實驗計劃法

中國生產力中心

實驗計劃法

吳 玉 印 編著

中國生產力中心

中華民國六十九年四月

中華民國五十八年六月初版
中華民國六十九年四月三版

實驗計劃法

每冊定價新台幣 250 元

編著者：吳　玉　印
發行者：王　士　杰
出版者：中國生產力中心
臺北市西寧南路62號
電話3610261號（拾線）
郵政劃撥帳戶12734號
印刷者：漢苑印刷有限公司
電話：九六一四二三一

序

溯自民國四十四年十一月中國生產力中心成立後，即以改善我國之工業管理技術為目標，介紹工業工程為手段，而統計的品質管制實為其中重要之一環。流光荏苒，瞬已十有四年，倖獲工業界之重視，參加本中心各種品管研習班者，數逾八千人，經本中心直接輔導實施品管之工廠達九十家以上，大專院校開設品管課程者計二十四所，已蔚為蓬勃之氣象。

品質管制學之範圍，包括：品質管制圖、抽樣檢驗、統計分析、及實驗計劃等。工業上實施品管後，咸認為數理統計學對製造過程之分析與管制，頗具效果。惟尚難獲得最佳作業條件，如能採用實驗計劃法，即可在現場之情況下，事先計劃實驗之順序，以謀求最高收率或產量。

實驗計劃（Design of experiments）係由英國人費舍（R. A. Fisher, 1890—1962）所創始。費舍氏於一九二三年發表關於農場試驗法之論文，對於過去之試驗方法，作革命性之改革，主張在實驗前應先考慮如何配置有關因素，預估實測值之構成成份及機率，設定無效假說，然後照預估情形決定實驗條件，進行實驗，再以所得資料用變異數分析法整理之，即可在最經濟之條件下，獲致可靠之結論。

費舍氏所提倡之實驗理論，包括：(1)實驗之目的，為尋求管理上較經濟之因素、(2)為避免實驗中之各種誤差，影響實驗結果之判斷，應利用隨機化原理、(3)為提高實驗之精密度，應有充分之反覆實驗次數，選擇最有效之配置法及最可靠之檢定方法等。實驗計劃雖由農業試驗發展而來，但在世界各國實施品質管制後，在工業上之應用已遠勝於農業。此後經科學家之繼續鑽研，遂發展而成為專門之學問。近

年來美國學者 Box 及 Wilson 諸氏所發表之漸變作業（EVOP）、日人田口玄一氏發表之直交排列表（Orthogonal layout table）等，經各國在工業上應用後，業已證明其為極有效之方法矣。

本中心自四十五年起，即開始舉辦品質管制高級班，介紹統計分析及實驗計劃。嗣鑒於實驗計劃之發展迅速，而美、英、日等先進國家，其研究人員、技術工程人員均競相研習，已成為必修之學問。故自五十五年起，本中心遂單獨開班講授，曾先後在臺南、臺北、溪州等地舉辦，以造就專業人才。

本書編者吳玉印先生，現任臺一工程公司總經理，曾在臺肥公司從事品質管制工作，並協助省內各工廠推行品管，復應聘擔任本中心高級品質管制班及實驗計劃班講師有年。五十六年經本中心之推薦，在 APO 計劃項目下赴日研究實驗計劃，為國內有數之專家，學驗俱豐，頗負聲譽。吳先生以國內尚無實驗計劃之中文冊籍，遂將歷年講義，整理編纂，斟酌定稿。本書內容充實，理論與實務並重，可供品管專業人員及研究工作人員之參考，亦可為大專院校之教本，洵屬品管界之盛舉。

值茲本書出版之際，爰述數語，綴於篇首，以紀端末，並向編者表示誠摯之謝意。本中心工程師劉振先生協助校印，辛勞備至，深表佩慰，併此誌謝。

中國生產力中心
總經理 王士杰 謹識
中華民國六十九年四月

田口序言(譯文)

我們在企業內經常會遇到如何減少不良品，如何製造比現在更好的品質，如何有效地使用機器，如何增加收率或收穫量等問題。爲了處理這些問題，我們可以提出許多種不同的方案，並且還要化費很多時間來決定那一個方案最爲有用。

