高等学校“十二五”重点规划教材

机械工程系列丛书

机械工程测试技术

陈光军 李西兵 张连军 主编

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

高等学校“十二五”重点规划教材
机械工程系列丛书

机械工程测试技术

陈光军 李西兵 张连军 主编

HEUP 哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

内容简介

本书系统地阐述了测试技术的基本理论与各机械量的测量方法。本书理论阐述深入浅出，精选出来的应用实例典型翔实、富有教益。

全书共分七章，内容包括绪论，信号及其描述，测试系统的特性，传感器原理与测量电路，信号调理、处理和记录仪器，计算机辅助测试系统，典型参数测试。

本书可作为高等学校本科机械类专业及其相近专业的教材，也可作为工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

机械工程测试技术 / 陈光军，李西兵，张连军主编.
——哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2011.2
ISBN 978-7-5661-0036-8

Ⅰ. ①机… Ⅱ. ①陈… ②李… ③张… Ⅲ. ①机械工程-测试技术-高等学校-教材 Ⅳ. ①TG806

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 020221 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
经　　销 新华书店
印　　刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂
开　　本 787mm×1092mm 1/16
印　　张 11.25
字　　数 260 千字
版　　次 2011 年 2 月第 1 版
印　　次 2011 年 2 月第 1 次印刷
定　　价 22.00 元
http://press.hrbeu.edu.cn
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前言 PREFACE

测试技术广泛地应用于工农业生产、科学研究、国内外贸易、国防建设、交通运输、医疗卫生、环境保护和人民生活的各个方面，并起着越来越重要的作用，已成为国民经济发展和社会进步的一项必不可少的重要基础技术。因而，使用先进的测试技术也就成为经济高度发展和科技现代化的重要标志之一。

机械工程测试技术是一门综合性技术，涉及到传感、微电子、控制、计算机、数理统计、精密机械等多个学科，要求测试工作者具有深厚的多学科知识。本书以培养学生从事实际测试工作的基本能力和基本技能为目的，将理论知识的讲解与实际应用相结合。在编写过程中既注意到知识的完整性与系统性，将新理论、新方法、新手段融入本教材中，又尽量做到深入浅出，通俗易懂。通过本书的学习，学生能够较正确地选用测试装置并初步掌握测试所需要的基本知识和技能，为进一步学习、研究和处理工程问题打下基础。

全书共七章，分别是绪论，信号及其描述，测试系统的特性，传感器原理与测量电路，信号调理、处理和记录仪器，计算机辅助测试系统，以及典型参数测试。

本书得到了黑龙江省新世纪教育教学改革工程项目（2010-6823）、国家自然科学基金项目（51075218）、黑龙江省自然科学基金项目（E200909）、黑龙江省博士后科学基金项目（LBH-Z10006）、黑龙江省教育厅科学技术研究项目（11551536）的资助。

本书由陈光军、李西兵、张连军联合编写。其中陈光军编写了第一、五、七章，计 10.6 万字；李西兵编写了第二、三、六章，计 10.1 万字；张连军编写了第四章，计 5.3 万字。全书由陈光军统稿。本书在编写过程中参考了国内一些专家和学者的论著，在此表示感谢。

由于编者水平有限，书中难免有错误与不妥之处，恳请各位专家、读者批评指正。

编　者

2010 年 12 月

目录

CONTENTS

第一章　绪论 …… 1
第二章　信号及其描述 …… 5
　第一节　概述 …… 5
　第二节　周期信号 …… 7
　第三节　非周期信号 …… 13
　第四节　随机信号 …… 17
　习题 …… 22
第三章　测试系统的特性 …… 23
　第一节　测试系统及其主要性质 …… 23
　第二节　测试系统的静态特性 …… 25
　第三节　测试系统的动态特性 …… 27
　第四节　常见测试系统的动态特性 …… 31
　第五节　测试系统静态特性和动态特性的测定 …… 37
　第六节　实现不失真测试的条件 …… 40
　第七节　测量误差的基本概念 …… 41
　习题 …… 44
第四章　传感器原理与测量电路 …… 46
　第一节　传感器概述 …… 46
　第二节　机械式传感器 …… 50
　第三节　电阻式传感器 …… 52
　第四节　电感式传感器 …… 57
　第五节　电容式传感器 …… 63
　第六节　压电式传感器 …… 67
　第七节　磁电式传感器 …… 71
　第八节　光电式传感器 …… 74
　第九节　新型传感器 …… 78
　习题 …… 81
第五章　信号调理、处理和记录 …… 83
　第一节　常用信号调理、处理仪器 …… 83
　第二节　信号记录仪器 …… 93
　习题 …… 98
第六章　计算机辅助测试系统 …… 99
　第一节　数据采集装置 …… 99
　第二节　计算机辅助测试技术中的总线 …… 103
　第三节　数字信号分析仪 …… 107
　第四节　虚拟仪器 …… 109

