

状元笔记

教材详解

取状元学习之精华
架成功积累之天梯

高中数学

选修1-2(人教A版+北京师大版+江苏版)

丛书组编：龙门书局教育研究中心

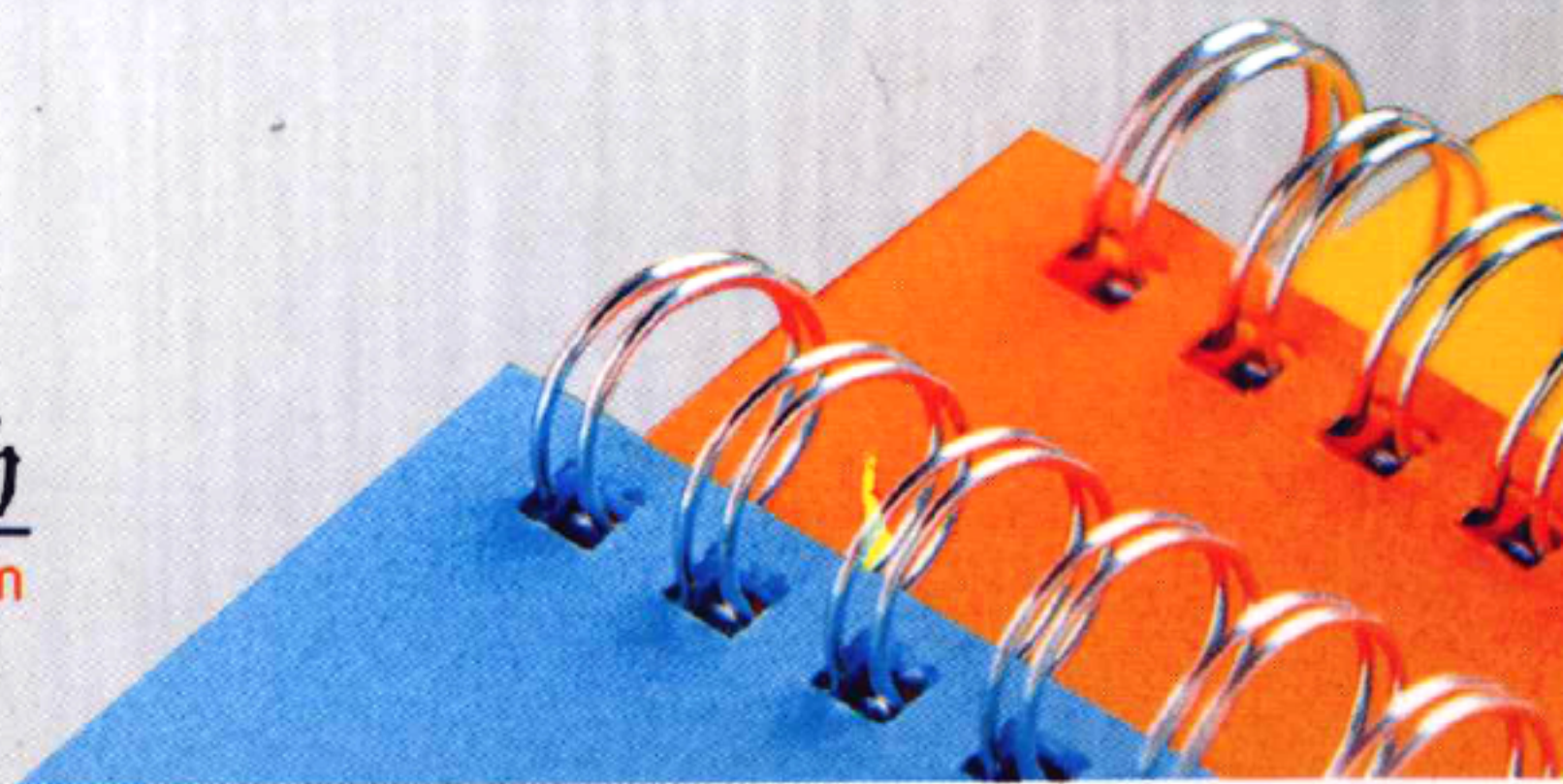
学科主编：傅荣强

本册主编：张书祥 张继忠 刘艳萍



龍 門 書 局

www.longmenbooks.com



高中数学必修①②③④⑤（人教A版）（北京师大版）（江苏版）

高中数学选修1-1、1-2、2-1、2-2、2-3（人教A版+北京师大版+江苏版）

高中物理必修①②（人教版）（广东教育版）

高中物理选修3-1、3-2（人教版）（广东教育版）

高中化学必修①②（人教版）（江苏版）

高中化学选修①③④⑤（人教版+江苏版+鲁科版）

高中语文必修①②③④⑤（人教版）（江苏版）（广东教育版）

高中英语必修①②③④⑤（人教版）（北京师大版）（译林版）（外研版）

高中英语选修⑥⑦⑧（人教版）

高中思想政治必修①②③④（人教版）

高中历史必修①②③（人教版）（岳麓版）

高中历史必修①②（人民出版社版）

高中地理必修①②③（人教版）

高中地理必修①②（湘教版）

高中生物必修①②③（人教版）

名校名师课时作业

○ 丛书简介

本丛书为龙门书局联合江苏省、山东省众多百年名校合力打造的一套作业本类丛书。丛书原汁原味呈现了名校的内部资料，为众多读者揭秘有效高效的学习方法。

○ 丛书特点

- 1、融汇名校名师先进教学理念，帮助学生走出题海，轻松提高。
- 2、渗透高中新课标的教育思想，注重能力培养。
- 3、突出同步练习的应考性，实现同步联系、教材知识、高考考点的完美对接。
- 4、体现试题难度的梯度性，满足不同层次学生的需要。
- 5、作业分析留给学生分析总结的空间，答案中教师讲评供师生快速总结。



ISBN 978-7-5088-1907-5



定价：11.80 元

龙门品牌



学子至爱

龙门书局 1930-2010

教材详解

高中数学

选修 1-2(人教 A 版+北京师大版+江苏版)

丛书组编：龙门书局教育研究中心

学科主编：傅容强

本册主编：张书祥 张继忠 刘艳萍

编者：王学春 杨启发 高玉莲

封洪波

北 京

读者意见调查表

