普通高等教育“十一五”规划教材

鲁棒控制基础理论

苏宏业 等 编著

科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”规划教材

鲁棒控制基础理论

苏宏业 等 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书从鲁棒控制理论最基本的定义和概念入手，引用了 Doyle 的《反馈控制理论》和周克敏的《鲁棒和最优控制》的一些基本理论和方法，并根据作者多年鲁棒控制理论的教学经验以及历届学生对鲁棒控制课程的反馈信息，结合作者在鲁棒控制理论所取得的研究成果，从频域和时域两个角度，由浅入深、循序渐进地阐述了鲁棒控制的基本理论和方法。本书主要分两个部分，频域部分主要来源于前人的研究成果，是对前人研究成果的归纳与总结；时域部分主要来源于作者的部分研究成果，是对作者研究成果的提炼和升华。

本书可用于控制科学与控制工程专业以及自动化、机械、电子、通信、计算机、数学等相关专业的研究生教材，也可作为从事鲁棒控制研究、教学人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

鲁棒控制基础理论/苏宏业等编著；—北京：科学出版社，2010
(普通高等教育“十一五”规划教材)
ISBN 978-7-03-029118-9
Ⅰ.鲁… Ⅱ.苏… Ⅲ.鲁棒控制-研究 Ⅳ.TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010) 第 190229 号

责任编辑：姚庆爽 / 责任校对：张怡君
责任印制：赵 博 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 10 月第 一 版 开本：B5 (720 × 1000)
2010 年 10 月第一次印刷 印张：16 1/2
印数：1—3 000 字数：314 000

定价：45.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

序

自 1972 年加拿大多伦多大学 Davison 教授首次提出鲁棒控制概念以来，鲁棒控制理论就吸引了学者们的广泛关注。通常意义下，鲁棒控制就是要试图描述被控对象模型的不确定性，并估计在某些特定界限下达到控制目标所留有的自由度。鲁棒控制研究的主要内容是系统存在模型不确定性和外界干扰时如何设计控制器使得相应的闭环系统具有期望的性能。至今，鲁棒控制理论也是控制理论与应用领域里的热点研究方向之一。几十年来，鲁棒控制研究成果浩如烟海，不计其数。最有影响力的当属 Zames 的 H_∞ 控制理论，Doyle 的反馈控制理论，以及 San Francisco 的鲁棒自适应控制理论。现在，鲁棒控制理论和方法的研究已经形成了几个重要分支，并建立了各自完整的理论体系，如：Lyapunov–Razumikhin 与 Lyapunov-Krasovskii 鲁棒稳定性理论，Kharitonov 区间理论，H-Infinity 控制理论，结构奇异值理论，参数空间法，多项式方法，Riccati 不等式、线性矩阵不等式方法等。

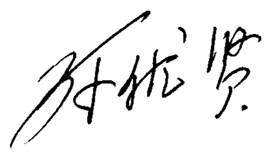
前人对鲁棒控制理论和方法做了系统深入的研究和总结，相应的鲁棒控制著作层出不穷，如：Doyle 的《反馈控制理论》，San Francisco 的《鲁棒自适应控制》，周克敏的《鲁棒和最优控制》，Anderson 的《不确定模型和鲁棒控制》，Goodwin 的《鲁棒控制系统设计》，Hale 的《泛函微分方程导论》，Boyd 的《线性矩阵不等式》等，这些著作建立在鲁棒控制各个分支的研究基础之上，对鲁棒控制理论和方法的各个层面做了深入的阐述，是鲁棒控制理论赖以发展的基石和瑰宝，也是鲁棒控制研究最重要的工具书和基础书籍，对后来的研究者产生了巨大而深远的影响，使得鲁棒控制理论研究领域一直保持着活力与挑战性。随着控制对象的日益复杂、控制目标的不断提高以及相关技术的飞速发展，鲁棒控制理论必将得到快速发展，并不断显示其永久的生命力。

为推广鲁棒控制理论在我国的发展，许多学者在吸取前人研究成果的基础上，结合自己的研究成果，对鲁棒控制理论和方法作了详细总结和挖掘，鲁棒控制理论的著作与教材在国内也不断涌现，如：黄琳的《稳定性与鲁棒性的理论基础》，冯纯伯等著的《鲁棒控制系统设计》，申铁龙的《H_∞ 控制》，贾英明的《鲁棒 H_∞ 控制》等。对于刚刚入门的研究者来说，一本基础的鲁棒控制理论书籍就是他们通往鲁棒控制理论研究领域的捷径。一方面，好的鲁棒控制理论书籍可以使初学者容易

