险管理》(课题编号:2009ZK3110);
湖南大学出版社图书出版基金。
为此我们表示深切的感谢。

作 者

2010年12月岳麓山下

目 次

第 1 章 绪 论	1
1. 1 背景和意义	1
1. 2 文献综述	3
1. 3 研究方法及结构安排	7
1. 4 内容的创新	8
第 2 章 预备知识	10
2. 1 布朗过程	10
2. 2 随机积分与 $Itô$ 公式	13
2. 3 欧式期权定价公式及性质	18
第 3 章 两种汇率制度下的双币种期权定价	22
3. 1 多风险资产的期权定价	22
3. 1. 1 多维布朗过程与 $Itô$ 公式	22
3. 1. 2 多风险资产期权的 Black-Scholes 公式	27
3. 2 固定汇率制度的双币种欧式期权定价	30
3. 2. 1 敲定价格是外币价格	32
3. 2. 2 敲定价格是国内价格	35
3. 3 浮动汇率制度下双币种期权定价	38
3. 3. 1 标的资产用国内价格表示的双币种期权	40
3. 3. 2 标的资产用国外价格表示的双币种期权	44
3. 3. 3 双币种期权的价值	47

第4章 双币种交换期权定价	55
4.1 交换期权	55
4.2 固定汇率制度下的双币种交换期权	60
4.3 浮动汇率制度下的双币种交换期权	62
第5章 时滞风险资产的欧式期权定价	74
5.1 随机泛函微分方程	74
5.2 不支付红利的时滞期权定价	76
5.2.1 扩散项具有时滞的期权定价	76
5.2.2 漂移项和扩散项均具有时滞的期权定价	83
5.3 支付红利的时滞期权定价	85
5.3.1 扩散项具有时滞的期权定价	86
5.3.2 漂移项和扩散项均具有时滞的期权定价	98
第6章 具有时滞的期权价格动态模型分析	105
6.1 具有时滞的期权价格动态模型	105
6.2 具有时滞的期权价格动态模型解的存在性	110
6.3 具有时滞的期权价格动态模型解的稳定性	113
第7章 结论	117
参考文献	120

第 1 章 緒 论

1.1 背景和意义

在过去的半个世纪里,金融学的定量研究已经越来越引起人们的足够重视和广泛兴趣。尤其是 20 世纪 90 年代的全球性金融危机和近年来国际金融界发生的许多重大金融事件,包括今天的金融危机,让人们清楚看到:人们对金融变革过程中存在的诸多问题产生了极大的关注,不论金融界还是学术界都加强了金融理论的研究和应用。但同时人们也越来越深刻地体会到,没有定量研究的思想方法,要驾驭金融市场是困难的。然而定量研究的思想方法要直接依赖于数学。现在,数学化的思想和方法,已经深入广泛地应用到金融领域的研究过程中。随着现代信息技术的快速发展、成熟和广泛应用,以及全球经济紧密联系、互动性强、一体化程度越来越高,各种新型衍生金融产品的出现和迅猛发展是近十多年来国际金融中最重要的事件。

期权是一种重要的衍生证券,它是二十世纪国际金融市场创新实践的一个成功典范,同时也给财务金融学理论的发展注入了勃勃生机。虽然期权在 1973 年的美国芝加哥期权交易所开始交易,但当时几乎没有人能够预料到在其后的几十年中,它会对实践和财务金融理论带来巨大冲击和影响。今天,期权市场已成为国际金融市场的一个重要组成部分。由于金融衍生工具的价格体系对

市场经济的生产、流通、分配等各个环节均有重要影响，因此对其定价研究一直是经济学家关注的重要研究领域之一。在所有的衍生证券定价中，期权定价的研究最为广泛，这是因为：(1)许多衍生证券可表示为基于期权合约的组合形式。(2)各种衍生证券的定价原理是一样的，有可能通过期权定价方法找到一般衍生证券的定价理论。(3)期权是在未来时间的选择权。传统的期权有买权和卖权两种。赋予期权的购买者在未来的时间按预先指定的价格(执行价格)买或卖一定数量的标的物的权利而不必承担义务。买权只有在标的物的市场价格高于执行价格时才会被执行，卖权则反之。所以，期权所提供的买或卖的权利是或有权利。从而，期权具备与其他衍生工具非常不一样的特性，它可以保护期权的购买者在价格向不利方向变动时免于遭受损失，又可为购买者保留价格向有利方向变动时可以获得的好处。期权的这一特性使它获得交易者的青睐。