亲爱的读者朋友:

您好!为了更好地满足您的需求,请留下您的宝贵意见,并寄回编辑部,您将有机会免费获得龙门书局出版的其他图书。

1. 您认为本书:讲解得当() 重难点突出() 错误较多() 错误较少()
题目陈旧() 题目新颖() 其他_____
2. 最喜欢本书中哪个栏目_____不喜欢本书中哪个栏目_____理由_____
3. 您对本书的意见和建议。_____
4. 您最喜欢的3本讲解类图书_____

邮寄地址:北京市东黄城根北街16号龙门编辑部 王美容(收)

邮 编:100717 电 话:010-64034323 电子邮箱:xiangjie99@126.com

版权所有 侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303 邮购电话:010-64034160

图书在版编目(CIP)数据

状元笔记教材详解:人教A版+北京师大版+江苏版课标本.高中数学.选修1-2/
龙门书局教育研究中心丛书组编;傅荣强学科主编;张书祥,张继忠,刘艳萍主编.一北
京:龙门书局,2010

ISBN 978-7-5088-1907-5

I. 状… II. ①龙… ②傅… ③张… ④张… ⑤刘… III. 数学课—高中—教学参
考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第132231号

策划编辑:田 旭 刘 娜 责任编辑:刘 娜 王 乐 封面设计:耕者

龍 門 書 局 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2009年8月第一版 开本:890×1240 A5

2010年10月修订版 印张:5 1/2

2010年10月第三次印刷 字数:183 000

定 价: 11.80 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

思路决定未来

“考考考,老师的法宝!

分分分,学生的命根!”

这是一句流传了很久的“校园名谣”,很真实,很形象,让你莞尔,又让你几多无奈。

有没有办法让大家轻轻松松就能考出理想的成绩?有没有可能让大家在这种环境和氛围中也能培养出素质、能力和思维?

