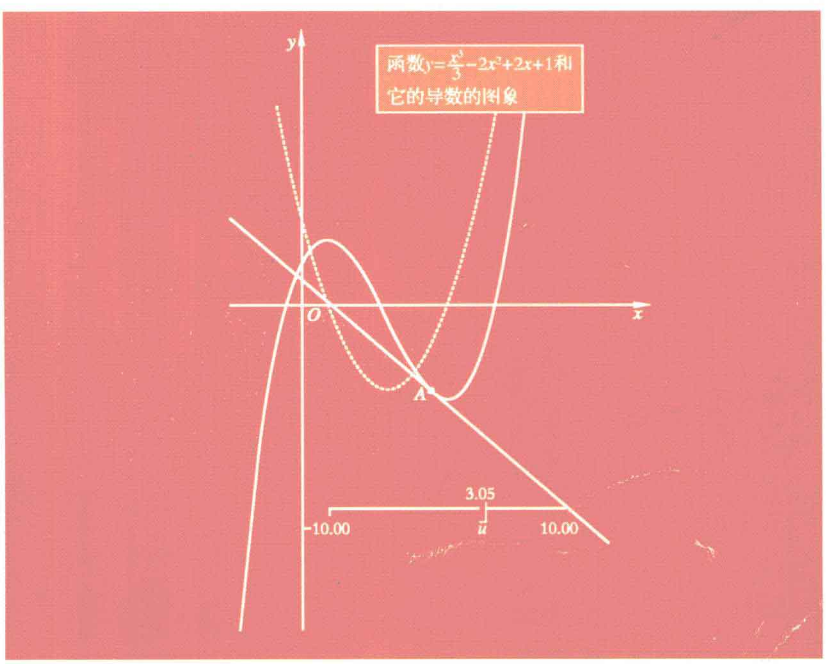
经全国中小学教材审定委员会2005年初审通过

Mathematics

普通高中课程标准
实验教科书

数学

选修1-1（文科）



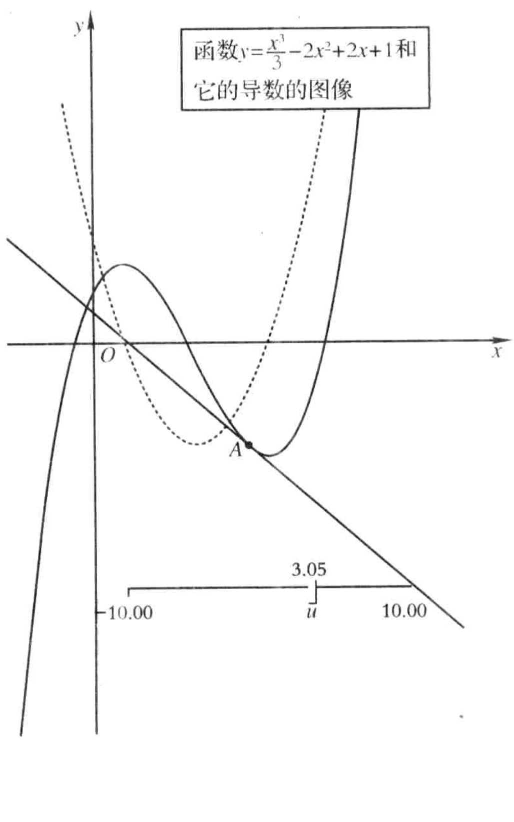
湖南教育出版社

Mathematics

普通高中课程标准
实验教科书

数学

选修 1－1（文科）



主　　编　张景中　陈民众
执行主编　李尚志
编　　委　查建国　郑志明　朱华伟
　　　　　罗培基　贺仁亮　孟实华

普通高中课程标准实验教科书
数　学
选修 1—1（文科）
责任编辑：孟实华　邹伟华　甘　哲
美术编辑：肖　毅
技术插图：徐　航
湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路 443 号）
网　　址：http://www.hneph.com
电子邮箱：postmaster@hneph.com
湖南省新华书店经销
湖南新华印刷集团有限责任公司(邵阳)印刷
890×1240　16 开　印张：9.5　字数：240000
2005 年 8 月第 1 版　2005 年 8 月第 1 次印刷
ISBN 7—5355—4602—1/G·4597
定　价：10.90 元

走向数学的新天地

这一册里，要学的是常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、导数及其应用.