如何准确地对股票期权定价不仅是金融学的重要理论命题之一，同时也是一个重要的实践问题。期权定价模型对金融服务有着重要的指导意义和推动作用，金融实践反过来为金融研究提供实验场地，促进理论的进一步发展，从而了解为客户提供的产品和服务的定价和生产成本。金融服务业需要理论研究，衍生研究成果很快被应用在实践中，而且实践促进了理论和应用研究的并肩发展。上世纪 60 年代的金融学术研究，包括资本资产定价，绩效和风险测算以及实证研究所必需的证券价格的大规模数据库的建立等，对金融的实践产生了重要的影响。上世纪 70 年代，定价模型的推广速度和影响力均是前所未有的。期权定价理论对金融实践的影响不仅局限于衍生证券(如：公司债券、期货、浮息按揭贷款、保险、投资咨询和税法)，用来推导期权定价公式的理论框架也用于金融

产品的定价. 期权定价技术在支持新金融产品和市场开发方面一直起着重要的作用.

我国上海证券交易所于 2005 年 8 月 22 日开始交易普通股票的看涨和看跌期权. 首批股票期权包括宝钢 JTB1 等 9 只股票期权(我国证券市场将股票期权称为权证). 我国股票期权市场已成为全球最活跃的期权市场之一.

基于此背景, 本书主要致力于研究扩展的欧式期权定价问题, 运用鞅论、随机分析、泛函微分方程、随机泛函微分方程等数学工具, 尝试推广和创新其中的某些结论, 试图得到更好的对金融实践具有指导意义的结果.

1.2 文献综述

1973 年, Black 和 Scholes^[1] 在 Journal of Political Economy 上刊登了题目为“*The pricing of options and corporate liabilities*”的文章, 文章推出了著名的 B-S 模型. 但是 Black-Scholes 期权定价公式是在市场完备的情形下得到的, 在实际中大多数假设并不成立, 因此它的问世, 不意味着期权定价领域研究的终止, 而是为其深入研究指明了方向. 期权定价理论后来的研究按三个方向展开: 定价技术在非金融期权产品的推广与应用, 对定价公式的实证检验, 放宽假设条件以加强应用的理论基础. 30 多年来, 学者们在 B-S 模型的基础上, 进行了大量的卓有成效的研究. 1973 年, Thorp^[2] 检验了卖空限制条件的定价模型; Merton^[3] 推广了 Black-Scholes 的期权定价模型; 1976 年, Cox、Ross^[4] 和 Merton^[5] 考虑了股票价格不具有连续样本路径时的期权定价问题; Ingersoll^[6] 和 Roll^[7] 考虑了资本收益和股利的不同税率效果; Heath,

Jarrow,^[8] Musiela, Rutkowsk^[9]引入了投资者效用函数,得到了离散时间交易的 B-S 方程解;1978 年,Brennan^[10]阐述了跳跃过程问题;Macbeth 和 Merville(1980)验证了 B-S 模型^[11];1985 年,Cox、Ingersoll 和 Ross^[12]研究了利率期限结构的期权定价;1987 年,Hull 和 White^[13]研究了随机波动的期权定价问题;1990 年,Wiggins^[14]也考虑了随机波动的期权定价模型,同时加以实证检验;1988 年,Lo 和 Mackinlary^[15]通过实测数据分析发现,股票的价格可能会出现间断的跳跃,股票的预期收益率往往是波动变化的,可能是依赖时间和股票价格的函数. 进入 20 世纪 90 年代以来,有很多学者对股票价格规律进行了研究,如 Knut^[16]的 *Itô* 过程和随机过程混合模型,Merton^[17]的随机利率模型,另外还有 Schweizer^[18]的半鞅模型,Scott^[19]及 Herzel^[20]的存在异常变动跳跃的模型,Chan^[21]的 Levy 过程模型,Jan^[22]的指数 Levy 过程模型,Prigent^[23]的标志点过程模型等等.

近年来,为了与金融市场实际情况更好地吻合,满足更多的不同投资者的需求,人们逐步放宽 B-S 模型中最初对衍生品定价的假设. 例如,考虑到期权有效期内标的资产常有红利支付,很多学者展开了对有红利支付的期权定价问题的讨论. 从简化模型的角度,大多数的研究基于连续红利支付模型,Krausz^[24], Barone-Adesi 和 Whaley^[25], Broadie 和 Detemple^[26-27], Shackleton 和 Wojakowski^[28], Chang 和 Shackleton^[29], 给出了支付连续红利的美式、欧式期权定价公式,但实际中红利的支付大多采用离散的方式,随后支付离散红利的期权定价成为很多学者关注的重点,对离散红利的研究有很多方法. 如 Scholes^[30], Rubinstein^[31], Brennan^[32]支付红利的股票价格定义为股票价格减去需支付的红利,且仍服从对数正态分布. 由于上述方法可以给出定价的闭式解,因

此 Geske^[33], Whaley^[34], Carr^[35], Chance^[36]都是对于这两种方法的进一步研究,但 Frishling^[37]发现这两种方法在研究同一个问题时得到的结论不一致,因而提出了利用数值计算的方法. Dai 和 Lyuu^[38]针对上述问题提出了利用连续红利替代的方法,很好地解决了上述问题,使得得到的结果更加精确.

