

21 世纪普通高等院校规划教材

GONGCHENG LIXUE
XITI JIEXI

工程力学 习题解析

陈国平 彭芸 主编



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

21 世纪普通高等院校规划教材

工程力学习题解析

陈国平 彭 芸 主编

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内 容 提 要

本书是与陈国平、陶俊林主编的《工程力学》(西南交通大学出版社 2009 年 8 月出版)相配套的学习辅导书。目的是帮助读者掌握《工程力学》各章的基本内容、基本公式和习题的基本求解方法,使读者牢固把握知识重点、理解知识难点,在学习的过程中提高分析解决问题的能力。本书各章均包括知识要点、解题步骤、习题详解 3 个部分的内容。知识要点主要归纳总结各章知识重点和难点;解题步骤主要讨论各章涉及计算问题的求解方法和解题技巧;习题详解则是对主教材的所有习题给出了详细解答。

本书既可作为学生学习工程力学的参考书,也可作为考研的复习用书、工程技术人员的自学用书和教师的教学参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学习题解析 / 陈国平, 彭芸主编. — 成都:
西南交通大学出版社, 2010.8
21 世纪普通高等院校规划教材
ISBN 978-7-5643-0811-7

I. ①工… II. ①陈… ②彭… III. ①工程力学—高等
学校—解题 IV. ①TB12-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 162054 号

21 世纪普通高等院校规划教材

工程力学习题解析

陈国平 彭芸 主编

*

责任编辑 孟苏成

封面设计 本格设计

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

成都蓉军广告印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 185 mm × 260 mm 印张: 18

字数: 450 千字

2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5643-0811-7

定价: 29.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本书是与陈国平、陶俊林主编的《工程力学》(21 世纪普通高等院校规划教材)(以下简称主教材)相配套的教学指导用书。该书的编写工作由西南科技大学土木工程与建筑学院的工程力学教研室承担。

本书与主教材的教学安排完全一致,共 14 章,静力学 3 章,动力学 2 章,材料力学 9 章。各章均由知识要点、解题步骤及习题详解 3 个部分组成。知识要点和解题步骤旨在使学生了解各章知识的重点和难点,掌握基本概念、基本公式和基本的解题方法,保证学生既能理解和掌握基础知识,又能熟悉解题技巧,提高综合运用能力。习题详解针对主教材的每道习题均给出了详细解答过程,解答重在解题思路的讨论,突出重点和难点,由浅至深,以便学生能更好地应用各章知识。

本书由西南科技大学的陈国平、张代全、彭芸、李朗、富裕、王怡月共同编写完成。其中张代全编写了第 1 章、第 2 章和第 3 章;彭芸编写了第 4 章、第 5 章和第 6 章;李朗编写了第 7 章、第 8 章和第 9 章;富裕编写了第 10 章、第 11 章、第 12 章;王怡月编写了第 13 章和第 14 章。本书的内容提要、前言以及全书的审稿、修改由彭芸和陈国平最后完成。陈国平老师在本书的编写和出版方面还做了大量的前期工作,提出了很多宝贵的建议。

本书参考了大量国内发行的同类教材,并已一一列于书后,另外本书的撰写还得到了西南科技大学力学教研室同事们的大力支持和帮助,在此一并致谢。

由于编写时间仓促及编者水平所限,书中难免有不当和欠妥之处,敬请读者批评指正。

编 者

2010 年 7 月

目 录

第 1 章 静力学的基本概念	1
1.1 知识要点	1
1.2 解题步骤	2
1.3 习题详解	2
第 2 章 平面力系	7
2.1 知识要点	7
2.2 解题步骤	8
2.3 习题详解	8
第 3 章 空间力学	21
3.1 知识要点	21
3.2 解题步骤	22
3.3 习题详解	22
第 4 章 轴向拉伸和压缩	37
4.1 知识要点	37
4.2 解题步骤	38
4.3 习题详解	39
第 5 章 剪切和挤压	60
5.1 知识要点	60
5.2 解题步骤	61
5.3 习题详解	62
第 6 章 扭 转	75
6.1 知识要点	75
6.2 解题步骤	76
6.3 习题详解	77
第 7 章 弯曲内力	96
7.1 知识要点	96
7.2 解题步骤	98
7.3 习题详解	99

第 8 章 弯曲应力	125
8.1 知识要点	125
8.2 解题步骤	129
8.3 习题详解	129
第 9 章 弯曲变形	148
9.1 知识要点	148
9.2 解题步骤	150
9.3 习题详解	151
第 10 章 应力状态与强度理论	185
10.1 知识要点	185
10.2 解题步骤	186
10.3 习题详解	186
第 11 章 组合变形	202
11.1 知识要点	202
11.2 解题步骤	202
11.3 习题详解	202
第 12 章 压杆稳定	220
12.1 知识要点	220
12.2 解题步骤	220
12.3 习题详解	221
第 13 章 动力学基本定理	234
13.1 知识要点	234
13.2 解题步骤	240
13.3 习题详解	241
第 14 章 动静法	265
14.1 知识要点	265
14.2 解题步骤	266
14.3 习题详解	267
参考文献	282