现代社会，人与人交流，要说要写，要听要读.要说得清楚，要写得通顺，要听得明白，要读出味道，一定要懂点逻辑.要知识逻辑用语的含义，要会用逻辑用语表达思想.尤其是在数学宫殿里，逻辑是基石中不可缺少的部分.数学的表述和论证，或明或暗地处处在使用逻辑用语.能不能准确理解和表达数学内容，能不能慧眼识破错误的断言或无用的推理，逻辑用语方面的功力至关紧要.

笛卡尔的坐标系，开启了变量数学的大门.学了距离公式、直线和圆的方程这些入门功夫，算是初步品尝了数形结合的思想.要进一步感受这种思想的奥妙和威力，就来探索如何用解析几何的方法研究圆锥曲线吧！地球和宇宙飞船的轨道，子弹的飞行路线，一去不返的彗星的遗迹，放到直角坐标系里原来都是二次方程.用了代数方法，古人用非凡智慧才能洞悉的圆锥曲线的奥秘，就水落石出真相大白了.

坐标系的好处，绝不仅仅是把直线和圆锥曲线写成方程.千变万化的函数，到这里又成了形形色色的曲线.运动物体的瞬时速度，曲线上一点处的切线斜率，函数的瞬时变化率，到了数学世界原来是一回事，就是导数！导数概念是微积分的核心概念之一，而微

积分的创立是数学发展中的里程碑．回顾过去：大量的几何问题和物理问题，数学家们本来要一个一个地辛苦地研究．在微积分的方法和工具的威力之下，这些问题摧枯拉朽般地被清算了．展望前程：微积分的出现，开创了数学的新时期，开辟了数学的新天地，一系列内容丰富、思想深刻、应用广泛的数学分支在微积分的基础上诞生成长．

在短短的几个星期里，我们将通过大量的实例，体验创造数学新概念的激动；理解导数的思想的奥妙；在应用导数研究函数的单调性和极值等性质的过程中，在应用导数解决实际问题的喜悦中，感受数学思想的力量，体会微积分的产生对人类文化发展的价值．在更近的距离，欣赏数学宫殿的辉煌．