爲着要解決這類問題，有時候雖僅靠理論或計算，也可以從許多方案中選擇出最好的一種，可是必須要經過實驗或試作樣品，用實證的方法，才能決定。

企業的進步要經過問題的發現、主意的提出、和主意的價値判斷三個步驟。實驗計劃法可以說是提高實驗情報、獲得效率的一個共同技術。在電機、機械、化學、農業、醫學等各方面，爲着要處理全部實驗研究所存在的共同問題，都要使用實驗計劃法。

此次在中華民國見到筆者最欽佩的吳玉印先生出版此書，介紹日本工業界所廣泛應用直交表的實驗計劃法。此事對於一向研究直交表實驗的筆者，是衷心欣慰的一件事。希望中華民國的許多企業界，由本書而體會其手法，應用於實際上的問題、對製品的開發、最佳生產條件的決定、收率或收穫量的增加等，都會有所貢獻。

筆者相信在最近的將來，本書改訂新版時，將會使用臺灣的實例爲中心。筆者謹向從事實驗研究、或擔任實際工作以及學校的教師們推薦本書。

1969 年 4 月 3 日　於臺北

青山學院大學教授

理學博士　田口玄一

編者序言

實驗計劃法爲英人費舍 （R. A. Fisher） 所創始，其應用之對象，以農業實驗爲主。由於品質管制之實施，實驗計劃漸次及於工業方面，惟實驗之配置尙未脫離農業實驗方法之範疇。蓋在工業上應用時，其間附隨而來之問題，如實驗因素之繁多、實驗內容之複雜等，且變化不盡，大有窮於應付之感。

田口玄一博士所倡導之直交表，及使用直交表之實驗方法，於十餘年前即已問世，以其具有高度之再現性與獲得情報之效率、廣泛之應用範圍、簡便之使用方法、及良好之伸縮性，迅爲日本工業界所採用。十餘年來使用直交表之實驗已逾百萬，對日本之工業發展，貢獻良多，乃爲公開之事實，故自直交表發現後，已將過去之實驗配置方法，完全刷新矣。

實驗計劃法之導入於我國，始自民國四十二年實施品質管制以後，民國四十五年起即列入中國生產力及貿易中心高級品質管制課程內。使用直交表之實驗方法亦漸次有所介紹，惟單獨舉辦使用直交表之實驗計劃法講習會，係民國五十五年開始，在過去二年餘之時間內，各工廠參加是項講習會之人數，已達兩百餘人。目前已有若干工廠開始使用，收到成效。惟直交表之文獻，均係日文，如不諳日文者，研讀不無困難，且念及我國尙無此類中文專書，因不揣譾陋，就歷年講述之資料，整理後撰成斯篇，以爲介紹。

爲求易於了解起見，本書以例題爲主，除對實驗計劃初期配置方法稍加獵涉外，其餘均爲對直交表之實驗，加以解說。至於最近發展之各種方法及更詳細而具體之實例，祇可俟諸異日。

本書之出版，承田口博士不斷之鼓勵及指導，又蒙惠賜序文，敬致謝忱。復承張源漳、馬東民、劉振諸兄指正，而劉振兄自出版以至校印，更爲辛勞，謹此一併致謝。

吳玉印

中華民國五十八年六月一日

目　　錄

第 1 章　統計方法概要

第 2 章　實驗結果的解析方法

第 3 章 實驗計劃法概要

第 4 章 使用直交表的實驗

第 5 章　使用直交表的實驗例

第 6 章　直　和　法

第7章 分 割 法

第8章 假 因 素 法

第 9 章　直　積　法

數　值　表

第1章　統計方法概要

1.1　群體與樣本

在製造過程中經常需要自該工程抽取3個或5個產品測定其特性值，判斷其結果是否在管制狀態。統計學上稱這些**將要採取措施的對象，即製造工程或一批產品等爲群體 (Population)**　。**所抽取的產品稱爲大小爲3或5的樣本**。群體視所獲得的數據是有限或無限，分別稱爲**有限群體或無限群體**。統計上最重要的一個問題是要推定群體的平均值是多少，及推定其有多少範圍的變化。表示群體的平均值、及變化範圍（即變異數），稱爲**參數** (Parameter)。已知這些參數則可知群體分配的形狀，自群體隨機抽取的樣本的平均值或變異數等稱爲**統計量** (Statistic)。爲區別參數與統計量，使用不同之記號表示之。即群體以希臘字，樣本以拉丁字表示。

