国家自然科学基金项目（70802006）研究成果
教育部人文社会科学规划项目（08JA630009）研究成果

会计学论丛

基于会计信息的权益定价研究

线性信息动态过程下的分析

RESEARCH ON ACCOUNTING-BASED EQUITY VALUATION WITH LINEAR INFORMATION DYNAMICS

程小可◎著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

国家自然科学基金项目（70802006）研究成果
教育部人文社会科学规划项目（08JA630009）研究成果

会计学论丛

基于会计信息的权益定价研究

线性信息动态过程下的分析

RESEARCH ON ACCOUNTING-BASED EQUITY VALUATION WITH LINEAR INFORMATION DYNAMICS

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

基于会计信息的权益定价研究:线性信息动态过程下的分析/程小可著.—北京:北京大学出版社,2010.11

ISBN 978-7-301-17258-2

Ⅰ.①基… Ⅱ.①程… Ⅲ.①会计分析-研究 Ⅳ.①F231.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 100261 号

书　　　名:基于会计信息的权益定价研究——线性信息动态过程下的分析

著作责任者:程小可　著

责 任 编 辑:李　娟　戴晓娟

标 准 书 号:ISBN 978-7-301-17258-2/F·2523

出 版 发 行:北京大学出版社

地　　　址:北京市海淀区成府路 205 号　100871

网　　　址:http://www.pup.cn

电　　　话:邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62752926

出版部 62754962

电 子 邮 箱:em@pup.pku.edu.cn

印　刷　者:三河市北燕印装有限公司

经　销　者:新华书店

730 毫米×1020 毫米　16 开本　16.5 印张　296 千字

2010 年 11 月第 1 版　2010 年 11 月第 1 次印刷

定　　　价:45.00 元

前　　言

1900 年，著名法国数学家庞加莱(Poincare)的学生路易斯·巴舍利耶(Louis Bachelier)在他的博士论文《投机理论》中首次利用生物学中的布朗运动对股票价格波动进行了解释，该研究甚至比爱因斯坦运用布朗运动来描述分子运动早 5 年历史，巴舍利耶基于上述假定提出了现代期权定价模型之雏形。由于巴舍利耶的以上杰出贡献，他现在已经被公认为现代金融理论之父，金融学术界建立了巴舍利耶金融学会(Bachelier Finance Society)以纪念这位伟大的先驱，并从 2000 年开始每两年召开一次学术讨论大会。在巴舍利耶的研究基础上，Sprenkle(1961)和 Boness(1964)以及 Samuelson(1965)对期权定价模型进行了系统的讨论与拓展，进而，Black and Scholes(1973)最终给出了期权定价的精确公式，此后，Merton(1973)以及 Cox and Ross(1976)等人又对期权定价理论给出了重要的拓展。

巴舍利耶之后，Markowitze(1952)是金融定价领域的又一开创性人物，由于他的研究主题为一般资产(包括权益证券等资产)的组合问题，且他获得了经济学博士学位，因此其研究成果对经济学理论及实务界立刻产生了深远的影响，然而作为数学家的巴舍利耶的研究成果要等到半个多世纪后才为人所熟知和认可。在 Markowitze(1952)的研究之后，Tobin(1958)，Sharpe(1964)，Lintner(1965)，Mossin(1966)以及 Black(1972)等人对资产组合以及资本资产定价理论也做出了杰出贡献，这些研究开创了资产定价(包含权益定价)理论之新纪元。

众所周知，现代会计制度的基础是权责发生制，其提供的会计信息为应计性会计信息(例如每股收益等)，但是无论是经典衍生证券定价理论还是资本资产定价理论，均以现金流量为价值分析的最主要外部信息来源。以上事实造成了金融定价与会计理论发展上的分歧，不过两位会计学者(Ohlson 和 Feltham)在 20 世纪 90 年代解决了该问题。在 Preinreich(1938)和 Edwards and Bell(1961)以及 Peasnell(1981，1982)等文献的研究基础上，Ohlson(1995)和 Feltham and Ohlson(1995)等基于线性信息动态过程构建了剩余收益估值模型，从而建立了金融定价与应计性会计之间的关联，也开创和繁荣了分析式会计研究中的一大

