河南省普通高中新课程

高考复习指导

HENANSHENG PUTONGGAOZHONG XINKECHENG GAOKAOFUXI ZHIDAO

河南省基础教育教学研究室 编

数学（理）

SHUXUE

大象出版社

河南省普通高中新课程

高考复习指导

HENANSHENG
PUTONGGAOZHONG
XINKECHENG
GAOKAOFUXI
ZHIDAO

河南省基础教育教学研究室　编

数学（理）

SHUXUE

大象出版社

图书在版编目(CIP)数据

河南省普通高中新课程高考复习指导.数学(理)/河南省基础教育教学研究室编.—郑州:大象出版社,2010.6
ISBN 978-7-5347-5884-3

Ⅰ.①河… Ⅱ.①河… Ⅲ.①数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 094928 号

本书编者

主　编:张海营
副主编:骆传枢　张海营　刘志凤　曹四清　李忠义　丁仲荐　张金领　胡家谷　赵小强　肖赵丽　陈　刚　孙士放
编　者:骆传枢　张海营　刘志凤　曹四清　李忠义　丁仲荐　张金领　胡家谷　赵小强　肖赵丽　陈　刚　孙士放　王新峰　袁全超　芦国贤　陈　晓　焦金安　杨要理　于现峰　王　艳　郭景兰　李同喜　关仲卿　陶业强　范洪军　李振森

河南省普通高中新课程高考复习指导　数学(理)
河南省基础教育教学研究室　编

责任编辑　王世栋
文字编辑　王世栋
责任校对　钟　骄
封面设计　刘　民
出　　版　大象出版社(郑州市经七路25号　邮政编码450002)
网　　址　www.daxiang.cn
发　　行　河南省新华书店
印　　刷　河南新华印刷集团有限公司
版　　次　2010年6月第1版　　2010年6月第1次印刷
开　　本　890×1240　1/16
印　　张　24
字　　数　1033千字
定　　价　38.50元
若发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。
印厂地址　郑州市经五路12号
邮政编码　450002　　　电话　(0371)65957860-351

编写说明

2011年，河南省将进行高中新课程后的首次高考。为了新课程实验在我省的顺利实施，为了更好地服务于河南考生，河南省基础教育教学研究室和大象出版社在深入调研、充分论证的基础上，组织开发了“河南省普通高中新课程高考复习指导”丛书。这套丛书将于2010年秋季开始在全省推广使用。

遵循推进课改、服务于河南考生的原则，由省内外教研专家和高中一线名师倾力打造的“河南省普通高中新课程高考复习指导”丛书具有以下特色：权威性——汇集省内外优秀教研专家组织编写，成书后又组织资深专家进行评审；针对性——瞄准高考，明确考试大纲的要求和高考命题规律，把握高考的脉动，提高复习的有效性；高效性——杜绝题海战术，精选经典习题，保证高质量、高效率的训练；适用性——丛书的训练内容分层设置，梯度合理，适合考生复习。

本丛书设置的主要栏目有：

考点点击　明确考试大纲，了解复习目标，指引复习方向。

知识梳理　使知识条理化、网络化，引领学生梳理总结所学知识，这些知识对新高考考点有较强的针对性。

要点突破　专家针对考纲中的考点，提炼解析重点、难点、易混点；通过典例分析，指导学生掌握解题技巧、方法、规律。

达标训练　通过经典习题训练，巩固考纲要求掌握的知识。

专题测试　通过综合性的训练，促进学生对本专题知识的全面掌握。

习题详解点拨　对习题提供详尽的答案和解题思路。

本套丛书包括语文、数学（文科、理科）、英语、物理、化学、历史、地理、生物、思想政治九个学科，共有十本书，按照考试大纲编写，适合各种版本教材使用。

祝考生梦想成真，开启人生灿烂的新篇章！

河南省基础教育教学研究室

目录 CONTENTS

CONTENTS

专题一　集合与常用逻辑用语

考点点击

1. 集合

(1)集合的含义与表示

①了解集合的含义、元素与集合的属于关系.

②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

(2)集合间的基本关系

①理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

②在具体情境中,了解全集与空集的含义.

(3)集合的基本运算

①理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

②理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

③能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算.

2. 常用逻辑用语

(1)命题及其关系

①理解命题的概念.

②了解“若 p,则 q”形式的命题及其逆命题、否命题与逆否命题,会分析四种命题的相互关系.

③理解必要条件、充分条件与充要条件的意义.

(2)简单的逻辑联结词

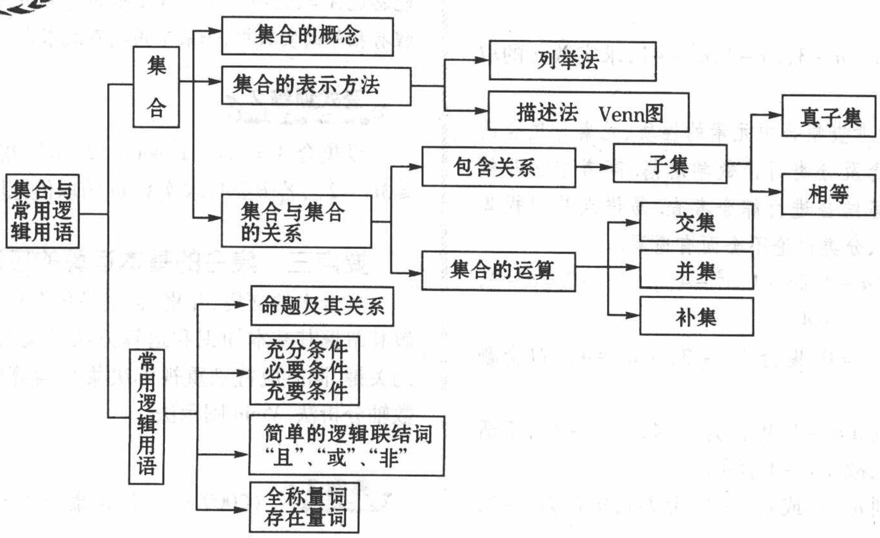
了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义.

(3)全称量词与存在量词

①理解全称量词与存在量词的意义.

②能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

知识通览



第1讲　集合及其基本运算

知识梳理

1. 对于一个给定的集合,任何一个对象或者是这个集合的元素或者不是它的元素,称为集合中元素的__________;相同的对象归入任何一个集合时,只能算这个集合的一个元素,称为集合中元素的__________;在一个集合中,通常不考虑元素之间的顺序,称为集合中元素的______________.

2. 请你用自然语言、列举法、描述法各举一例表示集合:____.