入门，可以在通俗易懂、详细全面的书籍中开始他们鲁棒控制的研究之路。另一方面，好的鲁棒控制理论书籍也可以使大学教授更容易传授知识，可以深入浅出地激发学生对深奥难懂的鲁棒控制理论的兴趣，从而推动鲁棒控制理论的发展。

该书就是在这样思路的引导下，从鲁棒控制理论最基本的定义和概念入手，引用了 Doyle 的《反馈控制理论》和周克敏的《鲁棒和最优控制》的一些基本理论和方法，并根据作者多年的鲁棒控制理论的教学经验以及历届学生对鲁棒控制课程的反馈信息，结合作者在鲁棒控制理论所取得的研究成果，从频域和时域两个角度，由浅入深，循序渐进地阐述了鲁棒控制的基本理论和方法。该书主要分两个部分，频域部分主要来源于前人的研究成果，是对前人研究成果的归纳与总结；时域部分主要来源于作者的部分研究成果，是对作者研究成果的提炼和升华。作者试图建立清晰易懂的鲁棒控制理论体系，希望该书能激发青年学生了解、研究鲁棒控制理论的兴趣，并进一步开启青年学生进行鲁棒控制研究的大门；同时，也希望为推动鲁棒控制理论进一步的发展起到抛砖引玉的作用。

中国工程院院士



2010 年 8 月 28 日

于浙大求是园

前　言

控制系统的设计通常包括下面三个主要步骤：

(1) 系统建模，如果需要，可以通过简化模型代替机理模型；

(2) 分析系统模型，确定恰当的性能指标；

(3) 设计控制器以满足性能指标。

在工程中，对给定对象进行控制系统设计，绝不是对系统加一个反馈那么简单，必须从系统的整体性能出发来确定控制系统。它不仅要能在现有条件下作出一个良好的设计，还需要能预见什么情况下性能指标是无法达到的。因此，反馈控制理论非常重要。

在设计控制系统之初，一个首要的问题是对系统进行建模。关于模型，有必要区分下面四个概念：

(1) 实际的物理系统：客观存在的系统。

(2) 理想的物理模型：通过把一个实际的物理系统按结构分解成理想的模块而得到的模型。

(3) 理想的数学模型：将物理规律和化学规律应用到理想的物理模型上而得到的模型，典型的数学模型是用非线性偏微分方程所表示的。理想的数学模型一般比较复杂而不易于处理，因此需要进一步简化模型。

(4) 简化的数学模型：将理想的数学模型通过线性化、简化、合并处理等方法而得到的简化模型。

我们用数学模型表示物理系统是为了理论设计的需要，然而需要了解的是，没有一个数学模型可以准确地描述实际的物理系统，因为总是存在着不确定性、非线性等未知的动态。不确定性的主要来源有两个：一个是不可预见的系统动态特性；二是未知的干扰输入。由于系统存在着不确定性，这就意味着即使知道系统的输入也无法准确预见其输出。这就给控制系统设计提出了一个严峻的挑战：在系统存在着不确定性的情况下，也要求控制系统达到一定的性能指标。

一般来说，设计控制系统的时候需要预先给定一定的控制目标。控制系统的目标就是通过控制某些输入使得系统输出达到所要求的形式。最基本的控制目标就是稳定，这是系统能正常运行的首要条件。其次还需要一定的性能指标，如使系统的输出 y 和参考信号之间的偏差尽可能的小 (跟踪问题)。例如：民用飞机的垂直

方向上的加速度应当小于一定值以使乘客舒适。系统的不确定性普遍存在，譬如控制对象的模型化误差和未知参数，以及传感器噪声和外部扰动等等。因此，控制系统的设计与实现，要求存在未知不确定性的情况下，仍然能使系统稳定并保持所希望的性能。这就是所谓的不确定性系统的鲁棒控制。

鲁棒控制的早期研究主要在微摄动的不确定性，即敏感性分析问题上。这是一种无穷小分析思想，与工程实际相距较远。鲁棒控制 (Robust Control) 这一术语首次被提出是在 1972 年 (Davison，1972)。通常意义下，鲁棒控制就是要试图描述被控对象模型的不确定性，并估计在某些特定界限下达到控制目标所留有的自由度。进入 20 世纪 70 年代末和 80 年代初，人们从实际与理论两方面越来越深刻地认识到鲁棒控制具有的特殊实践意义和理论意义，因而鲁棒控制一直是一个非常活跃且具有挑战性的研究领域。经历了众多学者近 20 年的努力，鲁棒控制理论得到了长足的发展，并取得了令人瞩目的成果，逐渐形成了各自完整的理论体系。在现代鲁棒控制研究领域中受到广泛重视的有 Kharitonov 区间理论 (Kharitonov, 1978)，H_∞ 控制理论 (Zames, 1981)，结构奇异值理论 (又简称 μ 分析与综合) (Doyle, 1982) 等。经过十多年的广泛研究，鲁棒控制的许多领域都已取得令人瞩目的成就，各方面的文献浩如烟海。我们在这里就不一一阐述。