流派——权益估值流派。

分析式会计研究和实证会计研究均是当代会计研究前沿中的两种主要范畴。近十多年以来,实证会计已经被引入到中国会计学术研究中,已经成为我国会计专业研究生乃至本科生毕业论文的首选研究方法,但是分析式会计研究对中国学术界而言仍属陌生地带。Christensen and Demski(2003)撰写了第一本系统介绍分析式会计研究的专著——《信息含量观中的会计理论》,该书以比较通俗的方式阐述了分析式会计研究结论对会计理论的重要影响,因此该书比较适合作为分析式会计研究的入门读物。就在 Demski 等出版上述著作之后,著名会计学者 Feltham 和另一位 Christensen 撰写了学术性更强且需要更多数学知识才能完全读懂的两卷分析式会计著作——《会计经济学》(Economics of Accounting),上下卷分别于 2003 年和 2005 年完成。该书上卷探讨了会计信息在市场的运用,主要讨论了会计基础权益估值问题;下卷主要探讨了业绩评价即会计契约问题。

在上述学者的成就鼓舞下,我于博士毕业后开始对分析式会计研究发生了浓厚的兴趣,并且主要关注的领域为会计基础权益估值模型;尽管参加工作以来我受相关事务缠身研究工作断断续续,但幸运的是我还能在忙碌之余持之以恒地完成当初的研究计划,并形成了若干研究报告。本书收集了我近年来在分析式会计研究领域所做的一系列研究成果,从不同视角系统地分析和考察了基于会计信息的权益定价问题。本书首先建立了会计信息与权益定价之间的联系,然后考察了会计信息对经典估值理论的影响,并且拓展了剩余收益估值模型至更一般经济情景中,最后考察了各种估值模型下的盈余反应系数公式及其影响因素。本书主要分为如下四部分:(1) 线性信息动态过程下的权益定价基础;(2) 会计信息对经典估值理论之影响;(3) 当代会计估值模型;(4) 会计基础估值模型下的盈余反应系数。除了上述第一部分为全书的基础篇外,其他各部分之间各自独立成篇但又存在一定逻辑关系,全书均围绕基于会计信息的权益估值问题展开论述。

希望本书的出版能为中国分析式会计研究的繁荣起到“他山之石”的作用。

程小可

2009 年 11 月于北京万和嘉园

第一部分　线性信息动态过程下的权益定价基础

第二部分　会计信息对经典估值理论之影响

第三部分　当代会计估值模型

第四部分　会计基础估值模型与盈余反应系数

第一部分

线性信息动态过程下的权益定价基础

第 1 章

引　　言

基于会计信息的权益定价是分析式会计研究中的重要范畴，也是实证会计研究中的重要检验命题。本书在线性信息动态过程（Linear Information Dynamics，简称 LID）的基础上建立了会计信息与权益定价之间的联系，考察了会计信息对经典估值理论的影响，并拓展了剩余收益估值模型至更一般经济情景中，最后考察了各种估值模型下的盈余反应系数公式及其影响因素。

具体而言，本研究主要分为如下四大部分：（1）线性信息动态过程下的权益定价基础；（2）会计信息对经典估值理论的影响；（3）当代会计估值模型；（4）会计基础估值模型下的盈余反应系数。

第一部分包含第 1 章和第 2 章，研究主题分别为："引言"和"线性信息动态过程与公司权益价值"。第 1 章介绍了本书的主要研究内容与结论。第 2 章给出了一个广义的线性信息动态过程，以及运用矩阵级数的极限理论推导出了公司价值函数通式，并基于上述一般分析体系拓展了有关权益估值的三篇经典文献（Feltham and Ohlson，1996；Ohlson and Zhang，1998；Pae，1999）。

第二部分包含第 3 章至第 5 章，研究主题分别为："会计信息、股利政策与权益估值"、"线性会计信息动态经济下的投资组合选择"以及"线性会计信息动态经济下的两基金分离定理与资本资产定价模型"。第 3 章基于线性信息动态过程研究了股利政策对公司权益估值的影响，以及对林特纳股利政策价值分析体系进行了推广；此外，本章还给出了广义股利政策与公司权益价值之间的关系。第 4 章和第 5 章分别研究了线性会计信息动态经济视野下的投资组合理论和资本资产定价模型，对传统的投资组合前沿、两基金分离定理给出了新的解释；同时，考察了借贷利率不等以及奇异方差矩阵等异常情形下前沿组合的形成过程，并基于线性会计信息动态过程给出了 CAPM 均衡解的条件。