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

习题 …… 120
第七章　典型参数测试 …… 121
第一节　应变、力和扭矩的测量 …… 121
第二节　振动测试 …… 127
第三节　温度测试 …… 137
第四节　湿度测试 …… 149
第五节　位移的测量 …… 153
第六节　流体参量的测量 …… 160
习题 …… 169
参考文献 …… 171

第一章　绪　　论

一、测试技术的重要性

测试的基本任务是获取研究对象的有用的信息。首先是检测出被测对象的有关信息，然后加以处理，最后将其结果提供给观察者或输入其他信息处理装置、控制系统。因此，测试技术属于信息科学范畴，是信息技术三大支柱（测试控制技术、计算技术和通信技术）之一。

测量是以确定被测物属性量值为目的的全部操作。测试是具有试验性质的测量，或者可理解为测量和试验的综合。人类在从事社会生产、经济交往和科学研究活动中，都与测试技术息息相关。

测试是人类认识客观世界的手段，是科学研究的基本方法。科学的基本目的在于客观地描述自然界。科学定律是定量的定律。科学探索需要测试技术，用准确而简明的定量关系和数学语言来表述科学规律和理论也需要测试技术，检验科学理论和规律的正确性同样需要测试技术，可以认为精确的测试是科学的根基。

在工程技术领域中，工程研究、产品开发、生产监督、质量控制和性能试验等，都离不开测试技术。特别是近代工程技术广泛应用着的自动控制技术已越来越多地运用测试技术，测试装置已成为控制系统的重要组成部分。甚至在日常生活用具，如汽车、家用电器等方面也离不开测试技术。

总之，测试技术已广泛地应用于工农业生产、科学研究、国内外贸易、国防建设、交通运输、医疗卫生、环境保护和人民生活的各个方面，起着越来越重要的作用，成为国民经济发展和社会进步的一项必不可少的重要基础技术。因而，使用先进的测试技术也就成为经济高度发展和科技现代化的重要标志之一。

二、测试过程和测试系统的一般组成

信息总是蕴涵在某些物理量之中，并依靠它们来传输，这些物理量就是信号。就具体物理性质而言，信号有电信号、光信号、力信号，等等。其中，电信号在变换、处理、传输和运用等方面都有明显的优点，因而成为目前应用最广泛的信号。各种非电信号也往往被转换成电信号，而后传输、处理和运用，如图 1.1 所示。

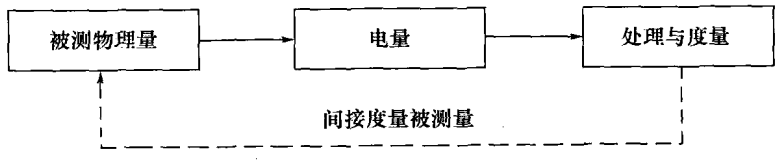

图 1.1　非电量电测量

在测试工作的许多场合中，并不考虑信号的具体物理性质，而是将其抽象为变量之间的函数关系，特别是时间函数和空间函数，从数学上加以分析研究，从中得出一些具有普遍意义的理论。这些理论极大地发展了测试技术，并成为测试技术的重要组成部分。这些理论就是信号的分析和处理技术。

一般说来，测试工作的全过程包含着许多环节：以适当的方式激励被测对象，信号的检测和转换，信号的调理，信号的分析与处理，信号的显示与记录，以及必要时以电量形式输出测量结果。因此，测试系统的大致框图可用图 1.2 表示。

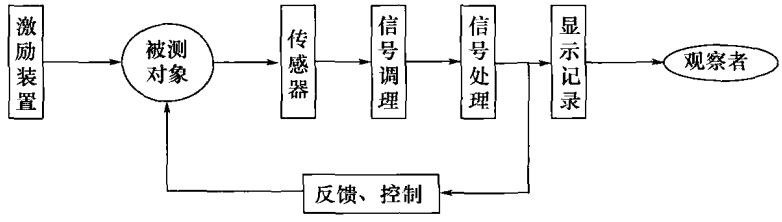

图 1.2　测试系统的组成

客观事物是多样的。测试工作所希望获取的信息，有可能已载于某种可检测的信号中，也有可能尚未载于可检测的信号中。对于后者，测试工作就包含着选用合适的方式激励被测对象，使其产生既能充分表征其有关信息又便于检测的信号。事实上，许多系统的特性参量在系统的某些状态下，可能充分地显示出来；而在另外一些状态下却可能没有显示出来，或者显示得很不明显，以致难于检测出来。因此，在后一种情况下，要测量这些特性参量，就需要激励该系统，使其处于能够充分显示这些参量特性的状态中，以便有效地检测载有这些特性的信号。