本书尝试从频域和时域的角度研究系统的鲁棒控制问题，讨论的内容包括基于频域的单输入/单输出的、线性时不变的、有限维系统，以及基于时域的不确定、时滞正则系统与奇异系统等。本书的写法遵循由易到难、循序渐进的叙述思路，对频域环境下的不确定系统进行了分析与综合；在时域环境下，从标称系统入手，分正则系统与奇异系统，分别对不确定时滞系统的鲁棒控制问题进行了较深入阐述。

本书的结构内容安排如下：

第一部分为基于频域的不确定系统的鲁棒控制理论，内容包括第 1 章 ~ 第 6 章。其中：第 1 章介绍了频域的基础知识；第 2 章和第 3 章介绍了基本反馈系统的频域分析方法，包括不确定系统描述与稳定性分析；第 4 章 ~ 第 6 章介绍了系统的综合，其中第 4 章介绍了控制器参数化与镇定设计，第 5 章介绍了基于频域方法的 H_∞ 控制器的设计，第 6 章介绍了回路成形设计方法。

第二部分为基于时域的不确定时滞系统的鲁棒控制理论，内容包括第 7 章 ~ 第 10 章。其中：第 7 章介绍了时域鲁棒控制理论的数学基础；第 8 章介绍了线性系统的性能指标；第 9 章介绍了不确定线性系统的鲁棒控制基本理论；第 10 章介绍了不确定时滞系统鲁棒控制的一些基本方法。

第三部分为基于时域的奇异系统鲁棒控制理论，内容包括第 11 章、第 12 章。其中：第 11 章介绍了奇异系统的鲁棒控制基本理论；第 12 章介绍了基于网络的

奇异系统鲁棒控制的一些基本方法。

本书的部分内容来源于作者近年的研究成果，部分内容来自于前人的研究成果。经过系统总结，形成了鲁棒控制理论的一些基本方法。

在完成本书的过程中，先后得到了国家自然科学创新群体基金、国家 863 重点项目和国家 973 项目，以及浙江大学核心课程等项目的资助。作者在此对国家自然科学基金委、国家科技部和浙江大学研究生院的支持深表谢意。也特别感谢科学出版社给予的支持使作者有机会把自己的想法和成果加以归纳和总结出版。杭州电子科技大学鲁仁全教授和石厅博士，江苏大学的嵇小辅副教授，浙江大学的徐巍华副教授参与了本书的写作，并提出了许多有价值的建议，在此一并向他们表示衷心的感谢。此外，也要感谢作者的同事荣冈教授、吴俊教授、毛维杰教授、吴维敏副教授，以及吴争光、柏建军等老师和同学的帮助与支持。最后，我衷心感谢我的导师褚健教授把我引入鲁棒控制领域并一直工作至今。

由于作者水平有限，书中的缺点和疏漏在所难免，殷切希望广大读者批评指正。

目　录

第 1 章　频域的数学基础

本章简要介绍了频域鲁棒控制理论中的数学基础。介绍了有关泛函分析的一些知识，这里大多数结论都未加证明，读者可以自行查阅相关教材。系统的分析和综合都离不开对信号的处理，如系统跟踪性能的好坏就是通过对误差信号的大小来量测的。本章针对信号，定义了几种范数来描述其大小，同时也介绍了传递函数的范数定义，并通过传递函数的范数来描述系统输入–输出的关系。

1.1 度量空间

度量空间是 Euclid 上距离概念在一般抽象集合上的推广。

定义 1.1 (度量)　设 X 为一非空集合，它的一个度量 d 是指定义在 $X \times X$ 上 的一个函数，且对任意的 $x, y, z \in X$ 满足

(1) d 是有限的非负实数;

(2) $d(x, y) = 0$ 当且仅当 $x = y$;

(3) $d(x, y) = d(y, x)$;