第三部分包括第 6 章和第 7 章，研究主题分别为："剩余收益估值理论基础"和"新企业会计准则、公允价值计量与权益定价"。第 6 章基于第 2 章建立的一

般分析框架对 Ohlson(1995,1999)以及 Feltham and Ohlson(1995)等人在有关剩余收益估值方面所做的一系列开创性工作进行了矩阵上的表述与推广。第 7 章基于分析式会计研究方法研究了新企业会计准则下公允价值计量对公司权益定价的影响,推导出了基于交叉持股情形下的公司均衡定价模型,拓展了 Ohlson(1995)以及 Ohlson and Feltham(1998)的剩余收益估值模型,并基于上述拓展模型分析了交叉持股的经济效应,即通过模型演示了交叉持股及公允价值计量条件下金融风暴过程中"死亡漩涡"的形成机理及其实际效应。

第四部分包括第 8 章至第 10 章,研究主题分别为:"盈余反应系数及其在各种过程下的计量"、"向量 AR(p)过程下的权益估值与盈余反应系数"以及"信息非对称经济下的权益估值及盈余反应系数"。第 8 章给出了盈余反应系数的定义,并从盈余的一般时间序列角度分析了盈余反应系数的理论公式;同时,改进了 Pae(1999)模型,设计出了本章的线性信息动态过程并推导得到了相应的价值模型,并基于该修正的过程表述出了相应的盈余反应系数通式;此外,笔者还对 Ohlson(1995,1999)以及 Feltham and Ohlson(1995)定义的过程等进行了一般化处理,并表述出了该一般信息动态过程下的盈余反应系数公式。第 9 章拓展出了基于 p 阶向量自回归过程的广义剩余收益估值模型,而且根据该拓展模型推导了相应的盈余反应系数公式,并以实例演示了:直接应用上述研究结论,著名的 Feltham and Ohlson(1995)估值模型能很简单地推广到 AR(2)过程版本,使该估值模型能利用更丰富的历史信息。第 10 章设计了信息非对称条件下的线性信息动态模型,并将收益平滑变量引入到该非对称线性模型中;在上述基础上,笔者推导了信息非对称经济环境下的长时窗与短时窗下的盈余反应系数公式;最后,笔者根据建立的这些盈余反应公式并利用求偏导数的方法,分析了信息非对称情形下 ERC 的决定与影响因素。

第2章

线性信息动态过程与公司权益价值

2.1 信息的一般结构

本章将给出一个广义上的线性信息动态过程，并在此基础上分析信息（包括会计与非会计信息）与公司股东权益价值（本书简称权益价值或价值）之间的联系。简便起见，本文假定所考察公司的资本全部由所有者提供，即不存在资本结构问题，并且，除本书第10章外，假定管理者和所有者之间不存在信息不对称性问题；本书第10章将探讨信息非对称性条件下的线性信息动态过程及其估值问题。在信息非对称的假定下，管理者和投资者之间的信息集是不相同的，因而各自的估值表达式也会存在差异，第10章将对此进行详细阐述。

由于假定管理者或投资者在信息上具有对称性，不妨假设管理者或投资者在 t 时期所获知信息集均由向量 $\boldsymbol{I}_t$ 决定①，其中 $\boldsymbol{I}_t = [y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, \cdots]^{\mathrm{T}}$（本书使用"T"标注来表示向量或矩阵的转置，加粗的符号表示矩阵或向量），y_{it}表示管理者或者投资者在 t 时刻所获知的第 i 个信息变量，包括会计信息（例如销售收入、现金流量、盈余等）和非会计信息（例如市场预测、公司治理水平、销售订单等），不妨假定该向量的维度为 n，即 $\boldsymbol{I}_t = [y_{1t}, y_{2t}, \cdots, y_{nt}]^{\mathrm{T}}$。

建立在 Garman and Ohlson（1980）的研究基础上，笔者定义了更一般的线性信息动态过程，不妨假定信息向量 $\boldsymbol{I}_t$ 演化过程如下②：

---

① 严格地讲，管理者或者投资者在 t 时期所拥有的全部信息是本期以及各早期信息集（$\boldsymbol{I}_t, \boldsymbol{I}_{t-1}, \boldsymbol{I}_{t-2}, \cdots$）的并集。但是，在后面的分析中笔者将证明：在（2-1）式线性过程假定下 $\boldsymbol{I}_t$ 对于公司估价而言是充分的，其他历史信息集 $\boldsymbol{I}_{t-1}, \boldsymbol{I}_{t-2}, \cdots$ 对于公司估价而言是多余的。

