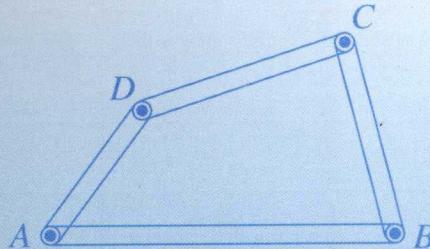


Current Mathematics Education Reform in the United States of America



MEIGUO XIANDAISHUXUE JIAOYU GAIGE

美国现代数学教育

改革

◎ 聂必凯 ◎ 郑庭曜 ◎ 孙伟 ◎ 蔡金法 ◎

Current Mathematics Education Reform in the United States of America



人民教育出版社
PEOPLE'S EDUCATION PRESS

Current Mathematics Education Reform in United States of America

MEIGUO XIANDAISHUXUE JIAOYUGAIGE

美国现代数学教育

改革



人民教育出版社
PEOPLE'S EDUCATION PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

美国现代数学教育改革/聂必凯等著. —北京：
人民教育出版社，2010
ISBN 978 - 7 - 107 - 22887 - 2

- I . ①美…
- II . ①聂…
- III . ①数学—教育改革—研究—美国
- IV . ①01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 103144 号

人民教育出版社出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京天宇星印刷厂印装 全国新华书店经销

2010 年 6 月第 1 版 2010 年 10 月第 2 次印刷

开本: 787 毫米 × 1 092 毫米 1/16 印张: 21.5

字数: 280 千字 印数: 0 001 ~ 3 000 册

ISBN 978 - 7 - 107 - 22887 - 2 定价: 28.10 元

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与本社出版科联系调换。

(联系地址: 北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

绪 言

蔡金法

近五十年来，美国的数学教育改革经历了一个曲折而艰难的探索过程，其间伴随着失败的沮丧和成功的喜悦。在不同的年代，美国数学教育界都会提出一些响亮的主题，比如“新数学运动”“回到基础”“建构主义”“问题解决”以及“标准运动”等，这些主题也几乎成为全球数学教育改革研究的“关键词”。因此，美国数学教育改革的影响不仅局限于国内，而且在一定程度上具有世界性。其中的一些改革，如“新数学运动”，曾经以巨大的轰动“闪亮登场”，但最终还是以不成功而“黯然退场”。有人认为，美国数学教育的研究方法和理论水平都是很好的，但实践性的效果还不显著；也有研究者指出，美国的数学课堂与十多年前并无二致，仍在强调基于程序性知识的反复操练，教师和教材仍然是课堂教学的绝对权威。也许有些读者对此会感到愕然或不解，不相信在数学教育改革进行得“如火如荼”的美国，数学课堂教学还是“岿然不动”。但我们也可以

从另一个侧面来思考这一现象：数学教育改革的确很艰难。

尽管美国《学校数学教育的原则和标准》(Principles and Standards for School Mathematics, NCTM, 2000) 已出版了近十年，但围绕标准的争论始终没有停歇。我们注意到这些年来全美数学教师理事会(NCTM)围绕课程标准的系列改革行动：2000年出版《学校数学教育的原则和标准》；2006年，在2000年标准的基础上颁布《课程焦点》(Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence, NCTM, 2006)；2009年，开始讨论《学校数学课程和评估的指导性原则》(Guiding Principles for Mathematics Curriculum and Assessment, NCTM, 2009b)。在这一系列的持续改革中，标准的文本越来越简约和浓缩，试图让课程开发者、数学教师等把握标准的精髓。近十年来，围绕“基于标准的数学教育改革”，美国进行了大量实证研究，但并没有达成有关其成败的共识。

与此同时，美国的学术界、政府部门和大众媒体都有一个贯穿始终的信念：国家处于危机之中。如果不提高基础教育、尤其是数学教育的质量，美国就会失去经济、政治和军事上的全球竞争力。美国人的危机感并不是杞人忧天。他们发现，在一个全球化时代，信息和交通网络已经让距离几乎“死亡”，“世界是平的”了(Friedman, 2005)，即便是普通美国人工作职位也会受到来自全球的竞争。例如，美国很多公司每天早晨都