(4) $d(x, y) \leqslant d(x, z) + d(z, y)$,

我们称定义了上述度量的集合为度量空间，通常记为 (X, d)。在同一集合上可定义不同的度量，可以构成不同的度量空间。

例 1.1　对于 Euclid 空间 $\mathbb{R}^n$ 和酉空间 $\mathbb{C}^n$。它们分别由所有 n 个实数和复数的有序组 $x = (\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)$ 或 $y = (\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_n)$ 等组成的集合，其 Euclid 度量定义为

$$d(x, y) = \sqrt{|\xi_1 - \eta_1|^2 + \cdots + |\xi_n - \eta_n|^2}$$

可以验证 $d(x, y)$ 满足定义 1.1 中的度量条件，因此 $\mathbb{R}^n$ 和 $\mathbb{C}^n$ 都是度量空间。

在一个度量空间 (X, d) 中，借助度量可以定义序列的极限。

定义 1.2 (收敛与极限)　设 $\{x_n\}$ 是度量空间 (X, d) 中的序列，若存在 $x \in X$ 使得

$$\lim_{n \to \infty} d(x_n, x) = 0$$

则称序列 $\{x_n\}$ 收敛到极限 x，并记为 $\lim\limits_{n \to \infty} x_n = x$。否则 $\{x_n\}$ 不收敛，称为发散。

定义 1.3 (Cauchy 列与完备性)　设 (X,d) 是度量空间，$\{x_n\}$ 是 X 中的序列，如果对任意小的正数 $\epsilon>0$ 存在 $N(\epsilon)>0$ 使得当 $m,n>N(\epsilon)$ 时有

$$d(x_m,x_n)<\epsilon$$

则称 $\{x_n\}$ 为一 Cauchy 序列。进一步，如果 X 中的每个 Cauchy 序列都在 X 中收敛，即其极限 x 包含在 X 中，则称 X 为完备的。

不难证明 Euclid 空间 $\mathbb{R}^n$ 及酉空间 $\mathbb{C}^n$ 都是完备的。

1.2 赋范空间

为了使度量空间中的度量与线性空间中的代数运算结合起来，我们可在线性空间上建立向量的范数，它是向量模概念的推广。设 X 为一向量空间，$\|\cdot\|$ 为一定义在 X 的实值函数，如果对于任意 $x\in X$ 和 $y\in X$，该实值函数满足下列性质：

(1) $\|u\|\geqslant 0$ (正性);

(2) $\|u\|=0\Leftrightarrow u=0$ (正定性);

(3) $\|au\|=|a|\|u\|$ (齐次性);

(4) $\|v+u\|\leqslant\|v\|+\|u\|$ (三角不等式),

则称这个实值函数 $\|\cdot\|$ 为范数。如果一个函数只满足其中的 (1)、(3) 和 (4)，而不一定满足 (2)，则称该函数为拟范数。对于向量 $x\in\mathbb{C}^n$, 按照如下方式定义其 p- 范数:

$$\|x\|_p=\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i|^p\right)^{1/p},\quad 1\leqslant p\leqslant\infty$$

特别地，当 $p=1,2,\infty$ 时有

$$\|x\|_1=\sum_{i=1}^{n}|x_i|$$

$$\|x\|_2=\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i|^2\right)^{1/2}$$

$$\|x\|_\infty=\max_{1\leqslant i\leqslant n}|x_i|$$

可以验证，它们均满足范数的几个性质。定义了范数的空间 X 称为赋范空间，并记为 $(X,\|\cdot\|)$。例如，对 $\mathbb{C}^n$ 中的向量定义 p- 范数，则 $\mathbb{C}^n$ 便成为赋范空间。借助前面定义的范数，可诱导向量空间上的度量。记 $x,y\in X$，则诱导度量可以表示为

$$d(x,y)=\|x-y\|$$

若在该度量下 X 是完备的，则称 X 为 Banach 空间。换句话说，如果一个赋范空间 X 中的每个 Cauchy 列均收敛到 X 中，则称该赋范空间是完备的。完备的赋范空间称为 Banach 空间。设 S 为 Banach 空间的子集，如果有下面两条性质成立：

(1) 如果 $x,y\in S$，必有 $x+y\in S$;

(2) 如果 $x\in S, c\in C$，必有 $cx\in S$,

则称 S 为 X 的一子空间。进一步，如果 S 中的每个在 X 中是收敛的序列在 S 中有极限的话，那么 S 被称为 X 中的闭的子空间。一般说来，一个子空间不必是闭的。但如果 X 是有限维空间，则其每个子空间都是闭的。考虑 Euclid 空间 $\mathbb{R}^n$ 和酉空间 $\mathbb{C}^n$。对 $x=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n)$，定义

$$\|x\|=\left(\sum_{i=1}^{n}|\xi_i|^2\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{|\xi_1|^2+|\xi_2|^2+\cdots+|\xi_n|^2}$$