	參　數	統計量
平均值	μ	$\bar{x}$
標準差	σ	s
變異數	σ^2	s^2
全距	—	R

1.2　參數與統計量之表示方法

1.2.1　次數分配

自群體使用抽籤、骰子或亂數表等隨機抽取的樣本有100個以上時，這些樣本大致可以代表群體。第1.1表係自某種材料製造工程抽取120個樣本，測定其拉力的結果。

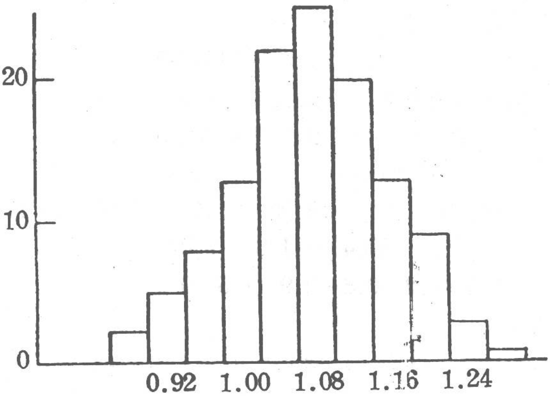
第 1.1 表 某種材料的拉力 (kg/cm²)

1.07	1.12	0.98	1.12	1.04	1.11	0.99	1.12
1.19	1.17	1.10	1.03	0.99	1.14	1.24	0.97
1.00	1.05	1.01	0.99	1.07	1.08	1.10	1.14
1.06	0.96	1.04	1.12	1.14	1.19	1.11	1.16
1.04	1.16	0.91	1.10	△0.86	0.95	1.06	1.15
0.96	1.05	1.06	0.93	0.95	1.15	1.13	1.21
1.05	0.92	1.07	1.03	1.19	0.97	1.06	1.13
1.11	1.14	1.12	△1.30	1.07	1.03	1.09	1.10
1.17	1.03	1.08	1.09	1.20	1.21	1.01	1.07
1.05	1.08	1.16	0.94	1.14	1.17	1.07	0.95
1.10	1.01	1.20	1.03	1.08	1.05	1.17	1.04
1.12	1.15	1.08	1.12	1.05	1.11	0.88	1.05
1.23	1.20	1.06	1.02	1.25	1.12	1.09	1.10
1.11	1.08	1.09	1.04	1.08	1.07	0.99	1.02
1.00	1.00	1.21	1.17	0.92	1.17	1.01	1.10

將上表的數值按其大小分組，求各組出現的次數，得第 1.2 表，及圖示得直方圖如第 1.1 圖。普通爲表示分配性質，使用平均值及變異數較爲方便。

第 1.2 表 次 數 表

組	組 距	組中心	次 數	次 數
1	0.86～0.90	0.88	‖	2
2	0.90～0.94	0.92	卌	5
3	0.94～0.98	0.96	卌 |||	8
4	0.98～1.02	1.00	卌 卌 ‖	12
5	1.02～1.06	1.04	卌 卌 卌 卌 ‖	22
6	1.06～1.10	1.08	卌 卌 卌 卌 卌	25
7	1.10～1.14	1.12	卌 卌 卌 卌	20
8	1.14～1.18	1.16	卌 卌 |||	13
9	1.18～1.22	1.20	卌 ||||	9
10	1.22～1.26	1.24	|||	3
11	1.26～1.30	1.28			1



第 1.1 圖　直方圖

1.2.2 分配中心位置的表示方法

自某種製品抽取 $n=5$ 的樣本測定厚度，得下面的結果：

$$2.20 \quad 2.02 \quad 1.96 \quad 2.13 \quad 1.89 \qquad (mm)$$

平均值爲：

$$\bar{x}=\frac{2.20+2.02+1.96+2.13+1.89}{5}=2.04 \quad (mm)$$

平均值使用於表示分配的中心位置。將資料按大小的順序排列時，其中央位置的資料 (2.02) 稱爲**中位數** (Median) 。中位數有時代替平均值使用。

上面的計算可以數式表示之。設資料爲 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$，則合計 T 爲：

$$T=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=\sum_{i=1}^{n=5} x_i$$

爲簡單起見，將 $\sum_{i=1}^{n=5}$ 以 Σ 表示。

$$T=\Sigma x_i=2.20+2.02+1.96+2.13+1.89=10.20$$

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i}{n}=\frac{T}{n}=\frac{10.20}{5}=2.04$$