会收到由中国或印度的技术人员在中国或印度本土编写的软件程序，这些程序在测试后又被立即发回，由编写者进一步完善；美国很多建筑公司的图纸是在巴西绘制的；美国一些公司的客户电话服务系统甚至放在印度或菲律宾，客户的咨询电话实际上是由远在印度或菲律宾的服务系统答复的；在美国一些医院的 X 光和 CT 扫描的结果可能会让身在澳大利亚的透视技术人员来读取。据说，几十年前美国人在教育孩子时会说：“想想在中国和印度，有很多与你同龄的孩子没有饭吃”；今天很多美国家长则会说：“你要好好学习，因为有很多中国或印度的孩子要和你争饭碗的”。强烈的危机感以及学生在 TIMSS、PISA 等国际比较研究上的不佳表现，促使美国数学教育界不断地反思和改进自己的数学教育，他们检讨自己的数学课程，引进新加坡等亚洲国家的数学课程，考虑全国性课程的可行性，注重本国数学师资建设，学习和利用亚洲国家课例研究来加强教师的专业发展等。

当前，中国也正围绕课程展开一系列的数学教育改革。改革不可避免地会触及中国数学教育的传统，争论是不可避免的，对美国数学教育及其改革的兴趣与日俱增，参考美国数学教育改革的一些成功经验和策略也是无可厚非，但其中也有一些值得警觉的倾向。正如有人在哲学上“言必称希腊”一样，我国有的数学教育工作者也“言必称美国”。无论什么事情，只要在美国做了，在中国做就“先进”了、就“改革”了。这种以“美国标准”为标准的迹象是危险的。当然，美国的数学教育

及其改革的确有很多值得学习和借鉴的经验，那么我们能从中学到什么呢？这是本书探讨的主要问题。

本书的缘起

几年前，承蒙张英伯教授和曹一鸣教授之邀，在我的母校北京师范大学，给部分师生和同仁作了一场近两小时的学术报告。当时中国的数学教育改革热火朝天，大家对美国数学教育改革很有兴趣，故他们希望我的报告能“深入地谈谈美国的数学教育改革”，一篇颇具挑战性的“命题作文”！经过较长时间的思考，我将报告的主题确定为“现阶段美国数学教育的改革：以一个局内人和局外人的视角（Current Mathematics Education Reform in the U. S. A. : Perspectives from an Insider / Outsider）”。称自己为“局内人（Insider）”，主要是因为当时已在美国生活 15 年，见证并参与了这十多年来美国数学教育的改革；另一方面，在中国作为受教育者和教育者的双重经历，使我有了一个“参照物”来静观和反思美国的数学教育改革，这又使我成了美国数学教育改革的“局外人（Outsider）”。

在这样的主题下，我从四个方面分析和介绍了美国的数学教育改革：改革的历史沿革；基于标准的课程介绍；教育改革的困惑以及改革有效性证据的寻求。尽管那次报告遇到了一点技术问题，准备好的 70 张 PPT 无法播放，但令人欣慰的是大家对讲演的内容反应较好。在接下来的讨论中，有机会与许多老师、朋友和同事直接交流，大家畅所欲言，气氛热烈，那幅其乐融融的场

景让我至今仍记忆犹新。其间，人民教育出版社的刘意竹先生和章建跃先生认为这一报告的主题和内容应该也是国内读者感兴趣的，展开陈述可以成为一本透彻论述美国数学教育改革现状的精彩著作。尽管我认为这是一个不错的主意，但由于那时自己作为首席研究员所主持的美国科学基金会（NSF）资助的一个有关数学课程的研究课题才刚刚启动，因而无法将此书的撰写工作立即提到议事日程上。一年后，NSF 资助的研究课题基本走上正轨，于是开始着手考虑本书的写作。与必凯博士、孙伟博士和庭曜博士分享和探讨了本书的写作意图后，他们欣然同意共同完成此书的撰写。