为了解决这一课题,我们一直在探索、研究。

状元的成功规律

高考状元是考场中的高手,能不能从这些高手的经验中总结出一些规律呢?为此,几年来我们接触了几十位高考状元,追踪到一些共性。

1. 天道酬勤

很多人都会把高考状元的成功归结为聪明,事实果真如此吗?在与他们接触了很久之后,我渐渐发现:他们中有一部分人的确是绝顶聪明,但更多状元的智商并不比普通人高太多,勤奋是他们共同的特质。江苏的一位状元说自己大年三十的晚上还学习到12点;河南的一位状元说自己在病床上还坚持在看书;广东的一位状元对自己读了三年高中的县城竟然极其陌生……

这些事例再一次验证了:天道酬勤。

2. 方法决定效率

他们每个人都有一套完整科学的学习方法,而且十分有效。我曾经反复揣摩他们的这些方法,禁不住欣欣然向往之:假若我们能懂得这些方法并在实际学习中灵活运用,北大、清华等一流名校的大门就会向我们敞开着。

有思路才有方法,好方法往往事半功倍!

3. 好心态比好成绩更重要

据我观察:他们心态都很好,也很自信。心理学家们认为:心理暗示往往能让人超越

自己,激发潜力,增强自信心!

反思我们的学习

与这些考试高手们相比较,反思一下我们成绩普通的学生,尤其是成绩中等学生的学习。近几年来,我们也总结出成绩中等学生的一些特质:

- 他们最有希望成为优等生,但往往功亏一篑!
- 他们智商都不错,但却总认为自己不够聪明。
- 他们往往也能够勤奋,但他们的勤奋很盲目,不知道自己什么地方该多下功夫去学。
- 他们试图形成自己的学习方法,但并不系统,更要命的是他们的学习方法并没有成为一种学习的习惯,很随意,很无序。
- 他们渴求全面掌握知识,但往往理解得似是而非。
- 他们的心态往往是“随大流”,缺乏必胜的信心。
-

亲爱的同学,你有这样的问题吗?如果有,你明白自己的差距在哪里了吗?

以上这些说明你最大的问题就是:学习没有思路!

好书可以改变一个人的命运!

在做了大量的研究之后,我们发现,学习很难轻轻松松,但是可以有高效的方法提高学习的效率。我们希望将这些研究成果融汇到本书中,帮助每一个学生高效地学习,快速地提高。

1. 没有什么比基础更重要! 第一秘诀:以教材为中心,夯实基础

曾经有位高考状元跟我说,考试中真正的难题很少,题目不会做或者做错了,多数是因为基础掌握得不够扎实。很多学生自认为自己的基础很不错,其实对知识点的掌握还是似是而非,往往“知其然不知其所以然”,并没有完全吃透知识点。

这位状元还跟我说:平时看的最多的书就是教材,每次看都会有新体会,看教材不是简单的记忆,而是深刻的理解,要把每个知识点的来龙去脉搞得清清楚楚。在考试的时候,每一道考题都可以还原成教材里的例题或者习题。

我跟很多老师探讨过这位状元所说的话,大家都深以为然,教材知识是一切知识的起点和基础。在本书的“基础知识全解”这个栏目中,我们将知识点按照重要程度采用“级”区分,每个知识点是应该“记忆”还是“理解”,存在什么样的“误区”,如何进行“延伸

拓展”、“思维发散”等等都进行细致入微的讲解。目的就是帮大家尽力吃透教材,真正夯实基础。

2. 素质、能力比成绩更重要,方法、技巧是素质与能力的体现

任何知识的学习,最终要归结在素质的养成和能力的提升上。不断地机械地做题、考试是不能提升素质和能力的,最重要的是如何将知识转化成为个人的素质与能力。拥有素质与能力,就能生发解决问题的方法与技巧,也就拥有了打开一切的“金钥匙”。拥有素质与能力,也定将能考出相当理想的成绩!