② 本书所定义的是离散时间下的线性信息动态过程，与此相对，Govindaraj（1992），Tippett and Warnock（1997），Ashton、Cooke and Tippett（2003），Ashton、Cooke、Tippett and Wang（2004）等人研究了连续时间线性信息动态过程下信息与公司权益价值之间的关系。

$$I_{t+1} = \boldsymbol{\eta} + (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Xi}_{t+1}) I_t + \boldsymbol{\Theta} e_{t+1} \tag{2-1}$$

其中，$\boldsymbol{\eta} = [b_{10}, b_{20}, b_{30}, \cdots, b_{n0}]^{\mathrm{T}}$ 表示线性信息动态过程中的常数向量；$\boldsymbol{\Omega}$ 代表 n 阶固定参数方阵（又称转换矩阵），如下式所示（b_{ij} 为固定参数，其中，$i = 1, 2, 3, \cdots, n$ 以及 $j = 1, 2, 3, \cdots, n$）：

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \tag{2-2}$$

此外，$\boldsymbol{\Xi}_{t+1}$ 表示 n 阶随机参数方阵，并且 $E_t(\boldsymbol{\Xi}_{t+1}) = \mathbf{0}$（本书中，加粗的 **0** 代表零矩阵或者零向量）。$\boldsymbol{\Xi}_{t+1}$ 如下式：

$$\boldsymbol{\Xi}_{t+1} = \begin{bmatrix} c_{11,t+1} & \cdots & c_{1n,t+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1,t+1} & \cdots & c_{nn,t+1} \end{bmatrix} \tag{2-3}$$

其中，$c_{ij,t+1}$ 表示不可预测的噪声，$i = 1, 2, 3, \cdots, n$ 以及 $j = 1, 2, 3, \cdots, n$。

并且，$\boldsymbol{\Theta}$ 是一个 $n \times m$ 矩阵[①]，等于：

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nm} \end{bmatrix} \tag{2-4}$$

最后，$e_{t+1} = [e_{1,t+1}, e_{2,t+1}, \cdots, e_{m,t+1}]^{\mathrm{T}}$，并且 e_{t+1} 服从 m 维独立标准正态分布，即 $e_{t+1} \sim N_m(\mathbf{0}, \boldsymbol{E})$，其中，**0** 代表 m 维零向量；$\boldsymbol{E}$ 表示 m 阶单位矩阵。由此说明，纯噪声向量 e_t 不仅从时间序列上看不相关，且同时期内各分量间也各不相关。

不妨记向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} = \boldsymbol{\Theta} e_{t+1}$，其中，$\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} = [\varepsilon_{1,t+1}, \varepsilon_{2,t+1}, \cdots, \varepsilon_{n,t+1}]^{\mathrm{T}}$，即有：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t+1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{n,t+1} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Theta} e_{t+1} = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1,t+1} \\ \vdots \\ e_{m,t+1} \end{bmatrix} \tag{2-5}$$

显然，残差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}$ 中的各分量不一定是相互独立的，其独立与否要依据参数矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$ 而定，并且该参数矩阵是决定信息向量（I_t）的协方差矩阵的关键矩阵（参见附录 2A 的数学证明）。本章附录 2B 证明了当已知 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}$ 分布的情形下如何构造矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$ 以及独立随机变量 e_{t+1}。

---

① 参数矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$ 也可以是 I_t 的函数（Ang and Liu, 2001），但是为了简化过程的描述，笔者假定 $\boldsymbol{\Theta}$ 为固定参数矩阵。

因此,过程(2-1)也可以表述为如下形式:

$$\boldsymbol{I}_{t+1} = \boldsymbol{\eta} + (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Xi}_{t+1})\boldsymbol{I}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} \tag{2-6}$$

显然,该式和 Garman and Ohlson(1980)的描述一致。

由此,笔者对残差向量的进一步分解,使前面定义的(2-1)式对线性信息动态过程的描述更加一般化和精确化。从 2.2 节可以看出,这种拓展工作是值得的,这种描述更易于分析变量之间的相关关系。