3. 如果两个集合 A,B 满足 $A\subseteq B$,且 $B\subseteq A$,则称__________________,记作 $A=B$.

4. 如果两个集合 A,B 满足 $A\subseteq B$,但存在____________________,我们称集合 A 是集合 B 的真子集.

5. 并集的性质:

(1)__________________;(2)__________________;(3)__________________;(4)__________________.

交集的性质:

(1)__________________;(2)__________________;(3)__________________;(4)__________________.

6. Venn 图表示集合 $A\cap B$ 如________、________、________、________、________;Venn 图表示集合 $A\cup B$ 如________、________、________、________、________.

7. 当一个集合有 n 个元素时,其子集个数为________,真子集个数为________,非空真子集个数为________.

要点突破

要点一　集合的概念、集合的元素性质的应用

正确理解集合的概念必须掌握构成集合的两个要素:元素是具体的,其属性是确定的;在判定一些个体是否构成集合,或者说是否是集合的元素时,明确集合的元素的"互异性、确定性、无序性"是非常重要的.

典例1　若 $-3\in\{a-3,2a-1,a^2-4\}$,求实数 a 的取值.

【考点解析】本题考查集合中元素的性质、元素与集合的属于关系、集合的概念及分类讨论数学思想. 高考中常与解方程、求参数的范围等结合进行综合考查. 易错点是忽视集合的元素性质的应用、分类讨论不全面有遗漏.

【解】$\because\ -3\in\{a-3,2a-1,a^2-4\}$,$\therefore\ -3=a-3$,或 $-3=2a-1$,或 $-3=a^2-4$.

若 $-3=a-3$,则 $a=0$,集合为 $\{-3,-1,-4\}$,符合题意.

若 $-3=2a-1$,则 $a=-1$,集合为 $\{-4,-3,-3\}$,不适合集合元素的互异性,故 $a=-1$ 舍去.

若 $-3=a^2-4$,则 $a=1$,或 $a=-1$(舍去),集合为 $\{-2,1,-3\}$,符合题意.

综上知,$a=0$ 或 $a=1$.

【方法技巧】本题重点考查集合元素的确定性、互异性,利用确定性可解出所有可能的 a 值,再根据互异性对集合进行检验,这一点必须引起足够的重视. 做此类题应注意集合的元素的性质、分类讨论数学思想的应用.

变式训练1

(1)下面有四个命题:

①集合 $\mathbf{N}$ 中最小的数是1;②若 $-a$ 不属于 $\mathbf{N}$,则 a 属于 $\mathbf{N}$;③若 $a\in\mathbf{N},b\in\mathbf{N}$,则 $a+b$ 的最小值为2;④$x^2+1=2x$ 的解可表示为 $\{1,1\}$.

其中正确命题的个数为　　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

(2)已知集合 $A=\left\{x\in\mathbf{N}\,\middle|\,\frac{8}{6-x}\in\mathbf{N}\right\}$,试用列举法表示集合 A.

要点二　集合间关系的应用

集合间的关系在高考中常以了解、理解的层次出现在容易题、中等难度题中. 理解集合之间的包含与相等的含义,并能识别子集、真子集、集合相等是集合间关系的应用的基础.

典例2　已知集合 $A=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$,$B=\{x|x^2+4x=0\}$,若 $A\subseteq B$,求实数 a 的范围.

【考点解析】本题考查子集概念及集合间的包含关系、一元二次方程的根的讨论.

【解】由 $x^2+4x=0$ 得 $B=\{0,-4\}$. 由 $A\subseteq B$,讨论如下:

(1)若 $A=\varnothing$,则 $\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$,得 $a<-1$.

(2)若 $A\neq\varnothing$,则 $A=\{0\}$ 或 $A=\{-4\}$ 或 $A=\{0,-4\}$.

当 $0\in A$ 时,得 $a=\pm1$;当 $-4\in A$ 时,得 $a=1$ 或 $a=7$,但当 $a=7$ 时,$A=\{-4,-12\}$,不合题意. 故由(1)(2)得实数 a 的范围是 $\{a|a\leqslant-1$ 或 $a=1\}$.

【方法技巧】本题求解中,要首先确定集合 B,当集合 B 求出以后,再对集合 A 的各种情况即对方程的根的情况进行讨论. 不能忽视 $A=\varnothing$,即 A 中方程无根的情况;A 中只有一个元素,即方程有相等的实数根,如果不用判别式求出,需进行检验.

变式训练2

设集合 $A=\{x|-x^2+x+12\geqslant0\}$,集合 $B=\{x|m-1\leqslant x\leqslant3m-2\}$,若 $B\subseteq A$,求实数 m 的取值范围.

要点三　集合的基本运算的应用

集合中的交集、并集、补集是集合运算中的基本运算,理解和掌握其基本知识和运算方法是集合的基本运算的应用的关键. 同时应特别重视解决集合运算问题的两种通法,即数轴分析法、Venn 图示法.

典例3　(2009·全国)设集合 $A=\{4,5,7,9\}$,$B=\{3,$

$4,7,8,9\}$，全集 $U=A\cup B$，则集合 $\complement_U(A\cap B)$ 中的元素共有 （　　）

A. 3 个　　B. 4 个　　C. 5 个　　D. 6 个

【考点解析】本题同时考查了集合的交集、并集、补集三种运算.

【答案】$A\cup B=\{3,4,5,7,8,9\}$，$A\cap B=\{4,7,9\}$，所以 $\complement_U(A\cap B)=\{3,5,8\}$. 故答案为 A.

【方法技巧】用列举法或 Venn 图示法或用摩根律：$\complement_U(A\cap B)=(\complement_UA)\cup(\complement_UB)$.

变式训练 3

已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，且 $(\complement_UA)\cap B=\{1,9\}$，$A\cap B=\{2\}$，$(\complement_UA)\cap(\complement_UB)=\{4,6,8\}$，求集合 A,B.

要点四　集合及集合的基本运算的综合应用

典例 4　已知集合 $A=\{x|-2<x<-1$ 或 $x>0\}$，$B=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$，满足 $A\cap B=\{x|0<x\leqslant 2\}$，$A\cup B=\{x|x>-2\}$，求 a,b 的值.

【考点解析】本题主要考查集合的交集、并集的定义和数集之间的运算及不等式的解法.