传感器直接作用于被测量，并能按一定规律将被测量转换成同种或别种量值输出，这种输出通常是电信号。

信号调理环节把来自传感器的信号转换成更适合于进一步传输和处理的形式。这时的信号转换，在多数情况下是电信号之间的转换。例如，将幅值放大，将阻抗的变化转换成电压的变化，或将阻抗的变化转换成频率的变化，等等。

信号处理环节接收来自调理环节的信号，并进行各种运算、滤波、分析，将结果输出至显示、记录或控制系统。

信号显示、记录环节以观察者易于认识的形式来显示测量的结果，或者将测量结果存储，供必要时使用。

在所有这些环节中，必须遵循的基本原则是各环节的输出量与输入量之间应保持一一对应和尽量不失真的关系，并必须尽可能地减小或消除各种干扰。

应当指出，并非所有的测试系统都具备图 1.2 中的所有环节。实际上，环节与环节之间都存在着传输。图中的传输环节是专指较远距离的通信传输。

测试技术是一种综合性技术，对新技术特别敏感。要做好测试工作，需要综合运用多种学科的知识，注意新技术的发展。

三、测试技术的发展

现代测试技术,既是促进科技发展的重要手段,又是科学技术发展的结果。现代科技的发展不断地向测试技术提出新的要求,推动测试技术的发展。与此同时,测试技术迅速吸取和综合各个科技领域(如物理学、化学、生物学、材料科学、微电子学、计算机科学和工艺学等)的新成就,开发出新的测试方法和装置。

近年来,新技术的进步促使测试技术蓬勃发展,尤其在以下几个方面的发展最为突出:

1. 电路设计的改进

广泛采用运算放大器和各种集成电路,大大简化了测试系统,提高了系统特性。例如有效地减小了负载效应,线性误差等。

2. 新型传感器层出不穷,可测量迅速增多

当今世界已拥有各种高水平的电子设备和信息技术。传感器是信息之源头,只有拥有良好而多样的传感器,才能在非电量的自然界中有效地使用这些设备和技术。有人认为掌握了传感器技术,就能把握住新时代。能不能开发出上乘的测试装置,关键也在于传感器的开发和应用。

当今传感器开发中,以下列三方面的发展最引人注目。

(1) 物性型传感器大量涌现。物性型传感器是依靠敏感材料本身的物性随被测量的变化来实现信号转换的,因此这类传感器的开发实质上是新材料的开发。目前发展最迅速的新材料是半导体、陶瓷、光导纤维、磁性材料,以及所谓的"智能材料"(如形状记忆合金、具有自增殖功能的生物体材料等)。这些材料的开发,不仅使可测量大量增多,使力、热、光、磁、湿度、气体、离子等方面的一些参量的测量成为现实,也使集成化、小型化和高性能传感器的出现成为可能。此外,当前控制材料性能的技术已取得长足的进步。这种技术一旦实现,将会完全改变原有敏感元件设计的理念:从根据材料特性来设计敏感元件,转变成按照传感要求来合成所需的材料。

总之,传感器正经历着从以结构型为主转向以物性型为主的过程。

(2) 集成、智能化传感器的开发。微电子学、微细加工技术和集成化工艺等方面的进展,出现了多种集成化传感器。这类传感器,或是同一功能的多个敏感元件排列成线型、面型的传感器;或是多种不同功能的敏感元件集成一体,成为可同时进行多种参量测量的传感器;或是传感器与放大、运算、温度补偿等电路集成一体的器件。近年来,更有把部分信号处理电路和传感器集成一体,使传感器具有部分智能,成为智能化传感器。

(3) 化学传感器的开发。近 20 年来,工农业生产、环境监测、医疗卫生和日常生活等领域,广泛应用化学传感器。化学传感器把化学量转换成电量。大部分化学传感器是在被测气体或溶液分子与敏感元件接触或被其吸附之后才开始感知的,而后产生相应的电流和电位。目前市场上供应的化学传感器以气体传感器、湿度传感器、离子传感器和生物化学传感器为主。预计在未来一段时间内,化学传感器件将会蓬勃发展,并将出现一些智能化学传感器。