在本书的“方法·技巧·能力”栏目中,我们用案例的方式,帮助你发散拓展、突破思维障碍,学会综合运用、举一反三,破解误区和陷阱,最终实现从知识向能力的转化、迁移,培养你的创造性思维 and 创新能力。

3. 新颖、原创、应试

兴趣是最好的老师,人类认识自然、探索自然就是从好奇、兴趣开始的。在本书的编写中,我们力求使用最新颖的素材,让大家学会运用知识理解、分析、判断社会热点问题;我们力求最大程度用新方法、新思路去做一些原创的讲解和题目,当然也要保留多年沉淀下来的经典题目;我们也力求能够将考试融汇到日常的学习中,“随风潜入夜,润物细无声”,在不知不觉中培养考取高分的素质和能力。

独立之精神,自由之思想

1929年,学术大师陈寅恪先生在书写纪念王国维的碑铭中提出了“独立之精神,自由之思想”,从此,独立精神和自由思想便成了中国人追求的价值取向。孟子有言曰:“尽信书则不如无书。”任何书籍都不是十全十美的,里面可能会存在一些不足之处。每一个有独立思考能力的学生在面对任何权威时都可以提出自己的见解和看法,我们欢迎大家来信讨论和赐教。

《状元笔记·教材详解》

编委会

丛书组编：龙门书局教育研究中心

总策划：田旭

执行编委：刘娜 王美容

各学科主编：语文：郭能全 何涛

英语：张成标 赵炳河 朱如忠

陈俊 于静

生物：姚登江

地理：何纪延

数学：傅荣强

物理：张忠新 胡志坚

化学：朱智铭 张希顺

历史：张华中 魏明

政治：张清

编委：	曹爱国	曹景国	陈建忠	陈俊	陈俊亮	崔军	代曙光
	丁红明	董玉叶	樊妍	方立波	封秀英	傅荣强	高波
	高鹤	高玉兰	谷玉艳	郭存斌	郭杰	郭能全	郝守均
	郝玉静	何纪延	何涛	侯翠兰	胡希	胡志坚	黄芳
	姬玉玲	纪永华	李桂红	李建全	李新星	李义军	李永刚
	李子良	凌春来	刘传宾	刘和水	刘红英	刘江	刘娟
	刘凌昊	刘岩	鲁晓梅	陆炯	马合山	牛鑫哲	潘露
	裴文	单娟	石铁明	石兴涛	史景辉	双金麟	汤小梅
	佟志军	涂木年	王静	王可线	王平	王秀敬	王学春
	王亚军	王壮	魏明	夏桂芳	项非	邢海燕	胥晓华
	徐冬晴	徐勤红	杨梅	姚登江	尤齐辉	于长军	于春芳
	于静	于小芹	翟玉明	张成标	张华中	张美丽	张琪
	张清	张升军	张书祥	张硕	张希顺	张晓红	张忠新
	章端	赵炳河	赵方	赵建云	赵现标	赵云	周国强
	周萍	周映平	朱如忠	朱岩	朱智铭		

目录

第一章 统计案例

章前概述	1
1.1 回归分析的基本思想及其初步应用 (人教 A 版 1.1, 北京师大版 § 1, 江苏版 1.2)	1
芝麻开门	1
基础知识全解	2
模糊点·易错点·障碍点	9
方法能力探究	12
课后练习	14
1.2 独立性检验的基本思想及其初步 应用(人教 A 版 1.2, 北京师大版 § 2, 江苏版 1.1)	16
芝麻开门	16
基础知识全解	16
模糊点·易错点·障碍点	21
方法能力探究	23
课后练习	25
本章知识能力整合	27
知识结构图	27
难点·综合点·易错点	27
方法能力探究	29
三年高考两年模拟名题赏析	33
课后练习答案及解析	38

第二章 推理与证明

章前概述	42
2.1 合情推理与演绎推理(人教 A 版 2.1, 北京师大版 § 1, 江苏版 2.1)	42
芝麻开门	42
基础知识全解	43
模糊点·易错点·障碍点	54
方法能力探究	56
课后练习	60
2.2 直接证明与间接证明(人教 A 版 2.2, 北京师大版 § 3, § 4, 江苏版 2.2)	61
芝麻开门	61
基础知识全解	61
模糊点·易错点·障碍点	74
方法能力探究	76
课后练习	78
本章知识能力整合	79
知识结构图	79
难点·综合点·易错点	79
方法能力探究	83
三年高考两年模拟名题赏析	86
课后练习答案及解析	93