【解】将集合 $A,A\cap B,A\cup B$ 分别在数轴上表示，如图 1.1－1所示，

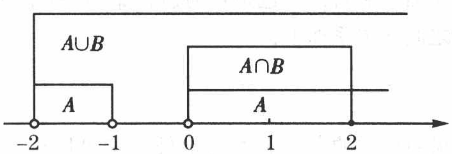


图 1.1－1

由 $A\cap B=\{x|0<x\leqslant 2\}$，知 $b=2$ 且 $-1\leqslant a\leqslant 0$.　①

由 $A\cup B=\{x|x>-2\}$，知 $-2<a\leqslant -1$.　②

综合①②知 $a=-1,b=2$.

【方法技巧】熟悉集合的交集与并集的含义，掌握在数轴上表示集合的交集与并集的方法，数形结合综合应用是解决此类题的关键.

变式训练 4

设全集为 U，集合 A,B 满足 $A\cup B\subseteq U$，则下列集合中，一定为空集的是 （　　）

A. $A\cap(\complement_UA)$　　B. $B\cap(\complement_UA)$

C. $(\complement_UB)\cap(\complement_UA)$　　D. $A\cap B$

典例 5　已知集合 $A=\{x|x^2-4x+3=0\}$，$B=\{x|x^2-2(a-1)x+(a-1)^2=0\}$，$C=\{x|x^2-mx+1=0\}$，且 $A\cup B=A$，$A\cap C=C$，求 a,m 的值或取值范围.

【考点解析】本题考查集合 A 与 B、A 与 C 之间的关系及对一元二次方程的根的分类讨论.

【解】$A=\{1,3\}$，$B=\{x|[x-(a-1)]^2=0\}$.

$\because\ A\cup B=A$，$\therefore\ B\subseteq A$. $\therefore\ a-1=3$ 或 $a-1=1$.

$\therefore\ a=4$ 或 $a=2$.

$\because\ A\cap C=C$，$\therefore\ C\subseteq A$.

若 $C=\varnothing$，则 $\Delta=m^2-4<0$，$\therefore\ -2<m<2$.

若 $1\in C$，则 $1^2-m+1=0$，$\therefore\ m=2$，此时 $C=\{1\}$，$A\cap C=C$.

若 $3\in C$，则 $9-3m+1=0$，$\therefore\ m=\dfrac{10}{3}$，此时 $C=\left\{3,\dfrac{1}{3}\right\}\not\subseteq A$，$\therefore\ m\neq\dfrac{10}{3}$.

综上所述，$a=2$ 或 $a=4$，m 的取值范围是 $\{m|-2<m\leqslant 2\}$.

【方法技巧】先求出集合 A，由 $A\cup B=A\Rightarrow B\subseteq A$，由 $A\cap C=C\Rightarrow C\subseteq A$，然后根据方程根的情况分类讨论.

变式训练 5

已知集合 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$，当 a 取何实数时，$A\cap B\neq\varnothing$ 与 $A\cap C=\varnothing$ 同时成立？

达标训练 ……

A 级

1. 有下列四组对象，能构成集合的是 （　　）

A. 中国有名的大学　　B. 中国的著名科学家

C. 中国的小河流　　D. 中国的四大发明

2. (2010・宁夏)已知集合 $A=\{x||x|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|\sqrt{x}\leqslant 4,x\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B$ 等于 （　　）

A. $(0,2)$　　B. $[0,2]$

C. $\{0,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

3. 设集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x\leqslant -1$ 或 $x>3\}$，则 $A\cup B$ 等于 （　　）

A. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$　　B. $\{x|x\leqslant 3\}$

C. $\{x|x\leqslant -2$ 或 $x>3\}$　　D. $\{x|x\leqslant 2$ 或 $x>3\}$

4. 已知全集 $U=\{x|x\geqslant -1\}$，$A=\{x|-1<x\leqslant 2\}$，则 $\complement_UA$ 等于 （　　）

A. $\{x|x<-1$ 或 $x\geqslant 2\}$　　B. $\{x|x\leqslant -1$ 或 $x>2\}$

C. $\{-1\}\cup\{x|x>2\}$　　D. $\{x|x>2\}$

5. 满足 $M\cup\{a,b,c\}=\{a,b,c\}$ 的集合 M 的个数是 （　　）

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

6. 已知集合 $M=\{x|x^2-px+15=0\}$，$N=\{x|x^2-5x+q=0\}$，若 $M\cup N=\{2,3,5\}$，则有 （　　）

A. $M=\{2,3\}$，$N=\{3,5\}$　　B. $M=\{3,5\}$，$N=\{2,3\}$

C. $M=\{2,5\}$，$N=\{3,5\}$　　D. $M=\{3,5\}$，$N=\{2,5\}$

7. 已知全集 $U=A\cup B$ 中有 m 个元素，$(\complement_UA)\cup(\complement_UB)$ 中有 n 个元素. 若 $A\cap B$ 非空，则 $A\cap B$ 的元素个数为 （　　）

A. mn　　B. $m+n$　　C. $n-m$　　D. $m-n$

8. 已知集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{y|x^2+y^2=1,x\in A\}$，则 A 与 B 的关系是 （　　）

A. $A\supseteq B$　　B. $B\subsetneqq A$　　C. $A=B$　　D. $A\subseteq B$

9. 设 $A=\{x|2x^2-px+q=0\}$，$B=\{x|6x^2+(p+2)x+5+q=0\}$，若 $A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，则 $A\cup B=$________.

10(2010·重庆)设 $A=\{x|x+1>0\}$，$B=\{x|x<0\}$，则 $A\cap B=$________.

11. 集合 $\{x,3,x^2-2x\}$ 中，x 应满足的条件是________.

12. 已知 $A=\{x|x^2-2x-3=0\}$，$B=\{x|ax-1=0\}$，若 $B\subsetneqq A$，则 a 的值为________.

13. 已知集合 $A=\{x|x^2+(2-a)x+1=0\}$，若 $A\subseteq\{$正实数$\}$，求实数 a 的取值范围.

14. 已知集合 $B=\{x|ax^2-3x+2=0,a\in\mathbf{R}\}$，若 B 中元素至多只有一个，求实数 a 的取值范围.

B 级

1. 设 $A=\{x|x$ 是斜三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是锐角三角形$\}$，则 $\complement_A B$ 等于 ( )

A. $\{x|x$ 是锐角三角形$\}$　B. $\{x|x$ 是钝角三角形$\}$

C. $\{x|x$ 是直角三角形$\}$　D. $\{x|x$ 是等腰三角形$\}$

2. 已知全集 $U=P\cup Q=\{x\in\mathbf{N}|x\leqslant 6\}$，$P\cap\complement_U Q=\{1,3,5\}$，则集合 Q 是 ( )

A. $\{2,4\}$　B. $\{0,2,4\}$

C. $\{2,4,6\}$　D. $\{0,2,4,6\}$

3. 已知集合 A,B 均为全集 U 的子集，且 $A\subseteq B$，则以下结论正确的是 ( )

A. $A\cup(\complement_U B)=U$　B. $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=U$

C. $A\cap(\complement_U B)=\varnothing$　D. $B\cap(\complement_U A)=\varnothing$

4. 已知全集 $U=\{x|x$ 是不大于 30 的质数$\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{5,13,23\}$，$B\cap(\complement_U A)=\{11,19,29\}$，$(\complement_U B)\cap(\complement_U A)=\{3,7\}$，求集合 A,B.