3. 广泛应用信息技术

信息技术,特别是计算机技术和信息处理技术,使测试技术产生了巨大变化,大幅度

地提高了测试系统的精确度、测量能力和工作效率;引进许多新的分析手段和方法,使测试系统具有实时分析、记忆、逻辑决断、自校、自适应控制和某些补偿能力,并向着智能化方向发展。

4. 多参量测量系统的开发

由于出现各种廉价传感器和实时处理装置,为开发多传感器和多种参量测试系统提供了可能性。这种测量系统可实现多自变量函数的测量,是自动控制系统必不可少的装置。它也广泛应用于设备的监测和组成线型或面型传感器阵列进行图像或场量的测试。

四、本课程的学习要求

对高等学校机械类的各有关专业而言,机械工程测试技术是一门专业基础课。本课程所研究的对象是机械工程动态测试中常用的传感器、信号调理电路及记录仪器的工作原理,测量装置基本特性的评价方法,测试信号的分析和处理,以及常见物理量的测量方法。

通过本课程的学习,学生能较正确地选用测试装置并初步掌握进行测试所需要的基本知识和技能,为进一步学习、研究和处理工程问题打下基础。

从进行动态测试工作所必备的基本条件出发,学生在学完本课程后应具有下列几方面的知识:

(1)掌握信号的时域和频域的描述方法,建立明确的信号的频谱结构概念;掌握频谱分析和相关分析的基本原理和方法,掌握数字信号分析中的一些基本概念。

(2)掌握测试装置基本特性的评价方法和不失真测试条件,并能正确地运用于测试装置的分析和选择。掌握一阶、二阶线性系统动态特性及其测定方法。

(3)掌握常用传感器、常用信号调理电路和记录仪器的工作原理和性能,并能较合理地选用。

(4)对动态测试工作的基本问题有一个比较完整的概念,并能初步运用于工程中某些参量的测试。

本课程涉及的知识范围较广,需要高等数学、控制工程、电工、计算机以及机械工程专业的相关知识。特别是课程中涉及到的有关数学知识,会使部分学生望而生畏。其实,课程中所涉及的高等数学知识是很简单的,只要学过高等数学中的微积分、级数就可以学好本课程,千万不要被书中所引用的数学公式和符号所吓倒,应把精力放在对概念的理解上。

本课程具有很强的实践性,只有在学习中密切联系实际,加强实验,注意物理概念,才能真正掌握有关理论。学生只有通过足够和必要的实验才能得到应有的实验能力的训练,才能获得关于动态测试工作的比较完整的概念,也只有这样,才能初步具有处理实际测试工作的能力。

第二章　信号及其描述

第一节　概　　述

在生产实践和科学实验过程中，要观测大量的物理现象和物理参数的变化。这些变化量可以通过测量装置变成容易测量、记录和分析的电信号。一个信号包含着反映被测系统的状态或特征的某些有用的信息，它是人们认识客观事物内在规律、研究事物之间的相互关系、预测未来发展的依据。

一、信号的分类

1. 确定性信号和非确定性信号

根据信号随时间变化的规律可分为确定性信号和非确定性信号（随机信号），具体分类如下：

- 信号
  - 确定性信号
    - 周期信号
      - 谐波信号
      - 一般周期信号
    - 非周期信号
      - 准周期信号
      - 一般非周期信号
  - 非确定性信号
    - 平稳随机信号
    - 非平稳随机信号

（1）确定性信号　能用数学关系式表达的信号称为确定性信号。例如，单自由度振动系统（质量－弹簧系统，见图 2.1）作无阻尼自由振动时，其位移 $x(t)$ 就是确定的，可表示为