可以验证它满足范数定义中的 4 个条件。由此诱导出的度量为

$$d(x,y)=\|x-y\|=\sqrt{|\xi_1-\eta_1|^2+\cdots+|\xi_n-\eta_n|^2}$$

其中 $y=(\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_n)$。可以验证，在此度量下 $\mathbb{R}^n$ 空间和 $\mathbb{C}^n$ 空间都是完备的。因此，二者都是 Banach 空间。

定义 1.4 (等价范数) 设 X 是线性空间，$\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 是定义在 X 上的两个不同的范数。如果存在正数 a 和 b 使得对所有 $x\in X$ 满足

$$a\|x\|_2\leqslant\|x\|_1\leqslant b\|x\|_2$$

则称范数 $\|\cdot\|_1$ 与 $\|\cdot\|_2$ 等价。在有限维线性空间 X 上，任何两个范数都是等价的。

定义 1.5 (线性算子) 设 X,Y 是同一数域 K 上的两个相量空间，T 是一个从 X 到 Y 的映射。如果 T 的定义域 $D(T)$ 是 X 的向量子空间，T 的值域 $R(T)$ 包含在 Y 中且对所有 $x,y\in D(T)$ 和任意的 $\alpha,\beta\in K$ 有

$$T(\alpha x+\beta y)=\alpha Tx+\beta Ty \tag{1.1}$$

成立，则称 T 是线性算子。

定义 1.6 (线性有界算子) 设 X,Y 是同一数域 K 上的两个赋范空间，$T:X\mapsto Y$ 是一线性算子。如果存在常数 $c>0$, 使得对任意 $x\in D(T)$，有

$$\|Tx\|\leqslant c\|x\| \tag{1.2}$$

成立，则称 T 是有界算子。否则，称 T 是无界算子。

式 (1.2) 表明

$$\frac{\|Tx\|}{\|x\|} \leqslant c, \quad \forall x \neq 0 \in X$$

因此，对所有 $x \neq 0 \in D(T)$，与上式左边所对应的数集必有上确界。从而，算子 T 的范数 (或增益) 可以定义为

$$\|T\| = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Tx\|}{\|x\|} \tag{1.3}$$

显然，由定义 (1.3) 可得

$$\frac{\|Tx\|}{\|x\|} \leqslant \|T\| \leqslant c, \quad x \neq 0 \in D(T)$$

等价地

$$\|Tx\| \leqslant \|T\|\|x\| \leqslant c\|x\|, \quad x \in D(T)$$

另外，对任意 $x, y \in D(T)$，有

$$\begin{aligned}
\|T\| &= \sup_{x \neq 0} \frac{\|Tx\|}{\|x\|} \geqslant \sup_{x \neq 0, \|x\| \leqslant 1} \frac{\|Tx\|}{\|x\|} \geqslant \sup_{\|x\| \leqslant 1} \|Tx\| \\
&\geqslant \sup_{\|x\|=1} \|Tx\| = \sup_{y \neq 0} \|T\frac{y}{\|y\|}\| = \sup_{y \neq 0} \frac{\|Ty\|}{\|y\|} = \|T\|
\end{aligned}$$

因此

$$\|T\| = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Tx\|}{\|x\|} = \sup_{\|x\| \leqslant 1} \|Tx\| = \sup_{\|x\|=1} \|Tx\| \tag{1.4}$$

式 (1.4) 给出了线性算子范数的定义。由于上述范数是通过算子 T 在像空间和值空间的范数诱导出来的，因此也称为算子的诱导范数。

1.3　Hilbert 空间

内积空间是 Euclid 空间 $\mathbb{R}^n$ 的自然推广。

定义 1.7 (内积空间)　设 X 是 $\mathbb{C}$ 上的一个线性空间，则 X 上的内积是一复值函数

$$\langle\cdot,\cdot\rangle : X \times X \longmapsto \mathbb{C}$$

使得对任意 $x, y, z \in X$ 及 $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$，有

(1) $\langle x, \alpha y + \beta z\rangle = \alpha\langle x, y\rangle + \beta\langle x, z\rangle$;

(2) $\langle x, x\rangle > 0$ 若 $x \neq 0$;

(3) $\langle x, x\rangle = 0$ 当且仅当 $x = 0$;

(4) $\langle x, y\rangle = \overline{\langle y, x\rangle}$,

定义了内积的线性空间称为内积空间并记为 $(X, \langle\cdot,\cdot\rangle)$。