第 2 讲　命题和充要条件

知识梳理

1. ____________________叫做命题.

2. 如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的________和________，那么这两个命题叫做互逆命题；如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的________和________，那么这两个命题叫做互否命题.

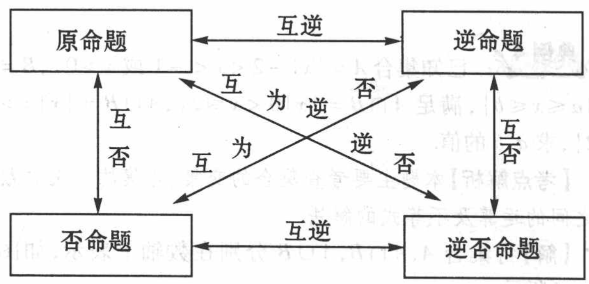
3. 原命题：若 p，则 q；

逆命题：若________，则________；

否命题：若________，则________；

逆否命题：若________，则________.

4. 四种命题之间的关系：



由于逆命题和否命题也是互为逆否命题，因此四种命题的真假性之间的关系如下：

(1)____________________________________；

(2)____________________________________.

5. 如果由命题的条件 p 通过推理一定可以得出命题的结论 q，那么这样的命题叫做________；如果由命题的条件 p 通过推理不一定可以得出命题的结论 q，那么这样的命题叫做________.

6. 定义：如果命题"若 p，则 q"为真命题，即 $p\Rightarrow q$，那么我们就说________的充分条件；________的必要条件.

7. 一般地，如果 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，就记作 $p\Leftrightarrow q$，称 p 是 q 的充分必要条件，简称充要条件. 如果 p 是 q 的充要条件，那么 q 也是 p 的________.

概括地说，如果 $p\Leftrightarrow q$，那么 p 与 q 互为充要条件.

8. 一般地，若 $p\Rightarrow q$，但 $q\not\Rightarrow p$，则称________；若 $p\not\Rightarrow q$，但 $q\Rightarrow p$，则称____________；若 $p\not\Rightarrow q$，且 $q\not\Rightarrow p$，则称____________.

9. 反证法的步骤：(1)____________________.

(2)____________________________________.

(3)____________________________________.

10. 反证法中引出矛盾的四种常见形式：

(1)____________________________________.

(2)____________________________________.

(3)____________________________________.

(4)____________________________________.

11. 若 $A\Rightarrow B$，$B\Rightarrow C$，则 A ________ C；若 $A\Rightarrow B$，$B\Rightarrow A$，则 A ________ B；若 $A\Leftrightarrow B$，$B\Leftrightarrow C$，则 A ________ C.

12. 判断充要条件的主要方法有________、________、________和________.

要点突破

要点一　命题及其关系

学习命题,关键要理解命题、真命题、假命题及原命题、逆命题、否命题、逆否命题的概念,清楚命题的构成,掌握四种命题的关系. 掌握反证法.

典例 1　(2009·重庆)命题"若一个数是负数,则它的平方是正数"的逆命题是　(　　)

A. 若一个数是负数,则它的平方不是正数

B. 若一个数的平方是正数,则它是负数

C. 若一个数不是负数,则它的平方不是正数

D. 若一个数的平方不是正数,则它不是负数

【考点解析】本题考查原命题、逆命题、否命题、逆否命题的概念,考查学生的阅读与分析能力.

【答案】逆命题为"若一个数的平方是正数,则它是负数",故答案为 B.

【方法技巧】此考点常见两大题型:一是写出逆命题、否命题,并对其真假进行判断;二是利用互为逆否命题的等价性来解决问题.

变式训练 1

在下列命题中,真命题是　(　　)

A. 命题"若 $ac>bc$,则 $a>b$"

B. 命题"若 $b=3$,则 $b^2=9$"的逆命题

C. 命题"当 $x=2$ 时,$x^2-3x+2=0$"的否命题

D. 命题"相似三角形的对应角相等"的逆否命题

典例 2　证明:对任意非正数 c,若 $a\leqslant b+c$ 成立,则 $a\leqslant b$.

【考点解析】证明一个命题为真命题,首先要弄清命题的结构,然后依据条件和定理进行推理证明. 特别是要证明原命题为真命题时,可以考虑证明它的逆否命题为真命题.

【证明】"对任意非正数 c,若 $a\leqslant b+c$ 成立,则 $a\leqslant b$"的逆否命题是"对任意非正数 c,若 $a>b$,则 $a>b+c$". 而若 $a>b$,由 $c\leqslant 0$,知 $b\geqslant b+c$,所以 $a>b+c$. 所以原命题的逆否命题为真,从而原命题为真命题. 即"对任意非正数 c,若 $a\leqslant b+c$ 成立,则 $a\leqslant b$"为真命题.

【方法技巧】在证明时,一定要正确写出已知命题的逆否命题.

变式训练 2

证明:已知函数 $f(x)$是$(-\infty,+\infty)$上的增函数,$a,b\in\mathbf{R}$,若 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$,则 $a+b\geqslant 0$.

典例 3　用反证法证明:钝角三角形最大边上的中线小于该边长的一半.

【考点解析】考查反证法的应用. 依据题意,写出已知、求证,再用反证法,即否定结论,把假设和已知条件结合起来去推出矛盾.

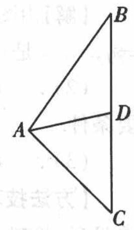


图 1.2-1

【答案】如图 1.2-1,已知在$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC>90°$,D 是 BC 边上的中点,求证:$AD<\frac{1}{2}BC$. 证明:假设 $AD\geqslant\frac{1}{2}BC$. (1)若 $AD=\frac{1}{2}BC$,由平面几何中定理:"三角形一边上的中线等于该边长的一半,那么,这条边所对的角为直角"知,$\angle BAC=90°$,与题设矛盾. 所以,$AD\neq\frac{1}{2}BC$. (2)若 $AD>\frac{1}{2}BC$,

因为 $BD=DC=\frac{1}{2}BC$,所以在$\triangle ABD$ 中,$AD>BD$,从而$\angle B>\angle BAD$,同理$\angle C>\angle CAD$.