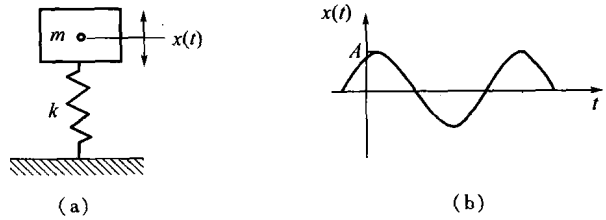

图 2.1　无阻尼弹簧－质量系统

（a）无阻尼弹簧－质量系统示意图；（b）振动振幅随时间变化图

$$x(t) = A\sin(\omega_n t + \phi) \tag{2.1}$$

式中：A——振幅；

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

ω_n——固有频率，$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$；

k——弹簧刚度；

m——质量；

ϕ——初相位。

确定性信号可以分为周期信号和非周期信号两类。当信号按一定时间间隔周而复始重复出现时称为周期信号，否则称为非周期信号。典型的周期信号如图 2.2 所示。

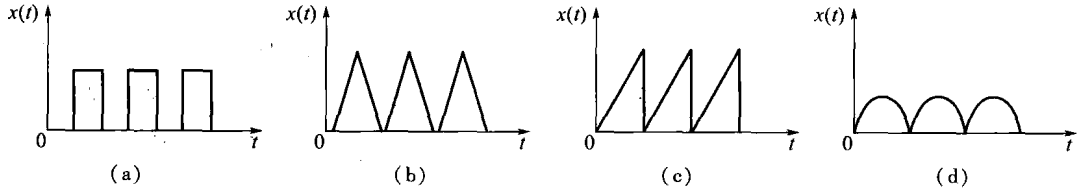

图 2.2　典型的周期信号

(a)方波；(b)三角波；(c)锯齿波；(d)全波整流

周期信号的数学表达式为

$$x(t)=x(t+nT)\quad(n=\pm1,\pm2,\cdots)\tag{2.2}$$

式中，T 为周期，$T=2\pi/\omega=\frac{1}{f}$，$\omega$ 为角频率，f 为频率。

一般周期信号（如周期方波、周期三角波等）是由多个乃至无穷多个频率成分（频率不同的谐波分量）叠加所组成的，叠加后存在公共周期。

准周期信号也是由多个频率成分叠加的信号，但叠加后不存在公共周期。

一般非周期信号是在有限时间段存在，或随着时间的增加而幅值衰减至零的信号，又称为瞬变非周期信号。

(2) 非确定性信号　又称为随机信号，是无法用明确的数学关系式表达的信号。如不平路面对运输工具的激励信号，天气温、湿度变化信号，环境噪声信号等。

2. 连续信号和离散信号

根据时间信号的连续性可分为连续信号和离散信号，若信号是连续时间变量的函数，则为连续信号；若信号是离散时间变量的函数，则为离散信号，如图 2.3 所示。离散信号可用离散图形表示，或用数字序列表示。连续信号的幅值可以是连续的，也可以是离散的。独立变量和幅值均为连续值的信号称为模拟信号；若离散信号的幅值也是离散的，则称为数字信号。

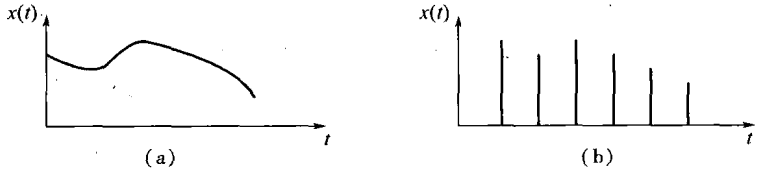

图 2.3　连续信号与离散信号

(a)连续信号；(b)离散信号

二、信号的描述

一个信号包含了很多有用的信息：信号强度、波动程度、频率结构以及在不同频率上的强度、信号本身或相互之间的相似程度、信号大小取各种可能值的概率等。因此，仅用信号的幅值随时间变化的函数关系式满足不了要求，需要从不同的角度，采用不同的方法描述、分析、处理信号。

直接检测或记录到的信号一般是随时间变化的物理量，称为信号的时域描述。这种描述能够反映信号幅值随时间变化的关系，但不能揭示信号的频率结构特征。因此在测试中常把时域描述的信号进行变换，转换成与各个频率对应的幅值、相位，称为信号的频域描述，即以频率为独立变量来表示信号。频域描述可以反映信号各频率成分的幅值和相位特征。

信号的时、频域描述可以通过数学工具进行相互转换，而且含有相同的信息量。一般从时域数学表达式转换为频域表达式称为频谱分析，以频率为横坐标，分别以幅值和相位为纵坐标，便可得到信号的幅频谱和相频谱。图 2.4 为周期方波信号的时域图形、幅频谱和相频谱三者之间的关系及其变换。