2.2 线性信息动态经济下的信息预测

在本节中,笔者将根据上述过程(2-1)的定义探讨线性信息动态经济下的信息预测问题。在继续分析之前,为了简化过程,笔者下面假定过程(2-1)中的 $\boldsymbol{\Xi}_{t+1} = \boldsymbol{0}$,即省略过程(2-1)中的随机参数矩阵 $\boldsymbol{\Xi}_{t+1}$,将(2-1)式以及(2-6)式简化为下式[①]:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{I}_{t+1} &= \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{I}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} \\ &= \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{I}_t + \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{e}_{t+1} \end{aligned} \tag{2-7}$$

假定 $\boldsymbol{\Xi}_{t+1} = \boldsymbol{0}$ 的理由如下:第一,在会计信息建模中,一般假定线性信息动态过程中不存在随机参数矩阵 $\boldsymbol{\Xi}_{t+1}$,例如 Strong(1993)、Feltham and Ohlson(1996)、Ohlson and Zhang(1998)、Pae(1999)以及 Feltham and Pae(2000)等人的研究,他们建立的模型都是(2-7)式下的具体应用;第二,省略随机参数矩阵 $\boldsymbol{\Xi}_{t+1}$ 将使得线性动态经济下的不确定因素仅仅为 m 维独立向量 $\boldsymbol{e}_{t+1}$,这将便于进行信息或残差向量之间的协方差分析。

此外,在附录 2B 中,笔者证明了(2-7)式中两种 LID 的描述形式从预测角度来看是可以等价转换的,即残差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}$ 和 $\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{e}_{t+1}$ 是可以相互等价转换的。

根据本节的推导,不妨设 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}$ 的协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}$,则 $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}$,且 $\boldsymbol{\Sigma}$ 和 $\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}$ 的正定性特点完全等价。因此,我们很容易根据(2-7)式中的一种描述过程等价转换为另一种过程,本书更多时候会使用第二种描述方式,以便于数学上的推导和处理。

---

① 该模型亦可以称之为基于向量的一阶自回归过程,即基于向量 AR(1)的过程,本书第 9 章将该模型拓展到了向量 AR(p)情形。

2.2.1 跨期预测

根据过程(2-7)很容易列出任意一个信息变量的实际表达式如下：

$$y_{i,t+1} = b_{i0} + b_{i1}y_{1t} + b_{i2}y_{2t} + \cdots + b_{in}y_{nt} + f_{i1}e_{1,t+1} + f_{i2}e_{2,t+1} + \cdots + f_{im}e_{m,t+1} \tag{2-8}$$

其中，$i=1,2,3,\cdots,n$。

根据前面的定义很容易得到任一信息变量的提前1期的预测式如下：

$$E_t(y_{i,t+1}) = b_{i0} + b_{i1}y_{1t} + b_{i2}y_{2t} + b_{i3}y_{3t} + \cdots + b_{in}y_{nt} \tag{2-9}$$

其中，$i=1,2,3,\cdots,n$；$E_t(\cdot)$表示基于t时期末信息条件下的预期算子。

因此，任意信息变量y_i在提前1期预测的情形下，对应的未预期值为：

$$y_{i,t+1} - E_t(y_{i,t+1}) = f_{i1}e_{1,t+1} + f_{i2}e_{2,t+1} + \cdots + f_{im}e_{m,t+1} \tag{2-10}$$

根据过程(2-7)，可以列出提前1期预测情形下，信息向量($\boldsymbol{I}_{t+1}$)的预测式为：

$$E_t(\boldsymbol{I}_{t+1}) = \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{I}_t \tag{2-11}$$

相应地，提前1期预测情形下，未预期信息向量为：

$$\boldsymbol{I}_{t+1} - E_t(\boldsymbol{I}_{t+1}) = \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} = \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{e}_{t+1} = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1,t+1} \\ \vdots \\ e_{m,t+1} \end{bmatrix} \tag{2-12}$$

进一步，根据迭代预期原理，可以列出提前τ期($\tau=1,2,3,\cdots$)情形下，信息向量的预测式为：

$$E_t(\boldsymbol{I}_{t+\tau}) = \left(\sum_{i=1}^{\tau}\boldsymbol{\Omega}^{i-1}\right)\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Omega}^{\tau}\boldsymbol{I}_t \tag{2-13}$$