本书的结构

本书共有十章。

前三章是有关美国数学教育改革的历史回顾。由于已有一定数量的中文文献涉及“新数学运动”“回到基础”和“问题解决”等三次改革运动的某些方面，因此在讨论时我们考虑了以下两个层面：一是尽量关注那些中文文献较少涉及且国内读者或许不熟悉的方面和视角；二是深入探讨这三次改革运动的内在根源、相互关联及其成败的原因，从而进一步梳理这三次改革运动如何过渡到“标准运动”的脉络。另外，考虑到“标准运动”的现实性及其产生的深远而广泛的影响，我们将“标准运动”单列一章进行较为详细的介绍（第二章）。由于美国各州在教育体制上具有很大程度的独立性，因此，除了介绍全国性的“标准运动”之外，我们在第三

章以加利福尼亚州为例，较为系统地介绍了美国州一级课程标准的设置及其改革历程。值得一提的是，加利福尼亚州一直是美国数学教育改革的领头羊。

“标准运动”的兴起及由此产生的一个直接结果是一系列“基于标准”的课程（教材）的研发并相继面世。为了让读者对这些“改革的”“基于标准”的数学课程有一个全面了解，我们以5套有代表性的、“基于标准”的小学、初中和高中数学教材为例，分别简要介绍和分析了美国的“基于标准”的小学教材（第四章）、初中教材（第五章）和高中教材（第六章）。在介绍这些教材时，我们关注了以下方面：教材的编写原则、编写背景、教材主要特色和总体目标、教材的结构；同时，我们还较详细而系统地介绍一些章节内容，对于其中的部分内容还与传统教材进行了简单的分析比较。这几章总的期望是要让读者较系统、全面地感受和领略美国改革型课程（教材）的概貌。课程（教材）是改革理念的载体，通过这些介绍，希望读者不仅能了解这些教材，而且能透过它们认识美国数学教育改革的理念及其实施。

与其他领域的改革一样，数学教育改革不可能一帆风顺、一蹴而就，美国的数学教育改革当然也不例外。因为教育改革理念的提出，不可能全部基于实证研究的结果，一定会包括改革纲领性文件制定者的一些基于自身价值判断和偏好的理想化理念，因而很难被所有人认同；同时，对一些概括性较高的改革理念，不同人会有不同解读，一线教师和家长可能会基于自身经验来理解

这些理念；更重要的是，在美国数学教育一直是政治家和公众媒体谈论的焦点，他们往往根据各自的利益和目的来解读和诠释这些改革理念。这些因素都有可能导致人们对教育改革的一些困惑。为此，第七章列出了人们对美国数学教育改革的一些典型困惑，并试图从改革纲领性文件制定者（如 NCTM）的视角、反对者的视角和我们自身的理解等不同角度来剖析这些困惑，以期对中国国内关注类似问题的读者有所启发。

教育改革理念最终必须经受课堂实践和教育评估的检验，教育改革的终极目标应该是改进学生的学习。判断改革是否真正改进了学生的数学学习，就必须对改革的有效性进行研究。总的来说，目前对教育改革有效性的研究比较差强人意。以改革型课程为例，课程改革似乎永远存在一种无法达到同步的“时间差”。一方面，课程标准的制定者、改革型课程的开发者，特别是教材出版商，都迫不及待地希望自己的“产品”尽快地在更大范围出售和使用；另一方面，针对这些改革型课程有效性的研究，往往需要多年跟踪才会得到比较令人信服的结果。这样，改革型课程很可能在实证研究还未结束时就已经在较大范围使用了，研究也就在无形中成了一种“陪衬”。更糟糕和更可悲的是，人们并未对改革的有效性研究给予充分重视。在此，我们要郑重提醒，不能重蹈“新数学运动”惨痛失败的覆辙。教育改革有效性研究的结果是改革是否可以继续推进的重要决策依据。第八章简要介绍了寻求课程有效性证据的视角和方法，提供了课程内容分析和课堂教学分析的几个研究案