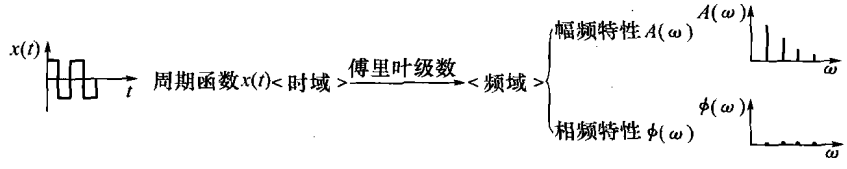

图 2.4　周期方波信号的时域、频域描述及其变换

第二节　周 期 信 号

一、周期信号的时域描述和频域描述

谐波信号是最简单的周期信号，只有一个频率成分。一般周期信号可以利用傅里叶级数展开成多个乃至无穷多个不同频率的谐波信号的线性叠加。

1. 三角函数展开式

描述周期信号的基本数学工具是傅里叶级数。根据傅里叶级数的理论，在满足狄里克雷条件下，任何一个周期为 T 的周期信号 $x(t)$ 都可以展成如下的傅里叶级数：

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega_0 t + b_n\sin n\omega_0 t) \quad (n = 1,2,3,\cdots) \tag{2.3}$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,\mathrm{d}t$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos n\omega_0 t\,\mathrm{d}t$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\sin n\omega_0 t\,\mathrm{d}t \tag{2.4}$$

式中：a_0, a_n, b_n—— 傅里叶系数；

T—— 信号周期，也是信号基波成分的周期；

ω_0—— 信号的基频，$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$，$n\omega_0$ 为 n 次谐频。

由三角函数变换，可将式(2.3)写成另一种形式：

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n) \tag{2.5}$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\phi_n = \arctan \frac{a_n}{b_n}$$

例 2.1 求周期方波(见图 2.5(a))的频谱。

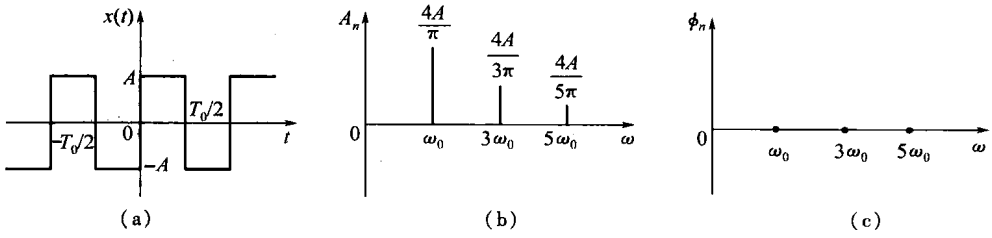

图 2.5 周期方波时、频域图

解 周期方波的数学表达式为

$$x(t) = \begin{cases} A & 0 \leqslant t < T/2 \\ -A & -T/2 \leqslant t < 0 \end{cases}$$

因该函数是奇函数，所以 $a_0 = 0, a_n = 0$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\sin n\omega_0 t \mathrm{d}t \\ &= -\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{0} A\sin n\omega_0 t \mathrm{d}t + \frac{2}{T}\int_{0}^{T/2} A\sin n\omega_0 t \mathrm{d}t \\ &= \frac{2A}{T}\left[\frac{\cos n\omega_0 t}{n\omega_0}\bigg|_{-\frac{T}{2}}^{0} + \frac{-\cos n\omega_0 t}{n\omega_0}\bigg|_{0}^{\frac{T}{2}}\right] \\ &= \frac{2A}{n\omega_0 T}[1 - \cos(-n\omega_0 T_0/2) - \cos(n\omega_0 T/2) + 1] \\ &= \frac{4A}{n\pi}[1 - \cos(-n\omega_0 T/2)] \\ &= \begin{cases} \frac{4A}{n\pi} & n = 1,3,5,\cdots \\ 0 & n = 2,4,6,\cdots \end{cases} \end{aligned}$$

因此，有

$$x(t) = \frac{4A}{\pi}\left(\sin\omega_0 t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_0 t + \cdots\right)$$

根据上式，幅频图和相频图如图 2.5(b)，(c)所示。幅值以$\frac{1}{n}$的规律收敛，相频谱中各次谐波的初相位均为零。

由此可以看出，图 2.5 所示的周期方波是由无穷个正弦信号叠加而成的，其频率分别为 $\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0, \cdots$，幅值分别为$\frac{4A}{\pi}, \frac{1}{3}\frac{4A}{\pi}, \frac{1}{5}\frac{4A}{\pi}, \cdots$。上式中的第 1，3 次谐波相加，则有图 2.6(b)所示的图形，若 1，3，5 次谐波相加，则有图 2.6(c)所示的图形。叠加项越多，越接近方波，当叠加项无穷大时，叠加后的波形就是周期方波。图 2.7 形象地说明了周期方波的时域描述和频域描述及其相互关系。