第 1 章 静力学的基本概念

1.1 知识要点

1. 本章研究对象和研究内容

(1) 研究对象 —— 刚体及刚体系统。

(2) 研究内容 —— 理解基本概念，重点掌握静力学公理及其推理、常见约束类型和约束力方向、受力分析。

2. 基本概念

力：物体间的相互作用；力是矢量。对一般物体而言，力是定位矢量；对刚体而言，力是滑移矢量。

刚体：受力不变形的物体。

约束：物体与物体之间接触和连接方式的简化模型，约束的作用是对与之连接物体的运动施加一定的限制条件。

约束力：约束与被约束物体之间的相互作用力。

平衡：刚体相对惯性系静止或作匀速直线平移。

3. 静力学公理及其推理

(1) 二力平衡公理：作用在刚体上的二力使刚体平衡的充要条件是：大小相等、方向相反、作用在一条直线上。

(2) 加减平衡力系公理：在作用于刚体的已知力系中加上或减去任何平衡力系，并不改变原力系对刚体的效应。

(3) 力的平行四边形法则：作用于物体上某一点的两力，可以合成为一个合力，合力亦作用于该点上，合力的大小和方向可由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定。

(4) 作用力与反作用力定律：两物体间的相互作用力总是大小相等、方向相反，沿同一直线，分别作用在两个物体上。

(5) 刚化原理：若将处于平衡状态的变形体刚化为刚体，则平衡状态保持不变。

4. 常见约束类型和约束力方向

(1) 柔性约束：由链条、绳索等柔软的、不可伸长的、不计重量的柔性连接物体构成的约束。

约束力方向：沿着绳索，背离物体，是拉力。

(2) 光滑接触面约束：两物体直接接触，不计接触处摩擦而构成的约束。

约束力方向：沿过接触点的公法线而指向物体，是压力。

(3) 光滑铰链约束：两个构件钻有同样大小的圆孔，并用与圆孔直径相同的光滑销钉连接而构成的约束。

约束力方向：过轴心，垂直于轴，方向不变，通常用正交合力表示。

(4) 辊轴支座：铰支座用几个辊轴支承在光滑的支承上，它是光滑接触面约束和光滑铰链约束的复合。

约束力方向：垂直于支承面，指向铰支。

(5) 其他。

1.2 解题步骤

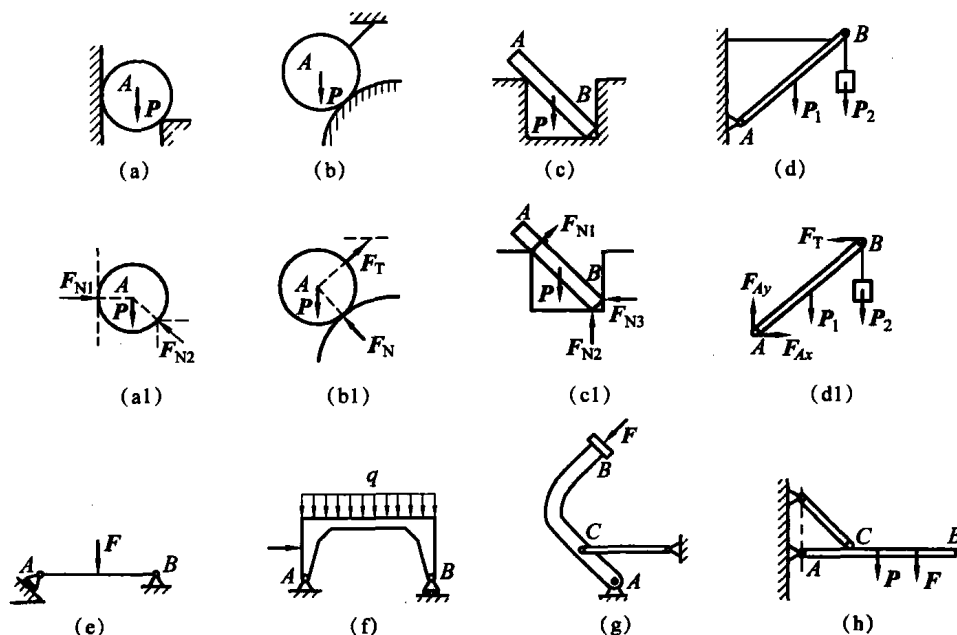
受力分析的要领是选择合适的研究对象，正确分析约束和约束力，画出受力图。受力分析过程中要区分内力和外力，正确应用作用与反作用定律。具体步骤如下：