第三章 数系的扩充 与复数的引入

章前概述	99
3.1 数系的扩充和复数的概念 (人教 A 版 3.1, 北京师大版 §1, 江苏版 3.1, 3.3)	100
芝麻开门	100
基础知识全解	100
模糊点·易错点·障碍点	106
方法能力探究	108
课后练习	109
3.2 复数代数形式的四则运算 (人教 A 版 3.2, 北京师大版 §2, 江苏版 3.2)	110
芝麻开门	110
基础知识全解	110
模糊点·易错点·障碍点	115
方法能力探究	116
课后练习	117
本章知识能力整合	118
知识结构图	118
难点·综合点·易错点	119
方法能力探究	120
三年高考两年模拟名题赏析	121

课后练习答案及解析	125
-----------------	-----

第四章 框图

章前概述	131
4.1 流程图 (人教 A 版 4.1, 北京师大版 §1, 江苏版 4.1)	131
芝麻开门	131
基础知识全解	131
模糊点·易错点·障碍点	135
方法能力探究	137
课后练习	139
4.2 结构图 (人教 A 版 4.2, 北京师大版 §2, 江苏版 4.2)	143
芝麻开门	143
基础知识全解	143
模糊点·易错点·障碍点	148
方法能力探究	149
课后练习	150
本章知识能力整合	154
知识结构图	154
难点·综合点·易错点	154
方法能力探究	156
三年高考两年模拟名题赏析	158
课后练习答案及解析	163

知识点索引

第一章 统计案例

★★★相关系数 r	1
★★★相关指数 R^2	5
1. 显著性检验	9
2. 可疑数据	11
1. 变量替换	12
2. 模型的转化	13
★★★列联表	16
★★★独立性检验	18
1. 三维柱形图	21
2. 二维条形图	22
1. 分类	23
2. 检验	24
1. 相关性的强弱	27
2. 观测值的界定	28
1. 常见图形	29
2. 倒指数曲线	31
1. 高考题	33
2. 模拟题	36

第二章 推理与证明

★★★合情推理	43
★★★演绎推理	47
1. 从归纳中发现规律	54
2. 从类比中发现规律	55
1. 归纳方法	56
2. 方法的类比	58
★★★综合法	61
★★★分析法	69

★★★反证法	72
1. 反证法的原理	74
2. 怎样否定结论	75
1. 作差比较法	76
2. 作商比较法	77
1. 反证法的选用	79
2. 分析法的选用	81
3. 比较法的选用	81
4. 综合法的选用	81
1. 解题方法	83
2. 逻辑方法	84
1. 高考题	87
2. 模拟题	91

第三章 数系的扩充与复数的引入

★★★数系的扩充和复数的概念	100
★★★复数相等的充要条件	102
★★★复数的几何意义	104
1. 虚数不比较大小	107
2. 重新认识判别式	107
1. 周期性	108
2. 因式分解	109
★★★复数的加法与减法	110
★★★复数的乘法与除法	112
1. $ z_1 z_2 = z_1 z_2 $	115
2. $z^m z^n = z^{m+n}$	116
1. z 与 $Z(x, y)$ 对应	116
2. z 与 $\overrightarrow{OZ}$ 对应	117
1. 平面曲线	119
2. 平面区域	119
1. 不等式问题	120

2. 最大(小)值问题	121
1. 高考题	121
2. 模拟题	123

第四章 框图

★★★符号	131
★★★流程图	133
1. 回顾程序框图	135
2. 模仿程序框图画流程图	136
1. 把流程图数学化	137
2. 把流程图生活化	138
★★★概念上的从属关系	143

★★★逻辑上的先后关系	145
1. 画图	148
2. 读图	148
1. 查找下位要素	149
2. 查找上位要素	150
1. 流程图分析	154
2. 结构图分析	155
1. 双向图	156
2. 环形图	157
1. 高考题	158
2. 模拟题	160

第一章 统计案例

章前概述

本章内容

现行教材把统计案例安排在两个阶段来学习. 在《数学(必修)3》中, 我们学习过抽样、用样本估计总体和线性回归等基本知识. 其基本思想是, 从庞大的总体中抽取适量的样本, 对样本进行加工、分析, 从中获得一些重要信息, 以此去推断总体的情况.