例，并对一系列小学、初中和高中数学课程有效性研究结果作出了述评。

教师是教育改革成败的关键因素。伴随着教育改革，美国的教师教育和在职专业发展是如何跟进的？第九章简要介绍了美国数学教师教育的情况，并展开讨论。美国职前教师教育体制与中国有很大不同，但在职教师的专业发展却有许多相似的地方，希望本章内容对国内教师专业发展的理论、实践水平的提升有所裨益和借鉴。

不可否认的是，以“标准运动”为标志的美国数学教育改革的影响已经辐射到世界各地。中国的数学教育改革也许正经历着和美国同样的挑战和困惑。因此，在经济和教育日益全球化的今天，美国数学教育改革所经历过的或者正在经历的一些挑战和困惑，以及他们的成功经验或失败教训，都可以成为我们参考、借鉴或学习的资源。基于此，最后一章围绕“来自美国现代数学教育改革的启示”展开探讨，主要意图是如何“借他山之石，攻自家之玉”。

本书的特色

本书的其余三位作者都和我一样，既有中国教育的背景，又一直在美国从事数学教育的科研和教学。因此，本书的一大特色是四位作者都是美国数学教育的直接参与者，各自都积累了一定数量的第一手观察与实践资料，可以算作是美国数学教育的“局内人”；同时，又都具有作为中国的教育者和受教育者的背景因素，因

而又具备了以“局外人”的视角来审视美国数学教育的条件。

尽管作者以“局内人”和“局外人”的双重视角来看待美国的数学教育改革，但我们力求中立、公正地讨论和呈现美国数学教育改革的不同观点，尽可能地分析清楚支持派和反对派坚持各自立场的深层原因、理论基础或依据。因此，基于事实和客观分析是本书的又一特点。

要了解一个国家教育改革的理念和实质，分析其课程（教材）是一个很好的切入点和突破口。事实上，纵观各国（尤其是美国）数学教育改革的历史，人们往往通过课程（教材）的改革来引发课堂教学的变革，进而改进学生的学习。因此，若能将改革型的课程（教材）翻译成中文，将有助于读者深入了解美国的改革理念。然而，由于语言的差异性，准确翻译一套教材并非易事。因此，我们使用个案介绍的形式，把部分课程（教材）的部分内容呈现给读者，这样既能使读者了解美国改革型课程（教材）的概貌，体会其中渗透的改革理念，又可以节省读者的大量时间，这也是本书的一个特色。

在讨论美国数学教育改革时，我们尽量从历史和社会的视角去剖析，从历史的角度去了解和思考现状。同时，我们也尽量呈现教育改革的理念与教育实践的现实之间的一致性和差距。其实，从美国数学教育改革的历史可以看到，改革的理念和教育现实之间有时存在着很大差距，甚至出现矛盾。这种矛盾在各国教育改革进程

中都会遇到，关键是如何使理想变为现实。

说明

本书所使用的一些专业词汇是与《学校数学教育的原则和标准》中文版（蔡金法等译，2004）保持一致的；对于其他英文专业词汇，如果没有被多数人所接受的、统一的中文翻译，我们将英文词汇附于相应的中文词汇之后；本书直接使用那些读者已经非常熟悉的缩写英文（如 NCTM）。为了方便起见，本书对“课程”“教材”“教科书”以及“课本”等一般不加区别地使用，尽管它们之间在概念的内涵和外延上是有区别的。对于本书所引用的文献或他人研究成果，我们将尽量详细地列出其作者、出处等必要的相关信息，供有兴趣的读者进一步查阅。

致谢

在本书即将出版之际，首先，我们要感谢章建跃和刘意竹两位先生欣然接受和大力支持此书在人民教育出版社出版。在过去的几年中，建跃兄总是不断地给予我们热情的鼓励和支持，并且非常耐心地等待我们完成本书稿，藉此书稿出版之际，我们向他们致以深深的谢意！同时，我也借此机会感谢一些研究基金会对我的研究的资助。特别是过去十年间美国国家科学基金会（NSF）对我研究美国数学教育改革的支持（ESI-0114768 和 ESI-0454739）。