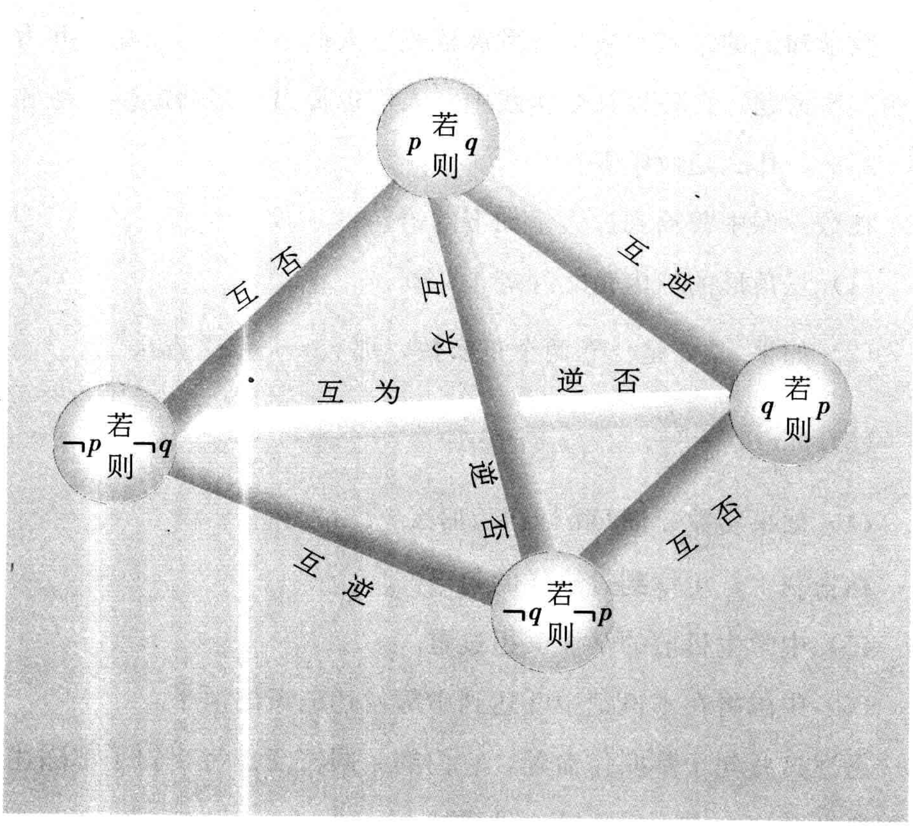
作　者

2004年12月

目录

第1章 常用逻辑用语

逻辑规矩有方圆，
当且仅当令如山.
或者婉言容选择，
充分游刃天地宽.



人与人之间交流的语言，基本上分为两类：一类是感性语言，一类是理性语言. 感性语言是对视、听、闻、触摸等获取的信息所作的表达，理性语言则是对大脑中的思维活动所作的表达. 逻辑用语就是一种理性语言，是表达理性思维的载体.

学习常用逻辑用语，掌握常用逻辑用语的用法，就可以利用这些逻辑用语准确、简洁地表述数学内容和数学思想. 同时，在各种交流活动中，也可以利用这些逻辑用语严密地表述对各种问题的思考结果.

1.1 命题及其关系

1.1.1 命题的概念和例子

数学知识的丰富和数学的发展依赖于人们不断地提出命题并力图证明这些命题. 在各种社会实践中，人们也提出许多命题供思考和讨论. 那么，什么是命题呢？

在数学课中曾遇到过大量如下的语句：

（1）三角形的三内角之和等于 $180°$.

（2）如果 a，b 是任意两个正实数，那么 $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$.

（3）$\sin 60°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（4）如果实数 a 满足 $a^2=9$，那么 $a=3$.

在报刊上，也读到过这样的句子：

（5）中学生目前的学业负担过重.

（6）中国将在本世纪中叶达到中等发达国家的水平.

上述这些句子都叫作命题，它们的共同特征是每个句子都陈述了能够判断其成立或不成立的一件事情.

可以判断成立或不成立的语句叫作**命题**（proposition），成立的

命题叫作真命题（true proposition），不成立的命题叫作假命题（false proposition）．例如，上述命题（1）、（2）是两个真命题，而命题（3）、（4）是两个假命题．命题（5）、（6）的真假性需要根据实际情况确定，但总之不是真命题就是假命题．

社会生活中的许多命题很难确定真假，否则各种辩论比赛就失去了存在的理由．

例 已知 a，b 是两个实数，试证：

（1）命题“如果 a，b 是正实数且 $a^2>b^2$，那么 $a>b$”是真命题；

（2）命题“如果 a，b 是任意实数且 $a^2>b^2$，那么 $a>b$”是假命题．

证 （1）$\because$ $a^2>b^2$，$\therefore$ $a^2-b^2=(a-b)(a+b)>0$．

$\because$ $a>0$，$b>0$，$\therefore$ $a+b>0$．

因此，$a-b>0$，即 $a>b$．

于是，命题(1)是真命题．

（2）取 $a=-2$，$b=1$．$a^2>b^2$，但 $a<b$．于是，命题(2)是假命题．

证明假命题的通常方法是举出一个反例．

练 习

判断下列命题的真假：

（1）$5\leqslant 4$；

（2）有两个角为 $45°$ 的三角形是等腰直角三角形；

（3）方程 $x^2+1=0$ 没有实数根．

习题 1

学而时习之

1．判断下列命题的真假：

(1) 若 a，b 是任意实数，则 $|a|+|b|>0$；

(2) 若 x，y 是实数且 $x^2+y^2=0$，则 $x=y=0$.