所以,$\angle B+\angle C>\angle BAD+\angle CAD$,即$\angle B+\angle C>\angle BAC$. 因为$\angle B+\angle C=180°-\angle A$,所以 $180°-\angle A>\angle A$,则$\angle A<90°$,与题设矛盾. 由(1)(2)知 $AD<\frac{1}{2}BC$.

【方法技巧】正确地作出反设(即否定结论)是正确运用反证法的前提,要注意一些常用的"结论否定形式". 另外,需注意作出的反设必须包括与结论相反的所有情况,也只有证明了与结论相反的所有情况都不成立,才能保证原来的结论一定成立.

变式训练 3

求证:如果一个三角形的两条边不相等,那么这两条边所对的角也不相等.

要点二　充分条件、必要条件、充要条件的含义及判定

若 $A\Rightarrow B$(即由 A 成立可得 B 成立),则称 A 是 B 的充分条件或称 B 是 A 的必要条件(即若 B 不成立,则 A 一定不成立);

若 $A\Leftrightarrow B$,则称 A 是 B 的充要条件,也称 B 是 A 的充要条件.

A 和 B 的条件关系有四类:

(1)A 是 B 的充分不必要条件($A\Rightarrow B$,且 $B\nRightarrow A$);

(2)A 是 B 的必要不充分条件($A\nRightarrow B$,且 $B\Rightarrow A$);

(3)A 是 B 的充要条件($A\Rightarrow B$,且 $B\Rightarrow A$);

(4)A 既不是 B 的充分条件也不是 B 的必要条件($A\nRightarrow B$,且 $B\nRightarrow A$).

同时注意充分条件的传递性,若 $A\Rightarrow B$,$B\Rightarrow C$,$C\Rightarrow D$,则 $A\Rightarrow D$,利用这一结论即"推理法"可研究多个命题之间的充分关系.

证明 A 是 B 的充要条件,既要证明命题"$A\Rightarrow B$"为真,又要证明命题"$B\Rightarrow A$"为真,前者证明的是充分性,后者证明的是必要性.

典例 4　已知 p,q 都是 r 的必要条件,s 是 r 的充分条

件,q 是 s 的充分条件,那么,(1)s 是 q 的什么条件?(2)r 是 q 的什么条件?(3)p 是 q 的什么条件?

【考点解析】此题主要考查对充分条件、必要条件、充要条件含义的理解与推理法的掌握.

【解】由图1.2-2知,(1)$\because$ $q\Rightarrow s,s\Rightarrow r\Rightarrow q$,$\therefore$ s 是 q 的充要条件.

(2)$\because$ $r\Rightarrow q,q\Rightarrow s\Rightarrow r$,$\therefore$ r 是 q 的充要条件.

$$\begin{tikzcd} p & r \arrow[l, Rightarrow] \arrow[d, Rightarrow] & s \arrow[l, Rightarrow] \\ & q \arrow[ur, Rightarrow] & \end{tikzcd}$$

图1.2-2

(3)$\because$ $q\Rightarrow s\Rightarrow r\Rightarrow p$,$\therefore$ p 是 q 的必要条件.

【方法技巧】"$\Rightarrow$"图在解决含有较多个条件的问题时经常用到,推理法是理解充分条件、必要条件、充要条件的重要方法.如本题将已知 r,p,q,s 的关系作一个"$\Rightarrow$"图,使得 r,p,q,s 的关系非常明了,便于正确解决问题.

变式训练4

已知 p 是 q 的充分条件,q 是 r 的必要条件,q 是 s 的充分条件,r 是 s 的必要条件,那么,(1)p 是 r 的什么条件?(2)s 是 q 的什么条件?(3)r,p,q,s 中哪几对互为充要条件?

典例5 若 $p:x\sqrt{3-2x}=x^2$,$q:3-2x=x^2$,则 p 是 q 的 ( )

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【考点解析】本题考查命题、方程的解法和解集、充要条件等.

【答案】方程 $3-2x=x^2$,即 $x^2+2x-3=0$ 的解集为 $\{x|x=1$,或 $x=-3\}$.

方程 $x\sqrt{3-2x}=x^2\Leftrightarrow\begin{cases}x\geqslant 0,\\3-2x\geqslant 0,\\x^2(3-2x)=x^4\end{cases}\Leftrightarrow$

$\begin{cases}x\geqslant 0,\\x\leqslant\dfrac{3}{2},\\x^2(x^2+2x-3)=0\end{cases}\Leftrightarrow x=0$,或 $x=1$.

所以,方程 $x\sqrt{3-2x}=x^2$ 的解集为 $\{x|x=0$,或 $x=1\}$.即答案为D.

【方法技巧】从集合的角度分析 p 与 q 的逻辑关系,直观简明,是判定充要条件的一种好方法.若记满足条件 p 的所有对象组成集合 A,满足条件 q 的所有对象组成集合 B,则有下列关系:

若集合 $A\subseteq B$,则 p 是 q 的充分条件
若集合 $B\subseteq A$,则 p 是 q 的必要条件
若集合 $A\subsetneqq B$,则 p 是 q 的充分不必要条件
若集合 $A\supsetneqq B$,则 p 是 q 的必要不充分条件
若集合 $A=B$,则 p 是 q 的充要条件
若集合 $A\not\subseteq B$,且 $B\not\subseteq A$,则 p 是 q 的既不充分也不必要条件

变式训练5

"$a>1$"是"$\dfrac{1}{a}<1$"的 ( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

要点三　充分条件、必要条件、充要条件在高考中的应用

高考要求:理解充分条件、必要条件、充要条件的含义,并掌握它们的判定和综合运用.

典例6 (2008·安徽)下列选项中,p 是 q 的必要不充分条件的是 ( )

A. $p:a+c>b+d$,$q:a>b$,且 $c>d$

B. $p:a>1,b>1$,$q:f(x)=a^x-b(a>0$,且 $a\neq 1)$ 的图象不过第二象限

C. $p:x=1$,$q:x^2=1$

D. $p:a>1$,$q:f(x)=\log_a x(a>0$,且 $a\neq 1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数

【考点解析】本题侧重考查充分条件、必要条件、充要条件、必要不充分条件、充分不必要条件的判定,同时考查了不等式的性质以及指数函数、对数函数的图象与性质.

【答案】选项A中,由 $a>b$ 且 $c>d$,得 $a+c>b+d$,而 $a+c>b+d\nRightarrow a>b$,且 $c>d$,所以A正确.选项B中,$p\Leftrightarrow q$,所以,p 是 q 的充要条件.选项C中,$x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$,从而 $p\Rightarrow q$,且 $q\nRightarrow p$,所以,p 是 q 的充分不必要条件.选项D中,$p\Leftrightarrow q$,所以,p 是 q 的充要条件.综上,答案选A.