在本章中, 我们将从两个方面来深化统计分析思想.

第一, 继续探究 $\hat{y} = bx + a$, 与以往相比较, 对有无必要建立这个线性回归方程要做出评价, 与此同时, 对用 $\hat{y} = bx + a$ 来拟合数据的效果也要做出一个评价.

第二, 对像吸烟是否易患病、饮酒是否会造成大脑迟钝、饮用水的质量与身体健康状况有无关系这样的一系列问题做出统计分析.

高考目标

主题	考试内容	考试要求								
		知识与技能			过程与方法			情感、态度与价值观		
		了解	理解	掌握	经历	模仿	探索	认同	反应	领悟
统计案例	回归分析的基本思想及其初步应用	✓			✓			✓		
	独立性检验的基本思想及其初步应用	✓			✓			✓		

考情考法

本章内容纳入高中课程时间不长, 与这部分内容有关的考题在少数省份的试卷上出现过, 难度与教材的例题、习题的难度相当. 随着高中数学教师、学生对这部分内容的认识的不断提高, 在今后的高考中, 一些省份于此设计试题的可能性还是较大的.

1.1 回归分析的基本思想及其初步应用

(人教 A 版 1.1, 北京师大版 § 1, 江苏版 1.2)

芝麻开门

在本节中, 我们将对 $y = bx + a$ 给出两个评价. 一是它有无建立的必要, 二是它的拟合效果.

基础知识全解

★★★知识点1 相关系数 r

[理解] 通过《数学(必修)3》的学习我们知道,对从庞大的总体中采集到的变量

$$x: x_1, x_2, \dots, x_n,$$

$$y: y_1, y_2, \dots, y_n$$

来说,如果点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 分布在一条直线附近,那么,我们就称这条直

线为回归直线,它的方程是 $y = bx + a$, 其中 $b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n(\bar{x})^2}$, $a =$

$$\bar{y} - b \bar{x}, \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

回顾当初得到 $y = bx + a$ 的一些例子,我们并没有很仔细地去考虑 x 与 y 的线性相关程度,只是求出 $y = bx + a$ 就行了,现在就来拓宽这件事情.

相关系数 r 的定义

对变量 $x: x_1, x_2, \dots, x_n$ 与 $y: y_1, y_2, \dots, y_n$ 来说,称

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{[\sum_{i=1}^n x_i^2 - n(\bar{x})^2][\sum_{i=1}^n y_i^2 - n(\bar{y})^2]}}$$

为 x 与 y 的相关系数,简称相关系数.

〈点拨〉 当 $r > 0$ 时,表明两个变量正相关;当 $r < 0$ 时,表明两个变量负相关. r 的绝对值越接近 1,表明两个变量的线性相关性越强; r 的绝对值接近于 0 时,表明两个变量之间几乎不存在线性相关关系. 通常认为,当 $|r|$ 大于 0.75 时,两个变量有很强的线性相关关系.

►【例1】 (原创题)探究相关系数 r , 目的是检验两个变量之间的线性相关关系的强弱.

给出数据如下:

x	154	157	158	159	160	161	162	163
y	155	156	159	162	161	164	165	166

检验 x 与 y 之间的线性相关关系.

思路分析: 计算 r , 比较 $|r|$ 与 0.75 的大小即可.

规范解答: r 有两种表示形式,即

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{[\sum_{i=1}^n x_i^2 - n(\bar{x})^2][\sum_{i=1}^n y_i^2 - n(\bar{y})^2]}}$$

$$\bar{x} = (154 + 157 + \dots + 163) \div 8 = 159.25,$$

$$\bar{y} = (155 + 156 + \cdots + 166) \div 8 = 161,$$

$$\sum_{i=1}^8 x_i y_i - 8\bar{x}\bar{y} = (154 \times 155 + 157 \times 156 + \cdots + 163 \times 166) - 8 \times 159.25 \times 161 = 80,$$

$$\sum_{i=1}^8 x_i^2 - 8(\bar{x})^2 = (154^2 + 157^2 + \cdots + 163^2) - 8 \times 159.25^2 = 59.5,$$

$$\sum_{i=1}^8 y_i^2 - 8(\bar{y})^2 = (155^2 + 156^2 + \cdots + 166^2) - 8 \times 161^2 = 116,$$

所以
$$r = \frac{80}{\sqrt{59.5 \times 116}} \approx 0.963.$$

因为 $|r| = 0.963 > 0.75$,

所以, x 与 y 之间有很强的正线性相关关系.