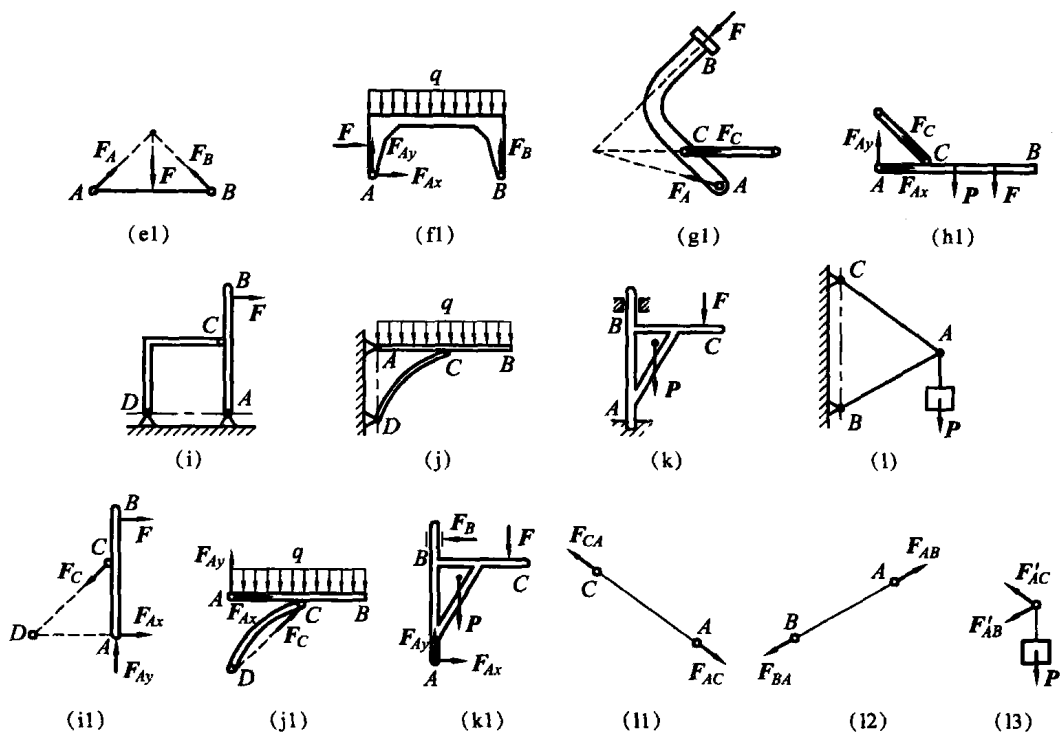
- (1) 选定合适的研究对象，确定分离体。
- (2) 画出所有作用在分离体上的主动力（一般皆为已知力）。
- (3) 在分离体的所有约束处，根据约束的性质画出约束力。

1.3 习题详解

1.1 画出各图中物体 A , ABC 或构件 AB , AC 的受力图。未画重力的各物体的重力不计，所有接触面均为光滑接触。

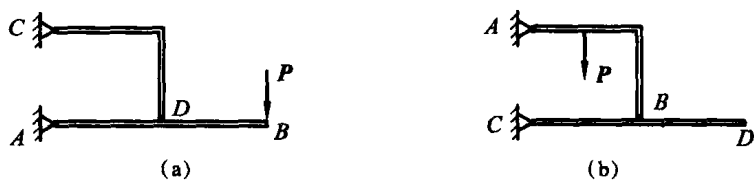
解：各取分离体进行受力分析，如题 1.1 图所示。





题 1.1 图

1.2 画出图中杆件 AB 的受力图。



题 1.2 图

解：对于题 1.2 图 (a)、题 1.2 图 (b) 都很明显， CD 杆是二力构件，先画 CD 的受力图，然后画 AB 的受力图， AB 的受力图有 2 种画法，如下图所示，其中图 a3 和图 b3 用了三力平衡汇交原理。

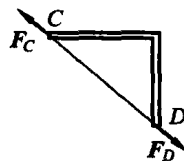


图 a1

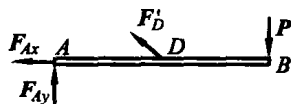


图 a2

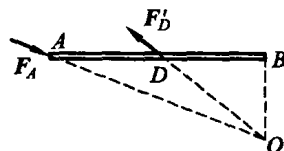


图 a3



图 b1

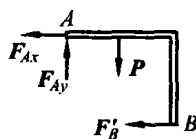


图 b2

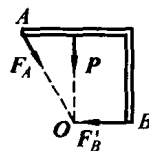
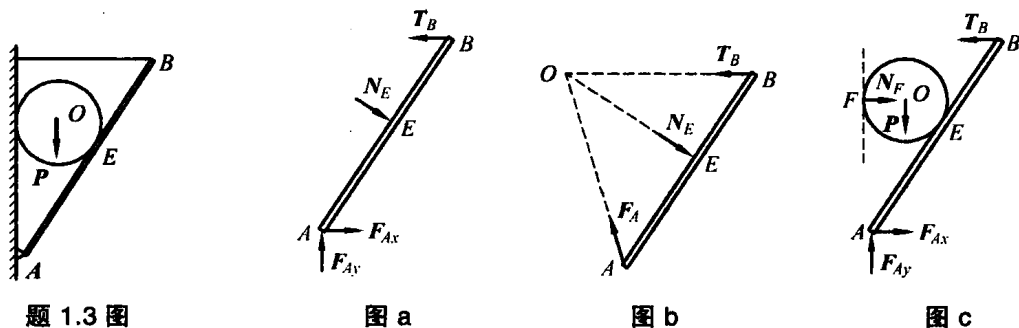