套利定价理论假设市场不存在交易成本, Figlewski^[39]进行了模拟研究,结果表明交易成本对对冲成本有显著性影响. Davis, Clark^[40]提出一个猜想,固定比例交易成本对期权价格的冲击. Soner, Shreve, Cvitanic^[41]证明了此猜想, Levental, Skorohod^[42]独立地证明了此结论. 与这些定性的结论相反, Leland^[43]提供了一种独创性的方法解决小额交易成本固定摩擦系数条件下欧式看涨期权的定价问题,得到了明确的解析解. 此后,很多学者采用这种思路考虑期权定价,如郑小迎,陈金贤^[44];曲军恒,沈尧天,姚仰新^[45];王杨,肖文宁,张寄洲^[46];Soner, Shreve Cvitanic^[47]以及 Schachermayer^[48]. 不过,学术界对于 Leland 期权复制方法的处理有些争议, Avellaneda, Paras^[49]; Hoggard, Whalley, Wilmott^[50]; Kabanov, Safarian^[51]等文章对 Leland 方法做了进一步扩展.

应用 B-S 模型对股票期权进行定价需要先估计股票收益波动率, Black 和 Scholes^[1], Kon^[52]和 Singleton, Wingender^[53]以及 Gray 和 French^[54]的研究指出:维纳过程不能准确地解释市场中的股票收益数据. Christie^[55]指出波动率依赖于股票价格, Lauterbach 和 Schultz^[56]认为波动率又依赖于 $[0, T]$ 的区间长度,以及随机跳事件. 国内学者杨招军和黄立宏^[57]就曾研究了随机波动率与跳组合情形的期权定价问题. 在标的股票历史交易数据可获得的情况下,可采用历史波动率法,但历史波动率法对收益波动率变化的反映存在时滞. 1982 年 Engle 提出了 ARCH 模型, 1986 年

Bollerslev 在 ARCH 模型的基础上提出能够更准确地描述和预测股票收益波动率的变化 GARCH 模型。国外学者在应用 GARCH 模型进一步探讨股票期权的定价方面进行了一些研究。Duan, Zhang^[58]应用 GARCH 模型研究了恒生指数期权的定价问题。Duan, Simonato^[59]应用 GARCH 模型研究了美式期权的定价问题。Chen, Leung^[60]应用 GARCH 期权定价方法研究了 S&P500 指数期权的定价问题。Stentoft^[61]应用 GARCH 模型研究了美式股票期权的定价问题。大多数经济和金融数据存在时滞,如何在风险资产价格变化中考虑时滞对期权定价的影响,在这方面 Arrionjas, Hu, Mohhaammed 等(2007)^[62],以及 Kazmerchuk, Swishchuk 和 Wu(2007)^[63],考虑了风险资产具有时滞反应的期权定价问题,但是他们没有考虑风险资产支付红利条件下具有时滞反应的期权定价问题。

涉及本书在具体的期权定价方面的工作还有 Margrabe^[64]首次提出交换期权的概念,利用欧拉方程成功解决了完备市场条件下交换期权定价与复制的问题。Carr^[65]首次提出序列交换期权的概念,是对 Margrabe^[64]和 Robert^[66]的推广。Carr^[67]解决了美式交换期权定价的问题并将结果应用到实物期权定价实践中去。姚小义,邹捷中,陈超^[68]对股票价格服从跳—扩散过程的资产交换期权定价模型进行了研究。

1992 年 Reiner^[69]首次介绍并给出了 Black-Scholes 模型下 4 种双币种欧式看涨期权的定价。Kwok^[70]等讨论了双币种的几类奇异欧式期权的定价。马奕虹等^[71]对外国股价为 Merton 跳扩散模型给出与 Reiner 相同的 4 种欧式看涨期权的价格。郭培栋等^[72]讨论了在随机利率下 Reiner 的 4 种双币种期权的闭式解。但是对双币种期权定价问题的讨论一般都在浮动汇率制度下面进行讨

论^[69-72],还没有学者对汇率制度进行划分来讨论双币种期权的定价.