教师点评 解本例的思路非常清晰, 就是计算 r 再把 $|r|$ 与 0.75 相比较, 这样就可以得到统计结论了.

► **【变式 1】** 某大型国企的 10 名工作人员的月收入 x 与月支出 y 如下(单位: 元):

x	800	1200	2000	3000	4000	5000	7000	9000	10000	12000
y	770	1100	1300	2200	2100	2700	3800	3900	5500	6600

判断 x 与 y 的线性相关性.

规范解答: 这里 $x_1 = 800, x_2 = 1200, \dots, x_{10} = 12000; y_1 = 770, y_2 = 1100, \dots, y_{10} = 6600; n = 10$.

计算 r 时, 可以使用公式
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$
 也可以使用公式
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{[\sum_{i=1}^n x_i^2 - n(\bar{x})^2][\sum_{i=1}^n y_i^2 - n(\bar{y})^2]}}.$$

经计算, 得

$$r \approx 0.9826.$$

因为 $|r| = 0.9826 > 0.75$,

所以, x 与 y 之间有很强的线性相关关系.

教师点评 讨论 x 与 y 之间的线性相关关系, 一般称之为相关性检验. 一般地, 相关性检验是讨论线性回归模型的第一步. 当 $r > 0.75$ 或 $r < -0.75$ 时, 可以认为两个变量有很强的线性相关关系, 此时, 建立线性回归模型是有意义的, 其他情况下, 建立线性回归模型意义就不大了, 基本上没有什么价值.

►【变式2】 给出 x 与 y 的数据如下:

x	2	4	5	6	8
y	30	40	60	50	70

(1) 画出散点图;

(2) 求 y 关于 x 的回归直线方程.

规范解答: (1) 画出散点图, 见图 1-1-1.