图 b3

1.3 画图中杆 AB 及系统的受力图，各接触面均为光滑面。

解：图 a、图 b 是杆 AB 的受力图，其中图 b 考虑了三力平衡汇交原理，图 c 是系统受力图。



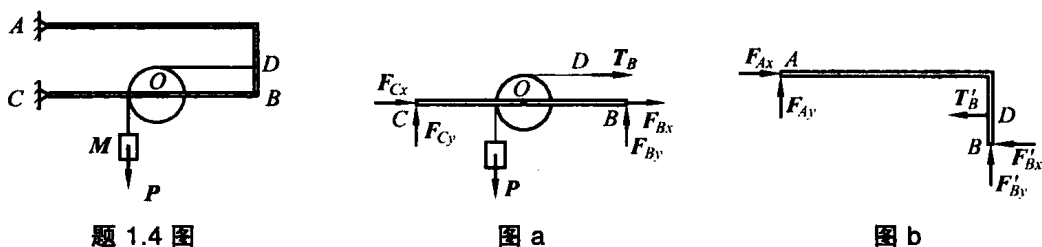
题 1.3 图

图 a

图 b

图 c

1.4 图中，试以杆 BC 、轮 O 、绳索及重物 M 作为分离体，画此系统的受力图。再画杆 AB 的受力图。



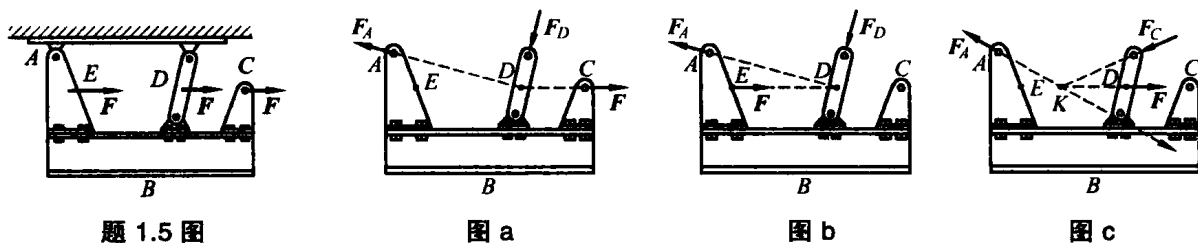
题 1.4 图

图 a

图 b

解：杆 BC 、轮 O 、绳索及重物 M 组成的系统，受力如图 a 所示；杆 AB 的受力如图 b 所示。

1.5 图中刚性构件 ABC 由销钉 A 和拉杆 D 所悬挂，在构件的 C 点作用有一水平力 F 。如果将力 F 沿其作用线移至 D 点或 E 点处，如图所示，请问是否会改变销钉 A 和 D 杆的受力？



题 1.5 图

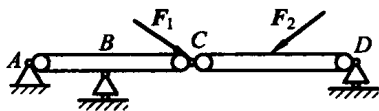
图 a

图 b

图 c

解：因为在同一刚体上，力顺着作用线平移不会改变作用效果，所以力 F 沿其作用线移至 E 点处，不会改变销钉 A 和 D 杆的受力，如图 a、图 b 所示；但当力 F 作用于 D 点处时，会改变销钉 A 和 D 杆的受力，如图 c 所示。

1.6 试画出图中连续梁 AC 和 CD 梁的受力图。

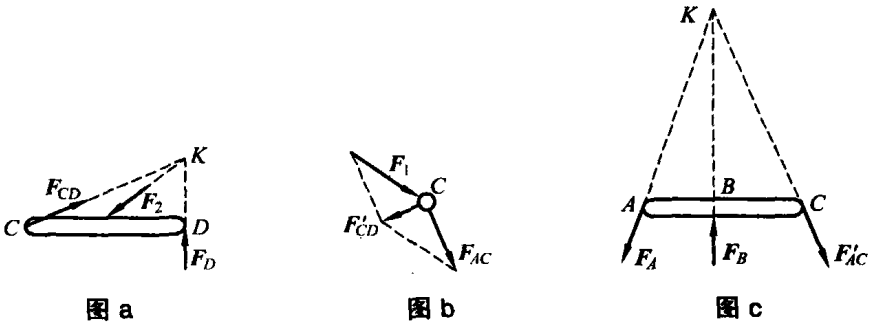


题 1.6 图

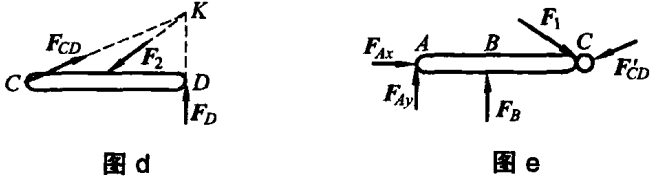
解：如图所示， F_1 作用在中间铰 C 上，那么画 AC 和 CD 梁的受力图时，有 2 种画法，