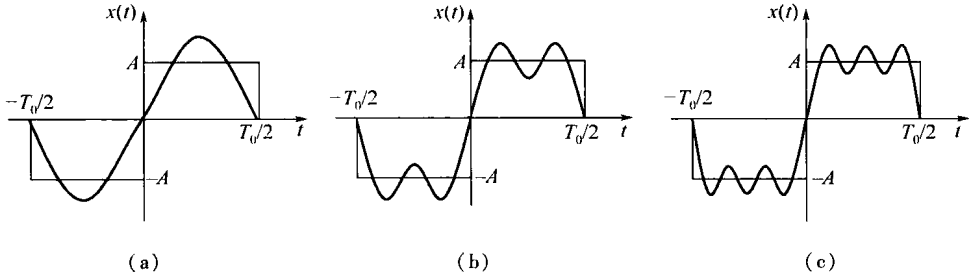

图 2.6　周期方波的谐波成分叠加

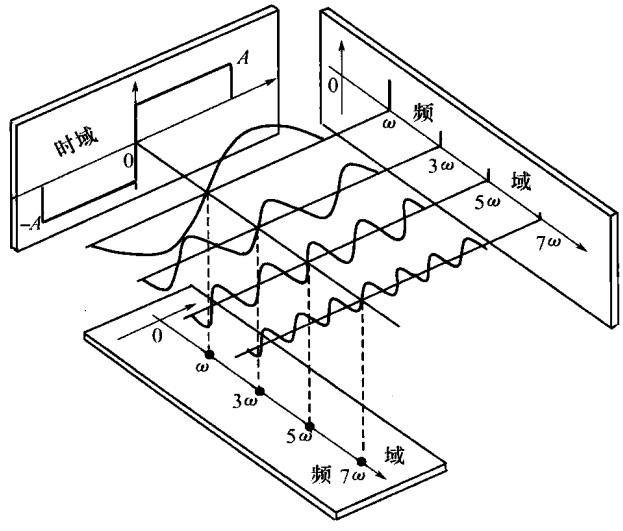

图 2.7　周期方波的时、频域描述及其相互关系

2. 复指数展开式

傅里叶级数可以写成复数函数形式。根据欧拉公式：

$$e^{\pm jn\omega_0 t} = \cos n\omega_0 t \pm j\sin n\omega_0 t$$

$$\cos n\omega_0 t = \frac{1}{2}(e^{-jn\omega_0 t} + e^{jn\omega_0 t})$$

$$\sin n\omega_0 t = \frac{1}{2}(e^{-jn\omega_0 t} - e^{jn\omega_0 t}) \tag{2.6}$$

式中，$j^2 = -1$。

将(2.3)式写成

$$\begin{aligned} x(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{2}(a_n + jb_n)e^{-jn\omega_0 t} + \frac{1}{2}(a_n - jb_n)e^{jn\omega_0 t}\right] \\ &= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(c_{-n}e^{-jn\omega_0 t} + c_n e^{jn\omega_0 t}) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \end{aligned} \tag{2.7}$$

式中，$c_0 = a_0$；$c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$；$c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$。

这就是傅里叶级数的复数形式。将式(2.4)代入式(2.6)可得傅里叶级数的系数为

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-jn\omega_0 t}dt \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \tag{2.8}$$

把周期函数 $x(t)$ 展开为傅里叶级数的负指数函数形式后，可分别以 $|c_n| - \omega$ 和 $|\phi_n| - \omega$ 作幅频谱图和相频谱图；也可以分别以 c_n 的实部或虚部与频率的关系作频谱图，并分别称为实频谱图和虚频谱图。

例 2.2 对图 2.5 所示的方波，以复指数展开形式求频谱，并作幅频图。

解 因为 $e^{-jn2\pi} = 1, e^{-jn\pi} = (-1)^n, T\omega_0 = 2\pi$

则有

$$c_n = \begin{cases} -j\dfrac{2A}{n\pi} & n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \cdots \\ 0 & n = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \cdots \end{cases}$$

$$x(t) = -j\frac{2A}{\pi}\sum_{n=-\infty}^{n=\infty}\frac{1}{n}e^{jn\omega_0 t} \quad (n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \cdots)$$

其中

$$\begin{cases} |c_n| = \dfrac{2A}{n\pi} \\ \phi_n = \arctan\dfrac{-2A/n\pi}{0} = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} & n > 0 \\ -\dfrac{\pi}{2} & n < 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{Re}c_n = 0 \\ \mathrm{Im}c_n = -\dfrac{2A}{n\pi} \end{cases}$$