围绕本书的写作和出版，有太多的人和事值得我们

感恩和感谢。我本人要特别感谢张英伯教授和曹一鸣教授邀请我回到母校北京师范大学的访问，那次访问虽然时间短暂，但却“播下了此书的种子”。我也要特别感谢必凯博士、庭曜博士和孙伟博士一起参与本书的写作。回首过去两年多的写作过程，我们有许多次面对面的讨论和电话会议，针对每一次的讨论，几位都精心准备、积极参与、各抒己见并献计献策，因而每一次的讨论结果都会促进本书的撰写向前迈进一大步。正是因为几位作者之间的坦诚相待、相互支持以及高度合作的精神，才使得本书各章的撰写和修改能够顺利完成，因此本书是大家集体智慧和汗水的结晶。事实上，在写作本书之前，我们几位作者已有过多次合作，每一次合作都是一次愉快的经历，这次当然也不例外。最后，还要感谢我们各自的家人。日常的教学和科研已经让我们非常繁忙，此书只能靠牺牲许多与家人共叙天伦的时间来完成，我们要感谢家人的支持和体谅，使我们得以通过“加班加点”来完成此书。

当本书最终呈现在读者面前时，我们并没有“一块石头终于落地”的感觉，而是怀着一丝担心、一种期待和一线欣慰相互交织在一起的复杂心态。担心的是由于我们自身知识和经验的有限，对于美国数学教育和中国数学教育的认识可能不够深入，同时在写作过程中可能的疏忽所导致的错误，都会给读者带来理解上的不方便甚至是误导。也正因为这一担心，在这两年多的写作过程中，我们做了多次修改甚至重写、内容的校对以及章节之间反复的推敲与“磨合”，以尽量避免错误的发生，

但愿我们的担心是多余的。期待的是本书能帮助中国国内的读者更好地认识和了解美国数学教育改革的历史和现状，从而在反思中国数学教育改革的过程中，有所启迪、感悟和收获。我们也非常欢迎和期待读者针对本书的反馈意见（我的电邮地址是：jcai@udel.edu）。我们非常珍视的是，能藉着本书的平台，与中国的教育界同仁分享和交流我们近年来的一些思考、研究和心得。使我们最感欣慰的是，你我都在为中国数学教育的改进与发展而努力着。



目 录

绪言

第一章 “标准运动”之前的美国教育改革： “新数学运动”“回到基础”和“问题解决”

- 一、新数学运动 2
- 二、回到基础 15
- 三、问题解决 17

第二章 “标准运动”（一）： 美国数学课程标准的历史沿革

- 一、“标准”的起源 29
- 二、“标准”是什么？ 34
 - (一) 内容标准 (Content Standards) 36
 - (二) 传递标准 (Delivery Standards) 37
 - (三) 资源标准 (Resource Standards) 37
 - (四) 表现标准 (Performance Standards) 37
- 三、“基于标准”的课程 38
- 四、NCTM 课程标准对数学教育改革的影响 39

(一) 资源	40
(二) “标准”的明确性和一致性	41
(三) 教师对数学教育改革有效性的信心	41
(四) 教育评价的政策与实践	42
(五) 教师在职培训	42
五、课程焦点 (Focal Points)	44
(一) 为什么要明确指出课程的“焦点”?	45
(二) 什么是课程的“焦点”?	45
(三) 如何使用《课程焦点》?	46
(四) 《课程焦点》与《学校数学教育的原则和标准》 的区别与联系	47

第三章 “标准运动”(二): **美国州一级数学课程标准的设置**

一、以加州课程标准为例的缘由	50
(一) 始于加州的“数学大战 (Math War)”	50
(二) 加州数学教育改革引发了全美的兴趣和关注	53
二、加利福尼亚数学框架	54
(一) 该框架的基本构想	55
(二) 教师应达到的目标	56
(三) 学生应达到的目标	56
(四) 强调在课程中要寻求数学内部的平衡	57
(五) 加州数学框架的建议	59
(六) 加州数学框架讨论的主要内容	62