一种是把铰 C 分离出来单独分析, 另外一种是把铰 C 和其中一个梁看成一个整体来分析, 但 2 种方法都要先分析 CD 梁, 因为它的受力相对简单些。

第一种方法: 分离铰 C 。步骤是先分析梁 CD , 再分析铰 C , 最后分析梁 AB , 如图 a、b、c 所示。



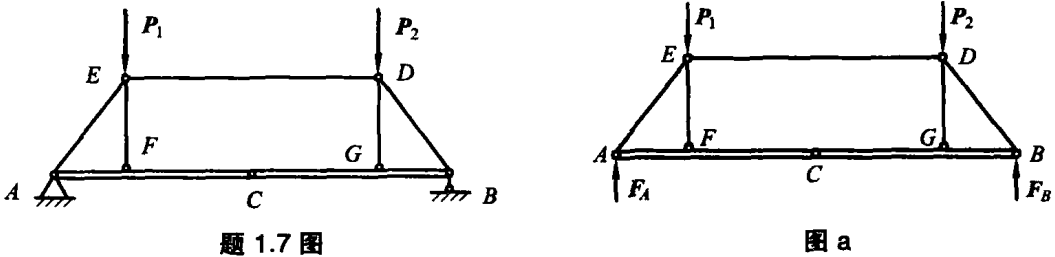
第二种方法: 不分离铰 C , 把铰 C 和 AC 梁一起分析, 如图 d、e 所示。



1.7 按图中给定的结构和载荷, 试画:

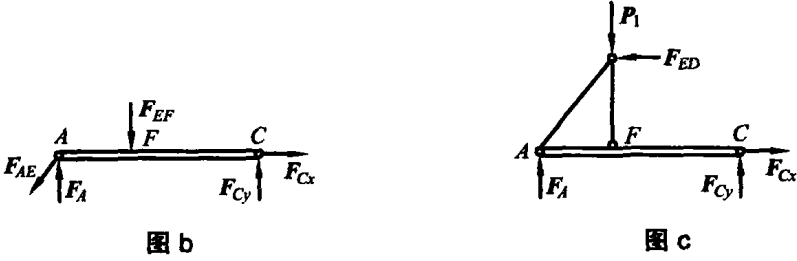
- (1) 结构整体的受力图。
- (2) 杆 AC 的受力图
- (3) 由杆 AC , AE , EF 所组成的系统的受力图。

