

實驗計劃法



中國生產力中心

實 驗 計 劃 法

吳 玉 印 編著

中國生產力中心

中華民國六十九年四月

版權所有

翻印必究

中華民國五十八年六月初版

中華民國六十九年四月三版

實驗計劃法

每冊定價新台幣 250 元

編著者：吳 玉 印

發行者：王 士 杰

出版者：中國生產力中心

臺北市西寧南路 62 號
電話 3610261 號(拾線)
郵政劃撥帳戶 12734 號

印刷者：漢苑印刷有限公司

電話：九六一四二三一

序

溯自民國四十四年十一月中國生產力中心成立後，即以改善我國之工業管理技術為目標，介紹工業工程為手段，而統計的品質管制實為其中重要之一環。流光荏苒，瞬已十有四年，俾獲工業界之重視，參加本中心各種品管研習班者，數逾八千人，經本中心直接輔導實施品管之工廠達九十家以上，大專院校開設品管課程者計二十四所，已蔚為蓬勃之氣象。

品質管制學之範圍，包括：品質管制圖、抽樣檢驗、統計分析、及實驗計劃等。工業上實施品管後，咸認為數理統計學對製造過程之分析與管制，頗具效果。惟尚難獲得最佳作業條件，如能採用實驗計劃法，即可在現場之情況下，事先計劃實驗之順序，以謀求最高收率或產量。

實驗計劃 (Design of experiments) 係由英國人費舍 (R. A. Fisher, 1890—1962) 所創始。費舍氏於一九二三年發表關於農場試驗法之論文，對於過去之試驗方法，作革命性之改革，主張在實驗前應先考慮如何配置有關因素，預估實測值之構成成份及機率，設定無效假說，然後照預估情形決定實驗條件，進行實驗，再以所得資料用變異數分析法整理之，即可在最經濟之條件下，獲致可靠之結論。

費舍氏所提倡之實驗理論，包括：(1)實驗之目的，為尋求管理上較經濟之因素，(2)為避免實驗中之各種誤差，影響實驗結果之判斷，應利用隨機化原理，(3)為提高實驗之精密度，應有充分之反覆實驗次數，選擇最有效之配置法及最可靠之檢定方法等。實驗計劃雖由農業試驗發展而來，但在世界各國實施品質管制後，在工業上之應用已遠勝於農業。此後經科學家之繼續鑽研，遂發展而成為專門之學問。近

年來美國學者 Box 及 Wilson 諸氏所發表之遺變作業 (EVOP)、日人田口玄一氏發表之直交排列表 (Orthogonal layout table) 等，經各國在工業上應用後，業已證明其為極有效之方法矣。

本中心自四十五年起，即開始舉辦品質管制高級班，介紹統計分析及實驗計劃。嗣鑒於實驗計劃之發展迅速，而美、英、日等先進國家，其研究人員、技術工程人員均競相研習，已成為必修之學問。故自五十五年起，本中心遂單獨開班講授，曾先後在臺南、臺北、溪州等地舉辦，以造就專業人才。

本書編者吳玉印先生，現任臺一工程公司總經理，曾在臺肥公司從事品質管制工作，並協助省內各工廠推行品管，復應聘擔任本中心高級品質管制班及實驗計劃班講師有年。五十六年經本中心之推薦，在 APO 計劃項目下赴日研究實驗計劃，為國內有數之專家，學驗俱豐，頗負聲譽。吳先生以國內尚無實驗計劃之中文冊籍，遂將歷年講義，整理編纂，斟酌定稿。本書內容充實，理論與實務並重，可供品管專業人員及研究工作人員之參考，亦可為大專院校之教本，洵屬品管界之盛舉。

值茲本書出版之際，爰述數語，綴於篇首，以紀端木，並向編者表示誠摯之謝意。本中心工程師劉振先生協助校印，辛勞備至，深表佩慰，併此誌謝。

中國生產力中心
總經理 王士杰 謹識
中華民國六十九年四月

田口序言(譯文)

我們在企業內經常會遇到如何減少不良品，如何製造比現在更好的品質，如何有效地使用機器，如何增加收率或收穫量等問題。爲了處理這些問題，我們可以提出許多種不同的方案，並且還要化費很多時間來決定那一個方案最爲有用。

爲着要解決這類問題，有時候雖僅靠理論或計算，也可以從許多方案中選擇出最好的一種，可是必須要經過實驗或試作樣品，用實驗的方法，才能決定。

企業的進步要經過問題的發現、主意的提出、和主意的價值判斷三個步驟。實驗計劃法可以說是提高實驗情報、獲得效率的一個共同技術。在電機、機械、化學、農業、醫學等各方面，爲着要處理全部實驗研究所存在的共同問題，都要使用實驗計劃法。