在经济学中已经有许多利用微分方程建立模型进行经济问题分析的例子,包括具有时滞的微分方程^[73-76].王奕渲^[77]借鉴具有时滞的细胞神经网络模型^[78]的方法构造奖惩系统在开放市场上各等级人数及比例的模型,并利用不动点定理和微分不等式方法证明唯一的平稳分布的存在性和全局指数稳定性.云天铨^[79,80]利用期权的供需(超额需求)价格调整模型,得到了期权价格满足的微分方程及其解,但是他没有考虑股票价格具有时滞响应时对期权价格的影响.

1.3 研究方法及结构安排

本书主要致力于扩展的欧式期权定价问题的研究,运用鞅论、随机分析、泛函微分方程、随机泛函微分方程等数学工具,尝试推广和创新其中的某些结论,试图得到更好的或对金融实践具有指导意义的结果.本书主要讨论在两种汇率制度下的双币种期权定价、双币种交换期权定价、股票价格具有时滞响应的期权定价以及欧式期权的动态价格调整模型.

对双币种期权定价研究是将汇率制度划分为固定汇率制度和浮动汇率制度,分别讨论两种汇率制度下的双币种期权、双币种交换期权的定价.在定价方法中除了采用等价鞅测度理论,无套利对冲方法,特别使用了计价单位变换的办法,通过使用该方法达到降低风险资产维数的目的,得到这些问题的闭式解.

对股票价格具有时滞响应的期权定价,文中分两种情形对已有的问题做了进一步的扩展研究.对股票价格扩散项具有时滞的

欧式期权定价,我们采用了 Kazmerchuk, Swishchuk 和 Wu 的股票不支付红利的研究框架,利用随机泛函微分方程理论以及无套利对冲方法,扩展研究了股票支付连续红利和离散红利的期权定价。对股票价格在扩散项和漂移项均具有时滞的欧式期权定价,文中采用了 Arriojas, Hu, Mohhaamned 等对该问题的股票不支付红利的研究框架,利用随机泛函微分方程理论和等价鞅测度方法,扩展研究了股票支付连续红利和离散红利的期权定价。

对欧式期权的动态价格调整模型的研究,建立了类似于具有时滞的细胞神经网络模型,并讨论了模型解的存在性和稳定性。

本书结构安排如下:第 2 章是预备知识,主要介绍期权定价中数学方面的知识;第 3 章将汇率制度划分为固定汇率制度和浮动汇率制度对双币种期权的定价问题进行系统地讨论;第 4 章研究了双币种交换期权的定价;第 5 章讨论了风险资产具有时滞的欧式期权定价模型;第 6 章建立了具有时滞的期权价格调整模型并对其性质进行了讨论;最后第 7 章结论是对全文工作的一个总结。

1.4 内容的创新

在本书中主要做了下面一些创新的工作:

(1)目前的文献中,在讨论双币种期权的定价时,都是在浮动汇率的前提下进行的,但汇率制度一般会有固定汇率和浮动汇率两种制度,而在两种制度中由于汇率的价格随时间演变的形式是不同的;根据这些特点,本书在实证的基础上系统地建立了在两种不同汇率制度的期权定价的研究框架下,进一步讨论了双币种期权的定价。

(2)研究了双币种交换期权的闭式解,由于交换期权包含两个

风险资产,因此其定价问题在数学上至少是两维的问题,特别是在浮动汇率制度下其期权定价问题是三维的.我们通过采用计价单位变化、等价鞅测度变换等方法,再利用已经得到的两种汇率制度下双币种期权定价的结论,最终获得不同汇率制度下双币种交换期权的闭式解.

(3)在期权定价中常数波动率的假设是否合适遭到质疑,一些实证研究显示波动率以一种不可预测的方式依赖于时间.为了更加全面地对期权进行定价研究,我们利用动态模型来考虑过去的事件对现在和将来的影响.本书分别在 Kazmerchuk, Swishchuk 和 Wu 的股票价格在扩散项具有时滞不支付红利的欧式期权定价的研究框架下,利用随机泛函微分方程理论以及无套利对冲方法,进一步研究了股票支付连续红利和离散红利的期权定价问题,得到了该问题的解.另外,我们在 Arriojas, Hu, Mohhaammed 等讨论的股票价格在扩散项和漂移项均具有时滞不支付红利的欧式期权定价的研究框架下,利用随机泛函微分方程理论和等价鞅测度方法,进一步扩展研究了股票支付连续红利和离散红利的期权定价问题,得到了该问题的闭式解.

(4)为了利用传统的经济学中的动态分析方法来研究具有时滞的欧式期权定价,本书利用经济学原理,通过建立期权的超额需求价格调整模型得到了期权价格满足的微分方程,并借鉴于细胞神经网络建立模型的方法,根据欧式期权的特点,获得了更一般具有时滞的欧式期权价格满足的微分方程模型,并在此基础上证明了模型解的存在性和稳定性,我们得到的结论与实际是吻合的.