1.2.3 資料變化大小的表示方法

資料變化的大小，即變動或變異的統計量有**平方和，變異數，標準差，不偏變異數，不偏變異數的平方根，及全距等**。在實驗計劃上最常用者爲平方和，不偏變異數，及不偏變異數的平方根。

個別資料與群體平均 μ 的相差 $(x_i-\mu)$ 稱爲**眞差**。實際上群體平均是幾千幾萬個特性值的平均值，普通情形之下無法獲知。因此自幾個資料的平均 $\overline{x}$ 推定 μ。$(x_i-\overline{x})$ 稱爲**偏差**。使用前節例計算偏差合計如下：

$$
\begin{aligned}
\text{偏差合計}\quad \sum v_i &= (x_1-\overline{x})+(x_2-\overline{x})+(x_3-\overline{x})+(x_4-\overline{x})+(x_5-\overline{x})\\
&=(2.20-2.04)+(2.02-2.04)+(1.96-2.04)\\
&\quad+(2.13-2.04)+(1.89-2.04)\\
&=1.6-0.2-0.8+0.9-1.5=0
\end{aligned}
$$

偏差的合計必等於零。

$$
\begin{aligned}
\sum v_i &= (x_1-\overline{x})+(x_2-\overline{x})+\cdots\cdots+(x_n-\overline{x})\\
&=\sum(x_i-\overline{x})=\sum x_i-n\overline{x}=n\overline{x}-n\overline{x}=0
\end{aligned}
$$

1.3　平方和及修正項

無論偏差有多大，其合計等於零，故無法表示變化的大小，故使用平方的數值表示變化。將個別的偏差平方以後合計的統計量稱爲平方和(Sum of Squares)。平方和以 S 或 SS 的記號表示。

在實驗計劃上，從頭到尾要做平方和的計算。平方和的數式爲：

$$
\begin{aligned}
S=\sum(x_i-\overline{x})^2 &= \sum x_i^2-2\overline{x}\sum x_i+n(\overline{x})^2\\
&=\sum x_i^2-2\frac{\sum x_i}{n}\sum x_i\times\frac{n}{n}+n\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2\\
&=\sum x_i^2-2n\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2+n\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2\\
&=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}
\end{aligned}
$$

上式中 $(\sum x_i)^2/n$ 表示平均值的變化，稱爲**修正項 (Correction Factor)**，以 CF 表示。

$$
\begin{aligned}
S=\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n} &= \sum x_i^2-CF\\
&=x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2-\frac{(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)^2}{5}
\end{aligned}
$$

$$=(\text{各資料的平方的合計})-\frac{(\text{資料的合計})^2}{\text{資料數}}$$

前例的平方和爲：

$$S=(2.20)^2+(2.02)^2+(1.96)^2+(2.13)^2+(1.89)^2-\frac{(10.20)^2}{5}$$
$$=20.871-20.808=0.063$$

1.4 變異數 (Variance)，自由度 (Degrees of Freedom)

1.4.1 樣本變異數與群體變異數

茲舉例說明樣本變異數與群體變異數的關係。1 個箱裡有 27 個球，其中寫 $a_1=3$，$a_2=6$，$a_3=9$ 的球各有 9 個。自箱子裡每次隨機抽取 3 個球，計抽取 9 次，全部抽取 27 個球。設第 1 次抽取 3 個球爲 x_1，x_2，x_3 時，自第 1.3 表可以看出 $x_1=3$，$x_2=3$，$x_3=3$，而第 2 次抽取時，$x_1=3$，$x_2=6$，$x_3=6$

自 27 個資料分別計算合計 T，樣本平均 $\bar{x}$，平方和 S，樣本變異數 s，及不偏變異數 V 等。

第 1.3 表

	次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	列合計	列平均
資　料	x_1	3	3	3	6	6	6	9	9	9		
	x_2	3	6	9	3	6	9	3	6	9		
	x_3	3	6	9	6	9	3	9	3	6		
合　計	T	9	15	21	15	21	18	21	18	24	162	18
樣本平均	$\bar{x}$	3	5	7	5	7	6	7	6	8	54	6
平方和	S	0	6	24	6	6	18	24	18	6	108	12
樣本變異數	s^2	0	2	8	2	2	6	8	6	2	36	4
不偏變異數	V	0	3	12	3	3	9	12	54	6	54	6

本例之群體僅有 27 個，故群體的平均值 μ 容易計算。

$$\mu=\frac{3\times9+6\times9+9\times9}{27}=6$$