此次在中華民國見到筆者最欽佩的吳玉印先生出版此書，介紹日本工業界所廣泛應用直交表的實驗計劃法。此事對於一向研究直交表實驗的筆者，是衷心欣慰的一件事。希望中華民國的許多企業界，由本書而體會其手法，應用於實際上的問題、對製品的開發、最佳生產條件的決定、收率或收穫量的增加等，都會有所貢獻。

筆者相信在最近的將來，本書改訂新版時，將會使用臺灣的實例爲中心。筆者謹向從事實驗研究、或擔任實際工作以及學校的教師們推薦本書。

1969年4月3日 於臺北

青山學院大學教授

理學博士 田口玄一

編 者 序 言

實驗計劃法爲英人費舍（R. A. Fisher）所創始，其應用之對象，以農業實驗爲主。由於品質管制之實施，實驗計劃漸次及於工業方面，惟實驗之配置尙未脫離農業實驗方法之範疇。蓋在工業上應用時，其間附隨而來之問題，如實驗因素之繁多、實驗內容之複雜等，且變化不盡，大有窮於應付之感。

田口玄一博士所倡導之直交表，及使用直交表之實驗方法，於十餘年前即已問世，以其具有高度之再現性與獲得情報之效率、廣泛之應用範圍、簡便之使用方法、及良好之伸縮性，迅爲日本工業界所採用。十餘年來使用直交表之實驗已逾百萬，對日本之工業發展，貢獻良多，乃爲公開之事實，故自直交表發現後，已將過去之實驗配置方法，完全刷新矣。

實驗計劃法之導入於我國，始自民國四十二年實施品質管制以後，民國四十五年起即列入中國生產力及貿易中心高級品質管制課程內。使用直交表之實驗方法亦漸次有所介紹，惟單獨舉辦使用直交表之實驗計劃法講習會，係民國五十五年開始，在過去二年餘之時間內，各工廠參加是項講習會之人數，已達兩百餘人。目前已有若干工廠開始使用，收到成效。惟直交表之文獻，均係日文，如不諳日文者，研讀不無困難，且念及我國尙無此類中文專書，因不揣譴陋，就歷年講述之資料，整理後撰成斯篇，以爲介紹。

爲求易於了解起見，本書以例題爲主，除對實驗計劃初期配置方法稍加獵涉外，其餘均爲對直交表之實驗，加以解說。至於最近發展之各種方法及更詳細而具體之實例，祇可俟諸異日。

本書之出版，承田口博士不斷之鼓勵及指導，又蒙惠賜序文，敬致謝忱。復承張源漳、馬東民、劉振諸兄指正，而劉振兄自出版以至校印，更爲辛勞，謹此一併致謝。

吳 玉 印

中華民國五十八年六月一日

目 錄

第 1 章 統計方法概要

1.1 群體與樣本	1
1.2 參數與統計量的表示方法	1
1.2.1 次數分配	1
1.2.2 分配中心位置的表示方法	3
1.2.3 資料變化大小的表示方法	3
1.3 平方和及修正項	4
1.4 變異數、自由度	5
1.4.1 樣本變異數與群體變異數	5
1.4.2 不偏變異數、自由度	6
1.5 準確度與精密度	7
1.6 各種統計量的分配	8
1.6.1 常態分配	9
1.6.2 F 分配	10
1.7 假說檢定的想法	13

第 2 章 實驗結果的解析方法

2.1 1元配置法	15
2.1.1 因素及階次	15
2.1.2 實驗順序的隨機化	16
2.1.3 變動的分解與檢定	16
2.1.4 變異數的期待值	19
2.1.5 平均值的推定	22
2.2 二元配置法	23
2.2.1 化學反應的問題	23
2.2.2 解析的問題	25
2.2.3 問題 1	25
2.2.4 問題 2 及問題 3	32

2.2.5 問題4及問題5	34
2.2.6 解說	35

第 3 章 實驗計劃法概要

3.1 實驗的目的與實驗計劃法的目的	38
3.1.1 情報的獲得與判斷的確實性	38
3.1.2 實驗計劃的目的	39
3.1.3 工廠實驗	40
3.1.4 基礎研究與實用化研究	40
3.1.5 實驗計劃法與以往實驗的不同點	41
3.1.6 實驗計劃法的步驟	42
3.2 因素與階次的選擇法	42
3.2.1 因素與階次	42
3.2.2 因素的種類	43
3.2.3 主效果	45
3.2.4 交互影響	46
3.2.5 交互影響的消去	50
3.3 直交表以前的配置法概要	53
3.3.1 1元配置法	54
3.3.2 2元配置法	54
3.3.3 多元配置法	59
3.3.4 拉丁方格法	64
3.3.5 希臘拉丁方格法、超方格法	66