温故而知新

2. 试证：

(1) 命题“若 $m>0$，则 $x^2+x-m=0$ 有两个不同的实数根”是真命题；

(2) 命题“若 $x^2+x-m=0$ 有两个不同的实数根，则实数 $m>0$”是假命题.

3. 试独立举出数学上一个真命题和一个假命题的例子.

上下而求索

4. 命题“中学生目前的学业负担过重”是真命题还是假命题？说明理由.

1.1.2 命题的四种形式

同学们在初中阶段已学过命题与逆命题的知识，知道如何构造一个命题的逆命题，也知道当一个命题为真时，它的逆命题可以为真也可以为假. 如果把两个互逆的命题中的一个叫作原命题，那么另一个叫作原命题的逆命题.

例如：

(1) 原命题　若两个三角形全等，则它们相似；

(2) 逆命题　若两个三角形相似，则它们全等.

又如：

(3) 原命题　若两个三角形不全等，则它们不相似；

(4) 逆命题　若两个三角形不相似，则它们不全等.

你能发现构造的规律吗？

仔细分析上述四个命题的构成，容易发现它们之间有内在的联

系：由其中一个命题出发能够构造出其余的三个命题.

命题通常由两部分构成——命题的条件部分和命题的结论部分. 例如，命题(1)的条件部分是“两个三角形全等”，结论部分是“两个三角形相似”. 分析上述四个命题的条件部分和结论部分就能发现：命题(2)的条件部分是命题(1)的结论部分，命题(2)的结论部分是命题(1)的条件部分；命题(3)的条件部分和结论部分分别是命题(1)的条件部分和结论部分的否定；命题(4)的条件部分是命题(1)的结论部分的否定，命题(4)的结论部分是命题(1)的条件部分的否定. 在这种情况下，如果把命题(1)看作原命题，那么命题(2)叫作命题(1)的逆命题，命题(3)叫作命题(1)的否命题，命题(4)叫作命题(1)的逆否命题. 这就是所谓的命题的四种形式.

我们讨论的命题都是条件和结论比较明显的命题.

分析命题的条件和结论是关键.

用符号抽象地表示命题可以更清晰地显示命题的四种形式. 通常用小写拉丁字母 p，q，r，s，…表示最简单的命题，记号 $\neg p$ 表示命题 p 的否定，即不是 p. 如果 p，q 表示两个命题，那么命题“若 p 则 q”的四种形式是：

原命题（original proposition）　若 p 则 q；

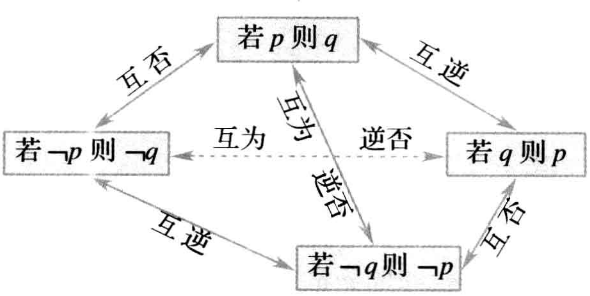
逆命题（converse proposition）　若 q 则 p；

否命题（negative proposition）　若 $\neg p$ 则 $\neg q$；

逆否命题（converse-negative proposition）　若 $\neg q$ 则 $\neg p$.