其中，笔者不妨规定方阵的零次幂等于单位矩阵，即$\boldsymbol{\Omega}^0=\boldsymbol{E}$。

在提前τ期预测情形下，未预期信息向量为：

$$\boldsymbol{I}_{t+\tau} - E_t(\boldsymbol{I}_{t+\tau}) = \sum_{i=1}^{\tau}\boldsymbol{\Omega}^{\tau-i}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{e}_{t+i} \tag{2-14}$$

基于(2-14)式，从t时期末来看，未来信息向量的协方差矩阵等于其未预测信息向量的协方差，因此有：

$$\mathrm{Cov}_t(\boldsymbol{I}_{t+\tau},\boldsymbol{I}_{t+\tau}) = \sum_{i=1}^{\tau}\boldsymbol{\Omega}^{\tau-i}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Omega}^{\tau-i})^{\mathrm{T}} \tag{2-15}$$

其中，$\mathrm{Cov}_t(\cdot,\cdot)$为基于$t$时期末条件下协方差函数，本文有时也简记为$\mathrm{Cov}(\cdot,\cdot)$。有关(2-15)式的推导请参见本章附录2A。

特别地，当$\tau=1$时，未预期信息向量的协方差矩阵为：

$$\mathrm{Cov}_t(\boldsymbol{I}_{t+1},\boldsymbol{I}_{t+1}) = \mathrm{Cov}_t[\boldsymbol{I}_{t+1} - E_t(\boldsymbol{I}_{t+1}),\boldsymbol{I}_{t+1} - E_t(\boldsymbol{I}_{t+1})]$$

$$= \boldsymbol{\Theta\Theta}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nm} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{1m} & \cdots & f_{nm} \end{bmatrix} \tag{2-16}$$

不妨记 $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Theta\Theta}^{\mathrm{T}}$，即：

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nm} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{1m} & \cdots & f_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \tag{2-17}$$

由于 $(\boldsymbol{\Theta\Theta}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\Theta\Theta}^{\mathrm{T}}$，因此，$\boldsymbol{\Sigma}$ 一定为对称矩阵，即：

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} = \sigma_{ji} &= \mathrm{Cov}_t(y_{i,t+1},y_{j,t+1}) \\ &= \mathrm{Cov}_t(f_{i1}e_{1,t+1} + f_{i2}e_{2,t+1} + \cdots + f_{im}e_{m,t+1}, f_{j1}e_{1,t+1} \\ &\quad + f_{j2}e_{2,t+1} + \cdots + f_{jm}e_{m,t+1}) \\ &= f_{i1}f_{j1} + f_{i2}f_{j2} + \cdots + f_{im}f_{jm} \end{aligned} \tag{2-18}$$

其中，$i = 1,2,3,\cdots,n$ 且 $j = 1,2,3,\cdots,n$。

特别地，当 $i = j$ 时，协方差 $\sigma_{ij} = \sigma_{ii}$ 也即为变量 $y_{i,t+1}$ 的方差，统计中通常使用符号 σ_i^2 或 $\mathrm{Var}(\cdot)$ 表示标量的方差（请注意 σ_i^2 的下脚标仅用 i 标注）。

$$\sigma_{ii} = \sigma_i^2 = \mathrm{Var}(y_{i,t+1}) = f_{i1}^2 + f_{i2}^2 + \cdots + f_{im}^2 \tag{2-19}$$

上述定义的矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 被称之为线性信息动态过程中信息向量或者残差向量的协方差矩阵，本书后面的大量研究中将会引用到该矩阵的相关性质。

2.2.2 同期预测

以上研究结论均是在跨期预期框架下进行的，即信息的预测至少提前一期进行。本节中，笔者将研究同期信息预测的相关问题，也许有人会有疑问，为何同期还存在信息预测的问题。至少有三点理由使得同期预测具有必要性：(1) 尽管从形式上看，信息动态过程中 $\boldsymbol{I}_t$ 的各分量均以同一时点（t）为下标，但是 $\boldsymbol{I}_t$ 的各分量对外披露时间可能有先后之分；(2) 由于信息的非对称性，同期信息向量（$\boldsymbol{I}_t$）中仅有部分信息分量被某外部主体观察到，因此，如何利用观察到的信息分量推断其他信息分量是一个有意思且很有现实性的问题；(3) 私有信息拥有者在对外披露信息中存在信息管理（类似于盈余管理的概念）的可能，这使得外部主体有通过观察披露信息去推导真实信息的必要。

首先假定某公司会计信息遵循过程(2-7)；不妨再假定在[$t,t+1$]中的某一