第 4 章 使用直交表的實驗

4.1 前言	68
4.2 直交表 $L_4(2^3)$	68
4.3 直交表 $L_8(2^7)$	70
4.4 使用直交表實驗的特徵	77
4.4.1 直交表實驗與1因素實驗的比較	77
4.4.2 交互影響	78
4.4.3 使用直交表的目的	80

4.5 有交互影響時之配置方法	81
4.6 線點圖及其使用法	83
4.6.1 L_8 表的線點圖	84
4.6.2 L_{16} 表的主要配置型	86
4.7 多階次法	107
4.7.1 2^n 系表的多階次法	107
4.7.2 3^n 系表的多階次法	108
4.7.3 多階次法的行與他行的交互影響	109
4.7.4 自 2^n 系表作 8 階次因素的方法	111
4.8 假階次法	112

第 5 章 使用直交表的實驗例

5.1 丁乙烯混合實驗	115
5.2 磨損試驗機的實驗	118
5.3 蝕刻實驗	122
5.4 PVC 混合物的耐寒用配合實驗	127

第 6 章 直 和 法

6.1 直和的意義	137
6.2 簡單的例	137
6.3 第 1 次實驗	138
6.3.1 第 1 次實驗的配置	138
6.3.2 第 1 次實驗結果的變異數分析	140
6.3.3 第 1 次實驗的推定	144
6.4 直和實驗	144
6.4.1 第 2 次實驗的配置	144
6.4.2 綜合變異數分析	146
6.4.3 綜合推定	152
6.4.4 最佳條件的推定	156
6.5 L_8 的 3 次直和實驗	156
6.5.1 第 3 次實驗的配置	156
6.5.2 綜合變異數分析	158

6.5.3 綜合推定	159
6.6 多階次的直和實驗	162
6.6.1 連續變數與非連續變數的實驗	162
6.6.2 4階次因素的直和實驗例： $L_8(4 \times 2^4)$ 的直和法	163

第 7 章 分 割 法

7.1 說明	169
7.1.1 目的	169
7.1.2 例題	170
7.1.3 因素及階次的分類	171
7.1.4 使用直交表的分割實驗	172
7.1.5 分割法實驗順序的隨機化	176
7.1.6 分割實驗的誤差	177
7.1.7 交互影響	178
7.2 鑄造工廠實驗例	179
7.2.1 問題	179
7.2.2 配置	179
7.2.3 解析	182
7.3 電線彎曲斷線實驗例	184
7.3.1 問題與配置	184
7.3.2 解析	185
7.4 發泡聚乙烯壓製實驗例	191
7.4.1 問題及配置	191
7.4.2 解析	194

第 8 章 假 因 素 法

8.1 某因素的階次不同時其他因素不同的實驗	198
8.1.1 2階次實驗	198
8.1.2 3階次實驗	204
8.1.3 平方和的計算	206
8.2 多階次因素的配置	209
8.2.1 配置	209

8.2.2 變異數分析.....	211
8.3 零件成型製造實驗例.....	213
8.4 塑膠電線製造實驗例.....	215
8.5 電容器製造實驗例.....	221
8.6 膠鞋製造實驗例（地區因素處理例）.....	225

第 9 章 直 積 法

9.1 目的.....	232
9.2 配置上的注意.....	233
9.3 耐熱橡膠的熱老化防止實驗例.....	233

數 值 表

表 1 平方表.....	241
表 2 平方根表.....	245
表 3 t 表.....	249
表 4 F 表.....	250
表 5 常態分配表.....	256
表 6 χ^2 表.....	258
表 7 d_2 表.....	259
表 8 亂序數.....	260
表 9 亂數.....	263