命题的四种形式中，任一对命题之间的相互关系如下图所示：

以命题四种形式中的任一种作为原命题，还能产生新的命题形式吗？



例 1　分别写出下列两个命题的四种形式：

(1) 若 $\alpha=60°$，则 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

(2) 设 $a>0$，$b>0$. 若 $a>b$，则 $a^2>b^2$.

解 (1) 原命题 若 $\alpha=60°$，则 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

逆命题 若 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\alpha=60°$；

否命题 若 $\alpha\neq 60°$，则 $\sin\alpha\neq\frac{\sqrt{3}}{2}$；

逆否命题 若 $\sin\alpha\neq\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\alpha\neq 60°$.

(2) 原命题 设 $a>0$，$b>0$. 若 $a>b$，则 $a^2>b^2$；

逆命题 设 $a>0$，$b>0$. 若 $a^2>b^2$，则 $a>b$；

否命题 设 $a>0$，$b>0$. 若 $a\leqslant b$，则 $a^2\leqslant b^2$；

逆否命题 设 $a>0$，$b>0$. 若 $a^2\leqslant b^2$，则 $a\leqslant b$.

关键是写好原命题的条件 p 和结论 q.

例 2 把下列命题改写成"若 p 则 q"的形式，并写出它们的逆命题、否命题和逆否命题.

(1) 矩形的两条对角线互相平分；

(2) 小于 -5 的数的平方大于 25.

解 (1) 原命题 若四边形是矩形，则它的两条对角线互相平分；

逆命题 若四边形的两条对角线互相平分，则它是矩形；

否命题 若四边形不是矩形，则它的两条对角线不互相平分；

逆否命题 若四边形的两条对角线不互相平分，则它不是矩形.

(2) 原命题 若 $a<-5$，则 $a^2>25$；

逆命题 若 $a^2>25$，则 $a<-5$；

否命题 若 $a\geqslant -5$，则 $a^2\leqslant 25$；

逆否命题 若 $a^2\leqslant 25$，则 $a\geqslant -5$.

原命题为真时不能判断它的逆命题的真假性，因此，考虑一个命题的逆命题是提出猜想的一个来源.

我们已经知道，当原命题为真时，它的逆命题可以为真也可以为假. 那么，原命题的真假性同它的否命题及逆否命题的真假性之间是否有关系呢？

1. 原命题为真，它的逆命题可以为真，也可以为假.

例 3 试证：

(1) 设 a，b，c 分别表示$\triangle ABC$ 中$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对边的边

长，命题“若$\angle C$为钝角，则$c^2>a^2+b^2$”的逆命题是真命题；

（2）命题“两个正数之积仍为正数”的逆命题是假命题.

证 （1）逆命题是：设a，b，c分别表示$\triangle ABC$中$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$所对边的边长. 若$c^2>a^2+b^2$，则$\angle C$为钝角.

利用三角形的余弦定理，

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}<0，\text{且}\quad 0°<\angle C<180°，$$

所以$\angle C>90°$.

因此，(1)中命题的逆命题是真命题.

（2）逆命题是：若$ab>0$，则$a>0$且$b>0$.

取$a=b=-1$. $ab>0$，但$a<0$.

因此，(2)中命题的逆命题是假命题.

2. 原命题为真，它的逆否命题一定为真.

事实上，逆否命题只是原命题的另一种陈述.

逆否命题不产生新命题.

例如：

原命题　若$a=0$，则$ab=0$；

逆否命题　若$ab\neq0$，则$a\neq0$.

又如：

原命题　最高气温超过30 ℃时我就开空调；

逆否命题　若我没有开空调，则最高气温不超过30 ℃.

3. 原命题为真，它的否命题可以为真，也可以为假.

否命题是原命题的哪种形式命题的逆否命题？

例如：真命题“若$a>0$，则$a^3>0$”的否命题“若$a\leqslant0$，则$a^3\leqslant0$”是真命题，而真命题“若$a>0$，则$a^2>0$”的否命题“若$a\leqslant0$，则$a^2\leqslant0$”是假命题.