解: (1) 整体受力如图 a 所示。



(2) 如果把每个铰节点分离出来, 则杆 ED 、 AE 、 EF 、 DB 、 GD 都是二力杆。 AC 的受力图如图 b 所示。

(3) 杆 AC 、 AE 、 EF 所组成的系统受力图如图 c 所示。

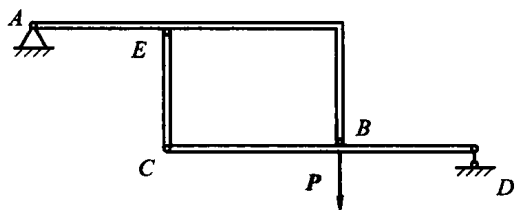


1.8 按图中给定的结构和载荷，试画：

(1) 结构整体的受力图。

(2) 杆 AB 的受力图。

(3) 杆 CD 的受力图。



题 1.8 图

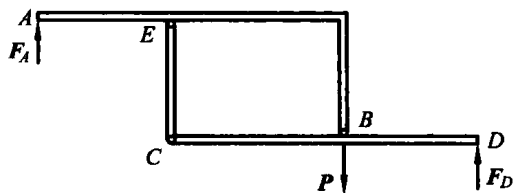


图 a

解：(1) 整体的受力如图 a 所示。

(2) 因为杆 EC 为二力杆，所以 E 处受力应该在竖直方向，所以 AB 杆受力如图 b 所示。

(3) 杆 CD 的受力如图 c 所示。

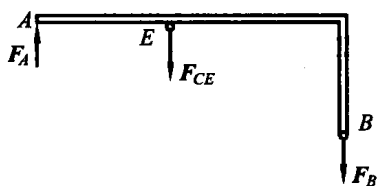


图 b

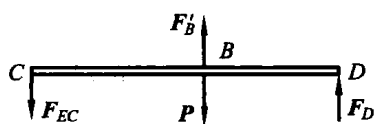


图 c

第 2 章 平面力系

2.1 知识要点

1. 本章研究对象和研究内容

- (1) 研究对象 —— 刚体及刚体系统。
- (2) 研究内容 —— 理解基本概念，重点掌握平面力系的平衡方程及其应用。

2. 基本概念及定理

力偶：两力大小相等，方向相反且不共线的平行力组成的力系，称为力偶，记作 (F, F') 。

力偶矩：力偶对物体的转动效应可用力偶矩来度量，它的大小为力偶中两个力对其作用面内某点的矩的代数和，其值等于力与力偶臂的乘积即 Fd ，与矩心位置无关。

平面汇交力系平衡的充要几何条件：力多边形自行封闭。

平面力偶系平衡的充要条件是：所有各力偶矩的代数和等于零。

平面任意力系平衡的充要条件：力系的主矢和主矩都等于零。

合力矩定理：平面汇交力系的合力对平面内任一点的矩，等于所有各分力对同一点的矩的代数和。

力的平移定理：可以把作用于刚体上的力平行移到刚体内任意一点，欲不改变它对刚体的作用效应，必须同时附加一个力偶，附加力偶的力偶矩等于原力对新的作用点之矩。

3. 平面力系平衡方程

平面一般力系的平衡方程：

一矩式	二矩式	三矩式
$\sum X = 0$	$\sum X = 0$	$\sum m_A(\bar{F}) = 0$
$\sum Y = 0$	$\sum m_A(\bar{F}) = 0$	$\sum m_B(\bar{F}) = 0$
$\sum m_O(\bar{F}) = 0$	$\sum m_B(\bar{F}) = 0$	$\sum m_C(\bar{F}) = 0$
	$A, B \text{ 连线不垂直于 } x \text{ 轴}$	$A, B, C \text{ 不共线}$

平面平行力系的平衡方程：

$\sum X \equiv 0$	成为恒等式	
一矩式	二矩式	
$\sum Y = 0$	$\sum m_A(\bar{F}) = 0$	$\bar{AB}$ 连线不平行于力线
$\sum m_A(\bar{F}) = 0$	$\sum m_B(\bar{F}) = 0$	

平面汇交力系的平衡方程：

因 $\sum m_A(\bar{F}) = 0$ 成为恒等式，故

$$\sum X = 0$$

$$\sum Y = 0$$

平面力偶系的平衡方程：

$$\sum m_i = 0$$

2.2 解题步骤

1. 解题步骤与技巧

解题步骤：

- (1) 选研究对象。
- (2) 画受力图（受力分析）。
- (3) 选坐标、取矩点、列平衡方程。
- (4) 解方程求出未知数。

解题技巧：

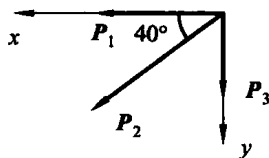
- (1) 选坐标轴最好是未知力垂直于投影轴。
- (2) 取矩点最好选在未知力的交叉点上。
- (3) 充分发挥二力杆的直观性。
- (4) 灵活使用合力矩定理。

2. 注意事项

- (1) 画整体受力图；若只有三个未知数（或有两个未知数可以求解出来）则首先以整体为研究对象。
- (2) 画每个局部的受力图；优先以只有三个未知数的局部为研究对象。
- (3) 解题时，力的指向可以任意设，如果求出负值，说明力的指向与假设相反。
- (4) 对于二力构件，一般先设为拉力，如果求出负值，说明物体受压力。

2.3 习题详解

2.1 平面汇交力系如图所示。已知 $P_1 = 2 \text{ kN}$ ， $P_2 = 2.5 \text{ kN}$ ， $P_3 = 1.5 \text{ kN}$ ，求力系合力。



题 2.1 图

解：解析法求解。按照已知坐标系，先求汇交力系的合力大小：

$$\sum F_x = F_1 + F_2 \cdot \cos 40^\circ = 2 + 2.5 \times 0.766 \approx 3.915 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = F_3 + F_2 \cdot \sin 40^\circ = 1.5 + 2.5 \times 0.643 \approx 3.11 \text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = \sqrt{3.915^2 + 3.11^2} \approx 5 \text{ kN}$$

合力与 x 轴的夹角： $\angle(F_R, x) = \arccos\left(\frac{\sum F_x}{F_R}\right) = \arccos\left(\frac{3.915}{5}\right) \approx 38.2^\circ$

2.2 平面汇交力系如图所示。已知 $F_1=600 \text{ N}$, $F_2=300 \text{ N}$, $F_3=400 \text{ N}$, 求力系合力。

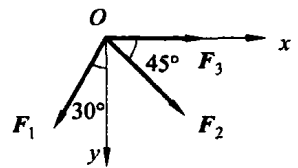
解：解析法求解。按照已知坐标系，先求汇交力系的合力大小：

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -F_1 \cdot \sin 30^\circ + F_2 \cdot \cos 45^\circ + F_3 \\ &= -600 \times 0.5 + 300 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 400 \approx 312 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= F_1 \cos 30^\circ + F_2 \cdot \sin 45^\circ \\ &= 600 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 300 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 731.7 \text{ N} \end{aligned}$$