索引.....	267
---------	-----

第 1 章 統計方法概要

1.1 群體與樣本

在製造過程中經常需要自該工程抽取 3 個或 5 個產品測定其特性值，判斷其結果是否在管制狀態。統計學上稱這些將要採取措施的對象，即製造工程或一批產品等為群體 (Population)。所抽取的產品稱為大小為 3 或 5 的樣本。群體視所獲得的數據是有限或無限，分別稱為有限群體或無限群體。統計上最重要的一個問題是要推定群體的平均值是多少，及推定其有多少範圍的變化。表示群體的平均值、及變化範圍 (即變異數)，稱為參數 (Parameter)。已知這些參數則可知群體分配的形狀，自群體隨機抽取的樣本的平均值或變異數等稱為統計量 (Statistic)。為區別參數與統計量，使用不同之記號表示之。即群體以希臘字，樣本以拉丁字表示。

	參 數	統 計 量
平 均 值	μ	$\bar{x}$
標 準 差	σ	s
變 異 數	σ^2	s^2
全 距	—	R

1.2 參數與統計量之表示方法

1.2.1 次數分配

自群體使用抽籤、骰子或亂數表等隨機抽取的樣本有 100 個以上時，這些樣本大致可以代表群體。第 1.1 表係自某種材料製造工程抽取 120 個樣本，測定其拉力的結果。

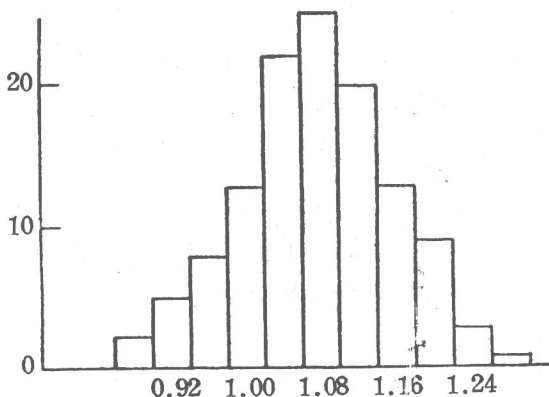
第 1.1 表 某種材料的拉力 (kg/cm^2)

1.07	1.12	0.98	1.12	1.04	1.11	0.99	1.12
1.19	1.17	1.10	1.03	0.99	1.14	1.24	0.97
1.00	1.05	1.01	0.99	1.07	1.08	1.10	1.14
1.06	0.96	1.04	1.12	1.14	1.19	1.11	1.16
1.04	1.16	0.91	1.10	$\Delta 0.86$	0.95	1.06	1.15
0.96	1.05	1.06	0.93	0.95	1.15	1.13	1.21
1.05	0.92	1.07	1.03	1.19	0.97	1.06	1.13
1.11	1.14	1.12	$\Delta 1.30$	1.07	1.03	1.09	1.10
1.17	1.03	1.08	1.09	1.20	1.21	1.01	1.07
1.05	1.08	1.16	0.94	1.14	1.17	1.07	0.95
1.10	1.01	1.20	1.03	1.08	1.05	1.17	1.04
1.12	1.15	1.08	1.12	1.05	1.11	0.88	1.05
1.23	1.20	1.06	1.02	1.25	1.12	1.09	1.10
1.11	1.08	1.09	1.04	1.08	1.07	0.99	1.02
1.00	1.00	1.21	1.17	0.92	1.17	1.01	1.10

將上表的數值按其大小分組，求各組出現的次數，得第 1.2 表，及圖示得直方圖如第 1.1 圖。普通為表示分配性質，使用平均值及變異數較為方便。

第 1.2 表 次 數 表

組	組 距	組 中 心	次 數	次 數
1	0.86~0.90	0.88		2
2	0.90~0.94	0.92		5
3	0.94~0.98	0.96		8
4	0.98~1.02	1.00		12
5	1.02~1.06	1.04		22
6	1.06~1.10	1.08		25
7	1.10~1.14	1.12		20
8	1.14~1.18	1.16		13
9	1.18~1.22	1.20		9
10	1.22~1.26	1.24		3
11	1.26~1.30	1.28		1



第 1.1 圖 直 方 圖

1.2.2 分配中心位置的表示方法

自某種製品抽取 $n=5$ 的樣本測定厚度，得下面的結果：

2.20 2.02 1.96 2.13 1.89 (mm)

平均值為：

$$\bar{x} = \frac{2.20+2.02+1.96+2.13+1.89}{5} = 2.04 \text{ (mm)}$$

平均值使用於表示分配的中心位置。將資料按大小的順序排列時，其中央位置的資料 (2.02) 稱為**中位數** (Median)。中位數有時代替平均值使用。

上面的計算可以數式表示之。設資料為 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，則合計 T 為：

$$T = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \sum_{i=1}^{n=5} x_i$$

為簡單起見，將 $\sum_{i=1}^{n=5}$ 以 Σ 表示。

$$T = \Sigma x_i = 2.20 + 2.02 + 1.96 + 2.13 + 1.89 = 10.20$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{T}{n} = \frac{10.20}{5} = 2.04$$