【方法技巧】在解答此题时,学生有充分的把握选择A选项,则可避免后面三个选项的研究,为答题赢得时间.

变式训练6

(2010·四川)函数 $f(x)=x^2+mx+1$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称的充要条件是 ( )

A. $m=-2$　　B. $m=2$　　C. $m=-1$　　D. $m=1$

典例7 (2008·福建)设 m,n 是平面 α 内的两条不同直线,l_1,l_2 是平面 β 内的两条相交直线,则 $\alpha/\!/\beta$ 的一个充分不必要条件是 ( )

A. $m/\!/\beta$,且 $l_1/\!/\alpha$　　B. $m/\!/l_1$,且 $n/\!/l_2$

C. $m/\!/\beta$,且 $n/\!/\beta$　　D. $m/\!/\beta$,且 $n/\!/l_2$

【考点解析】本题考查立体几何中点、线、面的位置关系和充分不必要条件等知识点.以点、线、面为切入点,通过对充分不必要条件的寻找,使试题呈现出一种开放性,能较为全面地考查学生的基础知识和思维能力.

【答案】要得到 $\alpha/\!/\beta$,必须是其中一个平面内的两条相交直线分别与另外一个平面平行,而两个平面平行,则一个平面内的任一条直线必平行于另一个平面.对于选项A,不是同一平面的两直线,显然既不充分又不必要;对于选项B,

由于 l_1, l_2 是两条相交的直线，而且，由于 $m // l_1$，且 $n // l_2$，故可得 $\alpha // \beta$，充分性成立，而 $\alpha // \beta$ 不一定能得到 $m // l_1$，它们可以异面，故必要性不成立，故选项 B 为充分不必要条件. 对于选项 C，由于 m, n 不一定相交，故是必要不充分条件；对于选项 D，由于可转化为 C，故不符合题意. 综上，答案为 B.

【方法技巧】注意数学三种语言的结合，掌握立体几何中点、线、面的位置关系和充分不必要条件的推理方法.

变式训练 7

设 a, b 是两条直线，α, β 是两个平面，则 $a \perp b$ 的一个充分条件是 (　　)

A. $a \perp \alpha, b // \beta, \alpha \perp \beta$　　B. $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha // \beta$

C. $a \subset \alpha, b \perp \beta, \alpha // \beta$　　D. $a \subset \alpha, b // \beta, \alpha \perp \beta$

达标训练 ……

A 级

1. 下列命题中是真命题的是 (　　)

A. 若 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$，则 $x = y$　　B. 若 $x^2 = 1$，则 $x = 1$

C. 若 $x = y$，则 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$　　D. 若 $x < y$，则 $x^2 < y^2$

2. 命题“若函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数，则 $\log_a 2 < 0$”的逆否命题是 (　　)

A. 若 $\log_a 2 < 0$，则函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内不是减函数

B. 若 $\log_a 2 \geqslant 0$，则函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内不是减函数

C. 若 $\log_a 2 < 0$，则函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数

D. 若 $\log_a 2 \geqslant 0$，则函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数

3. 在 $\triangle ABC$ 中，“$A > B$”是“$\cos A < \cos B$”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. “圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与直线 $y = kx + 2$ 没有公共点”的充要条件是 (　　)

A. $k \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$　　B. $k \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

C. $k \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$　　D. $k \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

5. “$m > n > 0$”是“方程 $mx^2 + ny^2 = 1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆”的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 p：两曲线 $F(x,y) = 0$ 和 $G(x,y) = 0$ 相交于点 $P(x_0, y_0)$，q：曲线 $F(x,y) + \lambda G(x,y) = 0$（$\lambda$ 为常数）过点 $P(x_0, y_0)$，则 p 是 q 的________条件.

7. 下列四个命题：

①“$a > b$”是“$2^a > 2^b$”成立的充要条件；

②“$a = b$”是“$\lg a = \lg b$”成立的充分不必要条件；

③函数 $f(x) = ax^2 + bx (x \in \mathbf{R})$ 为奇函数的充要条件是“$a = 0$”；

④定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y = f(x)$ 是偶函数的必要条件是“$\frac{f(-x)}{f(x)} = 1$”.

其中真命题的序号是________________.（把真命题的序号都填上）

8. 已知集合 $A = \{x | x > 5\}$，集合 $B = \{x | x > a\}$，若命题“$x \in A$”是命题“$x \in B$”的充分不必要条件，则实数 a 的取值范围是________.

9. 已知 p：关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax - a > 0$ 的解集是 $\mathbf{R}$，q：$-1 < a < 0$，则 p 是 q 的________条件.

10. 设 A 是 C 的充分不必要条件，B 是 C 的充分条件，D 是 C 的必要条件，D 是 B 的充分条件. 问：(1) A 是 B 的什么条件？(2) D 是 A 的什么条件？(3) A, B, C, D 中哪些互为充要条件？

11. 用反证法证明：如果 $a > b > 0$，那么 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.

12. 已知 p：$\left|1 - \frac{x-1}{3}\right| \leqslant 2$，$q$：$x^2 - 2x + 1 - m^2 \leqslant 0 (m > 0)$，且 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件，求实数 m 的取值范围.

B 级

1. 命题"若 $a>b$,则 $a-1>b-1$"的否命题是 ( )

A. 若 $a>b$,则 $a-1\leqslant b-1$　B. 若 $a\geqslant b$,则 $a-1<b-1$

C. 若 $a\leqslant b$,则 $a-1\leqslant b-1$　D. 若 $a<b$,则 $a-1<b-1$

2. "$x>0$"是"$x\neq0$"的 ( )

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

3. 如果 A 是 B 的充分条件,那么¬ A 是¬ B 的________,¬ B 是¬ A 的________;如果 A 是 B 的必要不充分条件,B 是 C 的充要条件,D 是 C 的充分不必要条件,那么 A 是 D 的________条件.

4. 已知 x,y 是非零实数,且 $x>y$,求证:$\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$的充要条件是 $xy>0$.

第 3 讲　简单的逻辑联结词和量词

知识梳理 ……

1. __________叫做逻辑联结词.

2. 由逻辑联结词构成的命题的表达形式为且:p ________ q;或:p ________ q;非:¬ p.

3. 短语"________"、"________"在逻辑中通常叫做全称量词;常见的全称量词还有"________"、"________"、"________"、"________"等.

4. ____________,叫做全称命题.