其实、虚频谱和幅、相频图如图 2.8 所示。

故余弦方波函数只有实频图谱，沿纵轴偶对称；正弦方波函数只有虚频图谱，沿纵轴奇对称。图 2.8 为这两个函数的频谱图。

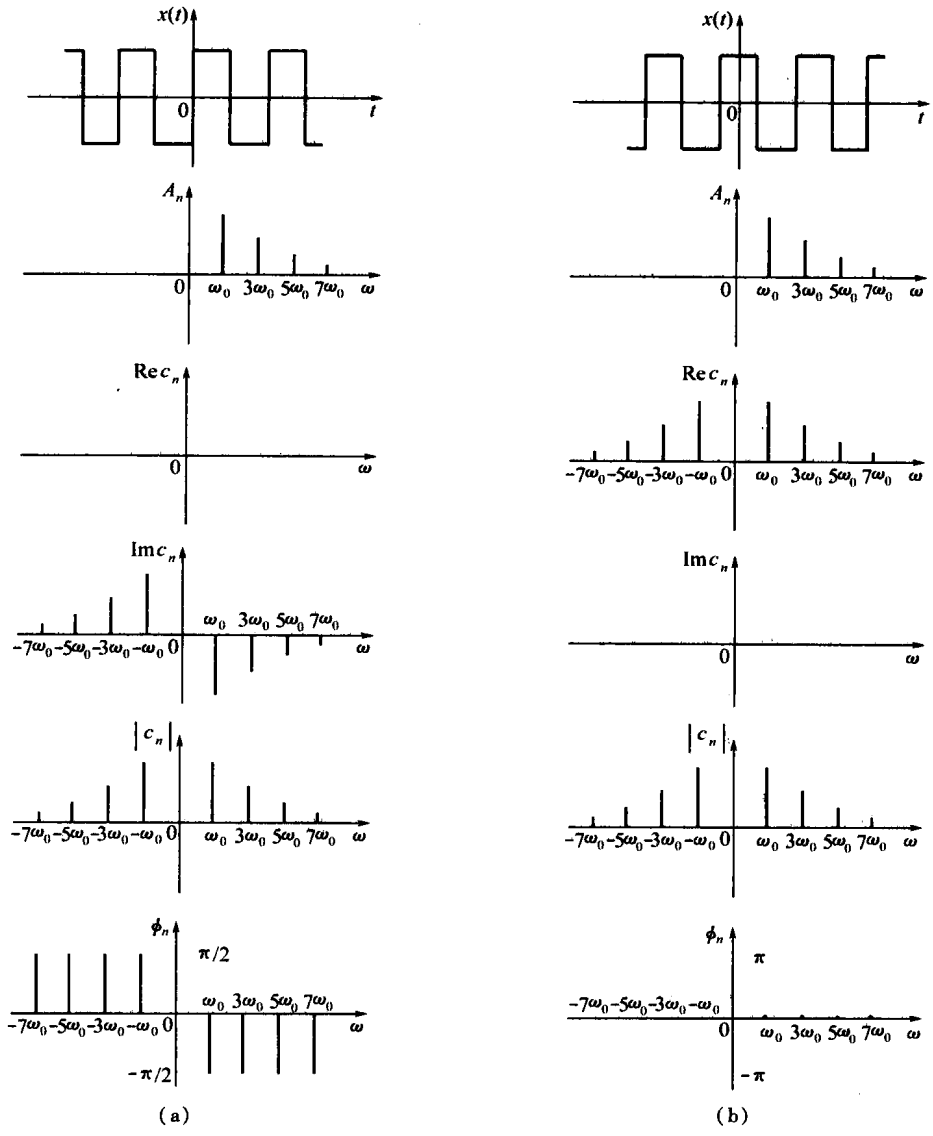

图 2.8　周期方波实、虚频谱和幅、相频图

比较傅里叶级数的两种展开形式可知：复数函数形式的频谱为双边谱（ω：$-\infty \to +\infty$），三角函数形式的频谱为单边谱（ω：$0 \to +\infty$）；两种频谱各谐波幅值在量值上有确定关系，即 $|c_0| = a_0$，$|c_n| = \frac{1}{2}\sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{1}{2}A_n$。

一般周期函数按傅里叶级数的复指数函数形式展开后，其实频谱总是偶对称的，其虚频谱总是奇对称的。

由上述可知，周期信号频谱具有以下特点：

（1）离散性。周期信号的频谱由离散的谱线组成，每条谱线表示一个正弦分量。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com