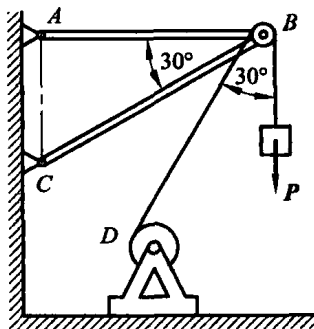
$$F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = \sqrt{312.1^2 + 731.7^2} = 795 \text{ N}$$

合力与 x 轴的夹角： $\angle(F_R, x) = \arccos\left(\frac{\sum F_x}{F_R}\right) = \arccos\left(\frac{312}{795}\right) \approx 66.9^\circ$



题 2.2 图

2.3 物体重 $P=20 \text{ kN}$, 用绳子挂在支架的滑轮 B 上, 绳子的另一端接在铰 D 上, 如图所示。转动铰, 物体便能升起。设滑轮的大小、 AB 与 CB 杆自重及摩擦略去不计, A, B, C 三处均为铰链连接。当物体处于平衡状态时, 求拉杆 AB 和支杆 CB 所受的力。



题 2.3 图

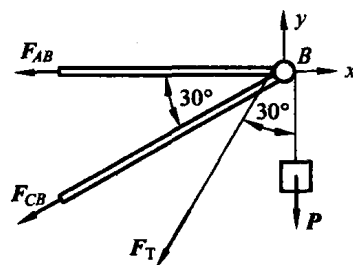


图 a

解：取支架、滑轮及重物为研究对象，画受力图，如图 a 所示。

选取直角坐标系 Bxy , 建立平衡方程

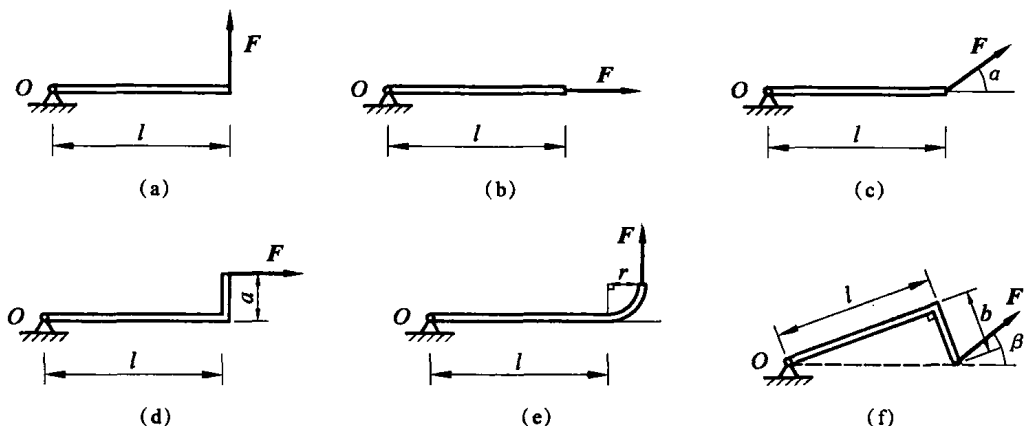
$$\sum F_x = 0, -F_{AB} - F_{BC} \cos 30^\circ - F_T \sin 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0, -F_{BC} \sin 30^\circ - F_T \cos 30^\circ - P = 0 \quad (2)$$

由于 $F_T = P = 20 \text{ kN}$, 将 F_T, W 代入方程 (1), (2) 得

$$F_{AB} = 54.6 \text{ kN (拉力)}, F_{BC} = -74.6 \text{ kN (压力)}$$

2.4 如图所示, 试计算图中 F 对点 O 之矩。



题 2.4 图

解: 取逆时针方向为正, 力 F 对 O 点之矩等于力的大小乘以力臂之积。

题 2.4 图 (a): $M_O(F) = F \cdot l = Fl$

题 2.4 图 (b): $M_O(F) = F \cdot 0 = 0$

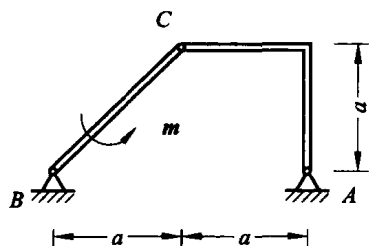
题 2.4 图 (c): $M_O(F) = F \sin \alpha \cdot l + F \cos \alpha \cdot 0 = Fl \sin \alpha$

题 2.4 图 (d): $M_O(F) = -F \cdot a = -Fa$

题 2.4 图 (e): $M_O(F) = F \cdot (l + r) = Fl + Fr$

题 2.4 图 (f): $M_O(F) = F \sin \beta \cdot \sqrt{l^2 + b^2} + F \cos \beta \cdot 0 = F \sin \beta \cdot \sqrt{l^2 + b^2}$