1.2.3 資料變化大小的表示方法

資料變化的大小，即變動或變異的統計量有平方和，變異數，標準差，不偏變異數，不偏變異數的平方根，及全距等。在實驗計劃上最常用者為平方和，不偏變異數，及不偏變異數的平方根。

個別資料與群體平均 μ 的相差 $(x_i - \mu)$ 稱為真差。實際上群體平均是幾千幾萬個特性值的平均值，普通情形之下無法獲知。因此自幾個資料的平均 $\bar{x}$ 推定 μ 。 $(x_i - \bar{x})$ 稱為偏差。使用前節例計算偏差合計如下：

$$\begin{aligned}\text{偏差合計 } \sum v_i &= (x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x}) + (x_4 - \bar{x}) + (x_5 - \bar{x}) \\ &= (2.20 - 2.04) + (2.02 - 2.04) + (1.96 - 2.04) \\ &\quad + (2.13 - 2.04) + (1.89 - 2.04) \\ &= 1.6 - 0.2 - 0.8 + 0.9 - 1.5 = 0\end{aligned}$$

偏差的合計必等於零。

$$\begin{aligned}\sum v_i &= (x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \cdots + (x_n - \bar{x}) \\ &= \sum (x_i - \bar{x}) = \sum x_i - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0\end{aligned}$$

1.3 平方和及修正項

無論偏差有多大，其合計等於零，故無法表示變化的大小，故使用平方的數值表示變化。將個別的偏差平方以後合計的統計量稱為平方和 (Sum of Squares)。平方和以 S 或 SS 的記號表示。

在實驗計劃上，從頭到尾要做平方和的計算。平方和的數式為：

$$\begin{aligned}S &= \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - 2\bar{x} \sum x_i + n(\bar{x})^2 \\ &= \sum x_i^2 - 2 \frac{\sum x_i}{n} \sum x_i + n \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \\ &= \sum x_i^2 - 2n \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 + n \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \\ &= \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\end{aligned}$$

上式中 $(\sum x_i)^2/n$ 表示平均值的變化，稱為修正項 (Correction Factor)，以 CF 表示。

$$\begin{aligned}S &= \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = \sum x_i^2 - CF \\ &= x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 - \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^2}{5}\end{aligned}$$

$$= (\text{各資料的平方的合計}) - \frac{(\text{資料的合計})^2}{\text{資料數}}$$

前例的平方和爲：

$$\begin{aligned} S &= (2.20)^2 + (2.02)^2 + (1.96)^2 + (2.13)^2 + (1.89)^2 - \frac{(10.20)^2}{5} \\ &= 20.871 - 20.808 = 0.063 \end{aligned}$$

1.4 變異數 (Variance), 自由度 (Degrees of Freedom)

1.4.1 樣本變異數與群體變異數

茲舉例說明樣本變異數與群體變異數的關係。1個箱裡有27個球，其中寫 $a_1=3$, $a_2=6$, $a_3=9$ 的球各有9個。自箱子裡每次隨機抽取3個球，計抽取9次，全部抽取27個球。設第1次抽取3個球爲 x_1, x_2, x_3 時，自第1.3表可以看出 $x_1=3, x_2=3, x_3=3$ ，而第2次抽取時， $x_1=3, x_2=6, x_3=6$

自27個資料分別計算合計 T ，樣本平均 $\bar{x}$ ，平方和 S ，樣本變異數 s ，及不偏變異數 V 等。

第 1.3 表

次		1	2	3	4	5	6	7	8	9		
資 料	x_1	3	3	3	6	6	6	9	9	9		
	x_2	3	6	9	3	6	9	3	6	9		
	x_3	3	6	9	6	9	3	9	3	6	列合計	列平均
合 計 T		9	15	21	15	21	18	21	18	24	162	18
樣 本 平 均 $\bar{x}$		3	5	7	5	7	6	7	6	8	54	6
平 方 和 S		0	6	24	6	6	18	24	18	6	108	12
樣 本 變 異 數 s^2		0	2	8	2	2	6	8	6	2	36	4
不 偏 變 異 數 V		0	3	12	3	3	9	12	54	6	54	6

本例之群體僅有27個，故群體的平均值 μ 容易計算。

$$\mu = \frac{3 \times 9 + 6 \times 9 + 9 \times 9}{27} = 6$$