5. 短语"________"、"________"在逻辑中通常叫做存在量词;常见的存在量词还有"________"、"________"、"________"、"________"等.

6. ____________,叫做特称命题.

7. 全称命题 $p:\forall x\in M,p(x)$ 的否定¬ p:________;全称命题的否定是________命题.

8. 特称命题 $p:\exists x_0\in M,p(x_0)$ 的否定¬ p:________;特称命题的否定是________命题.

要点突破 ……

要点一　简单的逻辑联结词及逻辑联结词构成的命题的真假判定

在重点研究逻辑联结词"且"、"或"、"非"构成的命题时;了解逻辑联结词的准确含义是高考考纲的要求,要弄清命题的准确构成形式,特别是逻辑中的"且"、"或"、"非"与日常用语中的"且"、"或"、"非"的意义不全相同.总结"且"、"或"、"非"构成的命题的真值表如下:

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	假	真
假	假	假	假

p	¬ p
真	假
假	真

判定逻辑联结词"且"、"或"、"非"构成的命题的真假,主要利用真值表来判断,其步骤为:(1)确定逻辑联结词"且"、"或"、"非"构成的命题的构成形式;(2)判断其中各命题的真假;(3)利用真值表判断逻辑联结词"且"、"或"、"非"构成的命题的真假.

典例 1　指出下列命题的真假:

(1)-1 是偶数或奇数;

(2)$\sqrt{2}$属于集合 $\mathbf{Q}$,也属于集合 $\mathbf{R}$;

(3)$A\not\subseteq(A\cup B)$.

【考点解析】考查逻辑联结词"且"、"或"、"非"构成的命题是由哪几个命题用逻辑联结词组成的,能运用真值表来对逻辑联结词"且"、"或"、"非"构成的命题判断真假.

【解】(1)此命题为"p 或 q"的形式,其中 p:-1 是偶数;q:-1 是奇数.因为 p 是假命题,q 是真命题,所以,原命题"p 或 q"是真命题.

(2)此命题为"p 且 q"的形式,其中 p:$\sqrt{2}$属于集合 $\mathbf{Q}$;q:$\sqrt{2}$属于集合 $\mathbf{R}$.因为 p 是假命题,q 是真命题,所以"p 且 q"为假命题,故原命题为假命题.

(3)此命题为"非 p"的形式,其中 $p:A\subseteq(A\cup B)$.因为 p 为真命题,所以,非 p 为假命题,故原命题为假命题.

【方法技巧】为了正确判断逻辑联结词"且"、"或"、"非"构成的命题的真假,首先要确定命题的构成形式,然后指出其中命题的真假,再根据真值表判断所给命题的真假.

变式训练 1

分别指出下列各组命题构成的"p 或 q"、"p 且 q"、"非 p"的形式的真假:

(1)p:$\sqrt{3}$是无理数,q:$\sqrt{3}$是实数.

(2)p:$4>6$,q:$4+6\neq10$.

典例 2　设 p:方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不相等的负根,q:方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实数根,若"p 或 q"为

真，“p 且 q”为假，求 m 的取值范围.

【考点解析】先求出方程的根所满足的条件得到 p、q，再根据其命题的真假求实数的范围.

【解】若方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不相等的负根，则 $\begin{cases}\Delta=m^2-4>0,\\-m<0.\end{cases}$ $\therefore$ $m>2$，即 $p:m>2$. 若方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实数根，则 $\Delta=16(m-2)^2-16<0$，即 $1<m<3$，$\therefore$ $q:1<m<3$.

若“p 或 q”为真，则 p、q 至少有一个为真；若“p 且 q”为假，则 p、q 至少有一个为假.

$\therefore$ p、q 一真一假，即 p 真 q 假或 p 假 q 真.

$\therefore$ $\begin{cases}m>2,\\m\leqslant1,\text{或 }m\geqslant3,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m\leqslant2,\\1<m<3.\end{cases}$

$\therefore$ $m\geqslant3$ 或 $1<m\leqslant2$. 即 m 的取值范围为 $\{m|m\geqslant3$ 或 $1<m\leqslant2\}$.

【方法技巧】由简单命题和逻辑联结词构成的命题的真假可以用真值表来判断，反之，根据逻辑联结词构成的命题的真假也可判断其中各命题的真假. 若“p 且 q”为真，则 p 为真，q 也为真；若“p 或 q”为真，则 p、q 至少有一个为真；若“p 且 q”为假，则 p、q 至少有一个为假.

变式训练 2

已知 $p:|x^2-x|\geqslant6$，$q:x\in\mathbf{Z}$，“p 且 q”与“非 q”都是假命题，求 x 的值.

要点二 全称量词和存在量词的应用

高考考纲要求：理解全称量词和存在量词的意义，能正确地对含有一个量词的命题进行否定. 因此，要会用全称量词和存在量词表示语句，会运用全称命题与特称命题的否定规律正确地对含有一个量词的命题进行否定.

典例 3 用全称量词或存在量词表示下列语句：

(1)有理数都能写成分数形式；

(2)n 边形的内角和等于 $(n-2)\times180°$；

(3)两个有理数之间，都有另一个有理数；

(4)有一个实数乘以任意一个实数都等于 0.

【考点解析】考查对全称量词和存在量词的理解及灵活运用.

【解】(1)任意一个有理数都能写成分数形式. (2)一切 n 边形的内角和都等于 $(n-2)\times180°$. (3)任意两个有理数之间，都有一个有理数. (4)存在一个实数，它乘以任意一个实数都等于 0.

【方法技巧】总结全称量词与存在量词可能有的不同的表述方法并熟练运用.

变式训练 3

用量词符号“$\forall$”或“$\exists$”表达下列命题：

(1)实数都能写成小数形式；

(2)凸 n 边形的外角和等于 2π；

(3)任一个实数乘以 -1 都等于它的相反数；

(4)对任意实数 x，都有 $x^3>x^2$；

(5)对任意角 α，都有 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

典例 4 设集合 $M=\{1,2,4,6,8,10,12\}$，试写出下列命题的否定：

(1)$p:\forall n\in M,n<12$；

(2)$q:\exists n_0\in\{\text{奇数}\}$，使 $n_0\in M$.

【考点解析】考查全称命题和特称命题的否定.

【解】(1)$\neg\, p:\exists n_0\in M,n_0\geqslant12$. (2)$\neg\, q:\forall n\in\{\text{奇数}\}$，$n\notin M$.

【方法技巧】运用全称命题与特称命题的否定规律，同时注意在全称命题和特称命题的否定中，全称量词与存在量词对应的转化及命题条件对应的变化.