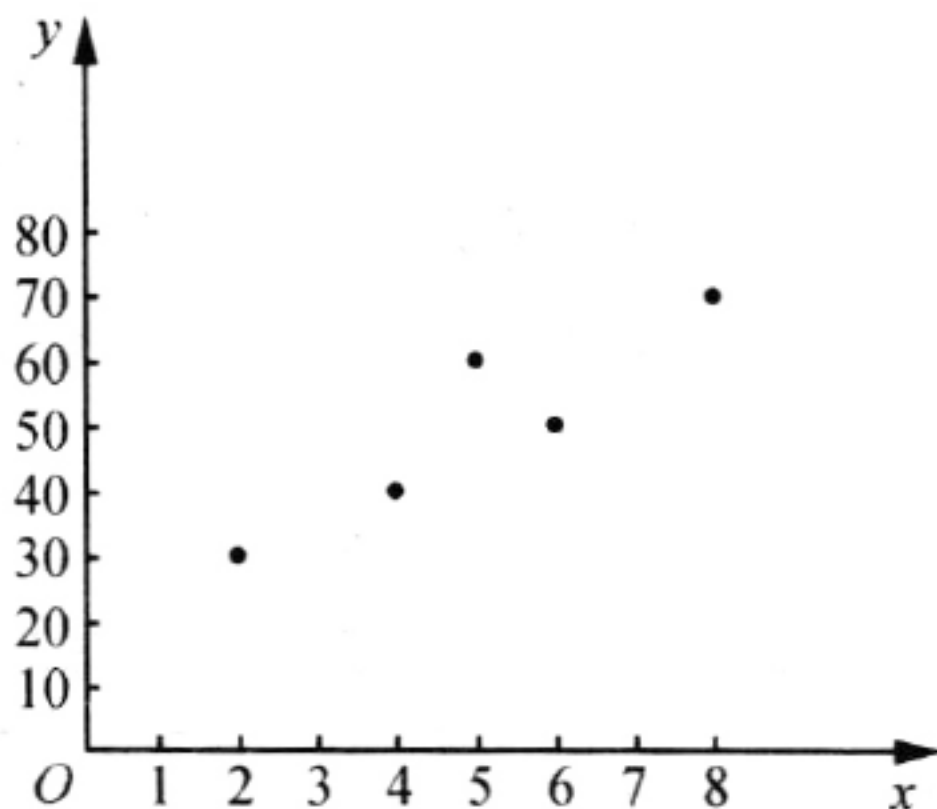


图 1-1-1

(2) ① 相关性检验:

$$\bar{x}=5, \bar{y}=50, \sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5\bar{x}\bar{y} = 130,$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5(\bar{x})^2 = 20, \sum_{i=1}^5 y_i^2 - 5(\bar{y})^2 = 1000,$$

所以
$$r = \frac{130}{\sqrt{20 \times 1000}} \approx 0.919.$$

因为 $|r| = 0.919 > 0.75$,

所以, x 与 y 之间有很强的线性相关关系.

② 求 y 关于 x 的回归直线方程:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5(\bar{x})^2} = \frac{130}{20} = 6.5, a = \bar{y} - b\bar{x} = 50 - 6.5 \times 5 = 17.5,$$

所以, y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y} = 6.5x + 17.5$.

教师点评 解答中, 我们对 x 与 y 的关系进行了相关性检验, 意在探讨有无建立回归直线的必要. 今后, 对题目要求中已经明确了“求 y 关于 x 的回归直线方程”的问题, 就不必进行相关性检验了, 未明确这一点的, 仍要进行相关性检验.

►【变式3】 某厂对一台机器的使用年限 x (年)和维修这台机器的费用 y (万元)记录如下:

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

由资料可知, y 对 x 呈线性相关关系.

(1)求线性回归方程;

(2)使用年限为13年时,估计维修费用是多少万元?

规范解答:(1)计算有关数据,结果如下:

i	1	2	3	4	5	Σ
x_i	2	3	4	5	6	
y_i	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0	
$x_i y_i$	4.4	11.4	22.0	32.5	42.0	112.3
x_i^2	4	9	16	25	36	90

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(2+3+4+5+6) = 4, \bar{y} = \frac{1}{5}(2.2+3.8+5.5+6.5+7.0) = 5, b =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5(\bar{x})^2} = \frac{112.3 - 5 \times 4 \times 5}{90 - 5 \times 4^2} = 1.23, a = \bar{y} - b\bar{x} = 5 - 1.23 \times 4 = 0.08,$$

所以,回归直线方程为 $\hat{y} = 1.23x + 0.08$.

(2)当 $x=13$ 时, $\hat{y} = 1.23 \times 13 + 0.08 = 16.07$ (万元).

答:这台机器使用年限为13年时,估计维修费用是16.07万元.

教师点评 由本例要得到两点启示.

第一,已知题中已经明确了 x 与 y 呈线性相关关系,所以,没有必要再进行相关性检验了.

第二,通过 $\hat{y} = 1.23x + 0.08$ 计算出来的 $\hat{y}|_{x=13} = 16.07$,这实际上是一个预报值,即预报 $x=13$ 时 $\hat{y}$ 的值.

★★★知识点2 相关指数 R^2

[理解] 在《数学(必修)3》中我们了解到,当一个变量的取值一定时,另一个变量的取值带有一定的随机性,就称这两个变量具有相关关系.例如,身高 x 与体重 y 的关系就是相关关系,而且是线性相关关系.体重 y 除了受身高 x 的影响以外,还受许多其他因素的影响,例如,饮食习惯、运动、度量误差等.

当变量 x 与 y 具有较好的线性相关关系时,怎样描述它们的关系呢?以身高 x 与体重 y 为例,很显然,使用 $y = bx + a$ 是不妥的,因为 y 不是只受 x 的影响,它还受许多其他因素的影响.较好的描述应该是

$$y = bx + a + e.$$

①

①中, x 叫做解释变量, y 叫做预报变量, e 叫做随机误差.