2.5 图所示结构受力偶矩为 m 的力偶作用, 求支座 A 的约束力。



题 2.5 图

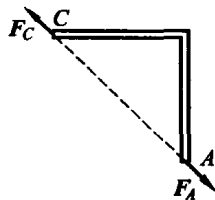


图 a

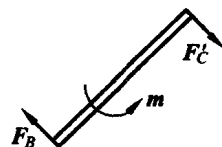


图 b

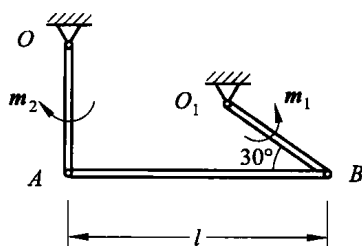
解: 可以看出, AC 是二力构件, AC 和 BC 的受力图分别如图 a、b 所示, 由受力图可以得到 $F_A = F_C = F_B$;

由图 b 可以列平面力偶系平衡方程:

$$\sum M = m - F_B \cdot \sqrt{2}a = 0$$

解之得 $F_B = \frac{\sqrt{2}m}{2a}$, 所以 A 处的支座反力 $F_A = F_B = \frac{\sqrt{2}m}{2a}$ 。

2.6 图所示机构中的曲柄 OA 和 O_1B 上各自作用一已知的力偶, 使机构处于平衡状态。设 $O_1B = r$, 求支座 O_1 的约束力及曲柄 OA 的长度。



题 2.6 图

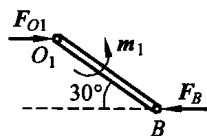


图 a

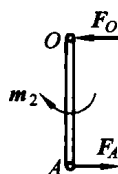


图 b

解：由题意可知， AB 杆是二力杆，受力必然在水平方向，则 O_1B 杆和 OA 杆的受力图如图 a、b 所示。

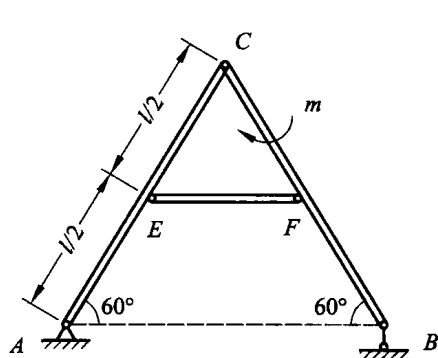
由图 a 可以列平面力偶系平衡方程 $\sum M = m_1 - F_{O_1} \cdot r \cdot \sin 30^\circ = 0$

解之可得 $F_{O_1} = \frac{2m_1}{r}$ ，所以 $F_A = F_B = F_{O_1} = \frac{2m_1}{r}$ 。

同理，由图 b 可以列平面力偶系平衡方程 $\sum M = F_A \cdot \overline{OA} - m_2 = 0$

解之可得 $\overline{OA} = \frac{rm_2}{2m_1}$

2.7 图所示结构受给定力偶的作用。求支座 A 和铰 C 的约束力。



题 2.7 图

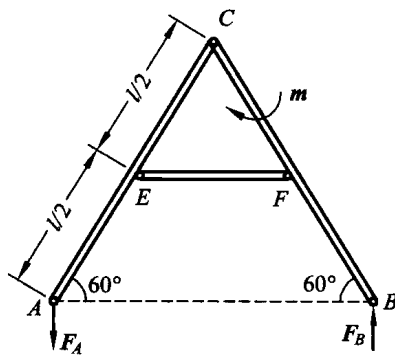


图 a

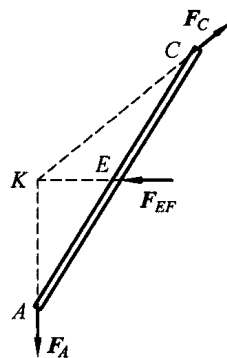


图 b

解：先对整体进行分析，受力图如图 a 所示，列平面力偶系平衡方程

$$\sum M = F_A \cdot l - m = 0$$

解之可得

$$F_A = \frac{m}{l} \quad (1)$$

再对杆 AC 分析，由于杆 EF 是二力杆，其受力方向必在水平方向，所以杆 AC 的受力图如图 b 所示，列平衡方程

$$F_C \cdot \sin \angle CKE - F_A = 0 \quad (2)$$

分析三角形 CKE，其中 $CE = \frac{l}{2}$ ， $KE = \frac{l}{4}$ ， $\angle CEK = 120^\circ$ ，由余弦定理得

$$CK = \sqrt{CE^2 + KE^2 - 2CE \cdot KE \cdot \cos \angle CEK} = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{4}\right)^2 - 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} \cdot (-0.5)} = \frac{\sqrt{7}}{4}l$$