练　习

1. 写出下列命题的四种形式：

（1）若两个三角形全等，则它们的面积相等；

(2) 若 $a>0$，则 $a^3>0$.

2. 写出命题“正方形的对角线互相垂直”的逆命题、否命题和逆否命题，并判断它们的真假.

3. “原命题为真，它的否命题一定为假”的说法是否正确，举例说明.

习题 2

学而时习之

1. 把下列命题改写成“若 p 则 q”的形式，并分别写出它们的逆命题、否命题和逆否命题：

(1) 正方形的四条边相等；

(2) 末位是 5 的整数可以被 5 整除；

(3) 当 $a>0$ 时，函数 $y=ax+b$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

2. 写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题，并分别判断它们的真假：

(1) 设 a，b，c 为任意实数，若 $a=b$，则 $ac=bc$；

(2) 到圆心的距离等于该圆半径的直线是圆的切线；

(3) $x=5$ 是方程 $x^2-4x-5=0$ 的根.

3. 判断下列说法是否正确：

(1) 一个命题的逆命题为真，它的否命题也为真；

(2) 原命题为假，它的逆否命题也为假.

温故而知新

4. 写出下列命题的四种形式：

(1) 两个偶数之积仍是一个偶数；

(2) $\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

5. 试证下列两个命题的逆命题都是假命题：

(1) 设 a 是整数，若 a 是 4 的倍数，则 a^3 是 8 的倍数；

(2) 二次函数的图象一定有对称轴.

6. 写出下列命题的四种形式，并分别判断它们的真假性：

(1) 设 a，b，c 是任意三个实数，若 $a>b$，则 $ac>bc$；

(2) 函数 $y=x^2$ 在区间$(1,+\infty)$上单调递增.

1.1.3 充分条件和必要条件

上节我们讨论了“若 p 则 q”这种形式的命题，本节我们将通过命题“若 p 则 q”的真假性讨论 p 和 q 的真假性之间的联系. “若 p 则 q”为真命题指当 p 成立时，q 一定也成立，换句话说，p 成立可以推出 q 成立. 在这种情况下，记作 $p\Rightarrow q$，并把 p 叫作命题 q 的**充分条件**（sufficient condition），q 叫作 p 的**必要条件**（necessary condition）. $p\Rightarrow q$ 可以理解为一旦 p 成立，q 一定也成立，即 p 对于 q 的成立是充分的；换个角度考虑，一旦 q 不成立，p 一定也不成立，即 q 对于 p 的成立是必要的.

当命题“若 p 则 q”为假命题时，记 $p\nRightarrow q$. 在这种情况下，p 是 q 的不充分条件，q 是 p 的不必要条件.

例如：“若 $a=b$，则 $a^2=b^2$”是真命题，可写成 $a=b\Rightarrow a^2=b^2$. $a=b$叫作 $a^2=b^2$ 的一个充分条件，$a^2=b^2$ 是 $a=b$ 的一个必要条件. 而“若 $a^2=b^2$，则 $a=b$”是假命题，可写成 $a^2=b^2\nRightarrow a=b$，$a^2=b^2$ 是 $a=b$的一个不充分条件，$a=b$ 是 $a^2=b^2$ 的一个不必要条件.

如果对两个命题 p 和 q，既有 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，就记作 $p\Leftrightarrow q$. 这时，p 既是 q 的充分条件，又是 q 的必要条件，就叫作 p 是 q 的**充分必要条件**（sufficient and necessary condition），简称充要条件. p 是 q 的充分必要条件指 p 成立当且仅当（if and only if）q 成立. 在这种情况下，命题 p 和命题 q 称为两个互相**等价**（equivalent）的命题. 两个互相等价的命题通常是对同一事物从不同角度所作的描述.

例如，p：两个三角形的两角夹边对应相等，q：两个三角形的