变式训练 4

设集合 $M=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，试写出下列命题的否定：

(1)$\forall n\in M,n>1$；

(2)$\exists n_0\in\{\text{质数}\}$，使 $n_0\in M$.

典例 5 举一反例，证明命题“$\forall x\in\mathbf{R},\exists y_0\in\mathbf{R}$，使 $x\cdot y_0=1$”是假命题.

【考点解析】掌握通过举反例可以否定一个全称命题的方法.

【解】如 $x=0$，则 $\forall y\in\mathbf{R}$，$x\cdot y=1$ 都不成立.

即“$\forall x\in\mathbf{R},\exists y_0\in\mathbf{R}$，使 $x\cdot y_0=1$”是假命题.

【方法技巧】如何选择反例要靠平常的积累、训练.

变式训练 5

举反例证明下列命题是假命题：

(1)$\forall x\in\mathbf{R},|x|>0$；

(2)$\forall x\in\mathbf{R}$，有 $x^2+2x-3>0$；

(3)任意一个一元二次方程都有实数根；

(4)$\forall x<2$，都有 $x<1(x\in\mathbf{R})$.

达标训练

A 级

1. “$10\geqslant7$”的命题形式是 ( )

A. “p 或 q”的形式　　B. “p 且 q”的形式

C. “非 p”的形式　　D. 以上都不对

2. 在下列结论中，正确的为 ( )

①“p 且 q”为真是“p 或 q”为真的充分不必要条件；②“p 且 q”为假是“p 或 q”为真的充分不必要条件；③“p 或 q”为真是“$\neg\, p$”为假的必要不充分条件；④“$\neg\, p$”为真是“p 且 q”为假的必要不充分条件.

A. ①②　　B. ①③　　C. ②④　　D. ③④

3. 命题“$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2-2x_0+1<0$”的否定是 ( )

A. $\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2-2x_0+1\geqslant0$

B. $\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2-2x_0+1>0$

C. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-2x+1\geqslant 0$

D. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-2x+1<0$

4. 下列四个命题：

p_1：$\exists x_0\in(0,+\infty),\left(\frac{1}{2}\right)^{x_0}<\left(\frac{1}{3}\right)^{x_0}$；

p_2 $\exists x_0\in(0,1),\log_{\frac{1}{2}}x_0>\log_{\frac{1}{3}}x_0$；

p_3：$\forall x\in(0,+\infty),\left(\frac{1}{2}\right)^{x}>\log_{\frac{1}{2}}x$；

p_4：$\forall x\in\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{2}\right)^{x}<\log_{\frac{1}{3}}x$.

其中的真命题是 ( )

A. p_1,p_3 B. p_1,p_4 C. p_2,p_3 D. p_2,p_4

5. 已知 p：所有有理数都是实数，q：正数的对数都是负数，则下列命题中为真命题的是 ( )

A. $(\neg p)\vee q$ B. $p\wedge q$

C. $(\neg p)\wedge(\neg q)$ D. $(\neg p)\vee(\neg q)$

6. 下列全称命题中，真命题是 ( )

A. 所有的素数都是奇数

B. $\forall x\in\mathbf{R},(x-1)^2>0$

C. $\forall x\in\mathbf{R},x+\frac{1}{x}\geqslant 2$

D. $\forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\sin x+\frac{1}{\sin x}\geqslant 2$

7. 下列特称命题中，假命题是 ( )

A. $\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2-2x_0-3=0$

B. 至少有一个 $x_0\in\mathbf{Z}$，x_0 能被 2 和 3 整除

C. 存在两个相交平面垂直于同一直线

D. $\exists x_0\in\{x|x$ 是无理数$\}$，x_0^2 是有理数

8. (2010・天津联考)已知命题 p：$\exists x_0\in\mathbf{R}$，使 $\tan x_0=1$，命题 q：$x^2-3x+2<0$ 的解集是 $\{x|1<x<2\}$，下列结论：①命题“$p\wedge q$”是真命题；②命题“$p\wedge(\neg q)$”是假命题；③命题“$(\neg p)\vee q$”是真命题；④命题“$(\neg p)\vee(\neg q)$”是假命题. 其中正确的是 ( )

A. ②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④

9. 写出下表中各给定语的否定语：

给定语	等于	大于	是	都是	至多有一个	至少有一个
否定语						

10. 设有两个命题：①关于 x 的不等式 $mx^2+1>0$ 的解集是 $\mathbf{R}$；②函数 $f(x)=\log_m x$ 是减函数. 如果这两个命题中有且只有一个真命题，则实数 m 的取值范围是________.

11. (2010・启东模拟)已知命题 p：“对 $\forall x\in\mathbf{R}$，$\exists m_0\in\mathbf{R}$，使 $4^x-2^{x+1}+m_0=0$”，若命题 $\neg p$ 是假命题，则实数 m_0 的取值范围是________.

12. 判断下列语句是否是全称命题或特称命题：

(1)有一个实数 a，a 不能取对数.

(2)所有的有理数都是实数.

(3)三角函数都是周期函数吗？

(4)有的向量方向不定.

13. 判断下列命题是全称命题还是特称命题，并写出它们的否定：

(1)p：所有能被 3 整除的整数都是奇数；

(2)p：每一个四边形的四个顶点共圆；

(3)p：对 $\forall x\in\mathbf{Z}$，x^2 的个位数不是 3；

(4)p：$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+2x_0+2\leqslant 0$；

(5)p：有的三角形是等边三角形；

(6)p：有一个素数含三个正因数.

B 级

1. (2009・天津)命题“存在 $x_0\in\mathbf{R},2^{x_0}\leqslant 0$”的否定是 ( )

A. 不存在 $x_0\in\mathbf{R},2^{x_0}>0$ B. 存在 $x_0\in\mathbf{R},2^{x_0}\geqslant 0$

C. 对任意的 $x\in\mathbf{R},2^{x}\leqslant 0$ D. 对任意的 $x\in\mathbf{R},2^{x}>0$

2. 如果命题“p 且 q”是假命题，“非 p”是真命题，那么 ( )

A. 命题 p 一定是真命题

B. 命题 q 一定是真命题

C. 命题 q 一定是假命题

D. 命题 q 可以是真命题也可以是假命题

3. 下列命题错误的是 ( )

A. 命题“若 $m>0$，则方程 $x^2+x-m=0$ 有实数根”的逆否命题为“若方程 $x^2+x-m=0$ 无实数根，则 $m\leqslant 0$”

B. “$x=1$”是“$x^2-3x+2=0$”的充分不必要条件

C. 命题“若 $xy=0$，则 x,y 中至少有一个为零”的否定是