普通高等教育“十二五”规划教材配套教辅

大学物理学习指导

马学军　主编

科学出版社

大学物理学习指导

主编　马学军

编者　齐东丽　姜　宇
　　　佟永丽　秦绪明

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是根据徐送宁教授主编的《大学物理》的主要内容，结合多名教师的长期教学经验编写而成.

全书在每章都设置了目的与要求、例题选解、习题解析和问题与思考四部分内容，并且在力学、电磁学、热学、狭义相对论和波动光学、量子光学与量子力学基础后设计了同步训练，最后附加了综合测试. 同步训练和综合测试都附有答案，便于自检和自测.

本书内容由浅入深，难度适宜，并且与实际相结合.

本书可作为高等学校非物理专业学生的辅导书或自学参考书.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导/马学军主编. —北京：科学出版社，2011

ISBN 978-7-03-030170-3

Ⅰ. 大… Ⅱ. ①马… Ⅲ. ①物理学-高等学校-教材参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 016377 号

责任编辑：于俊杰　昌　盛　郗泽潇 / 责任校对：钟　洋
责任印制：张克忠 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码 100717
http://www.sciencep.com

铭浩彩色印装有限公司 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2011 年 2 月第　一　版　　开本：787×1092 1/16
2011 年 2 月第一次印刷　　印张：14 1/4
印数：1— 4 000　　字数：340 000

定价：29.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

物理学是整个自然科学和工程技术科学的基础，大学物理是高等院校各专业的重要基础课程，它所阐述的物理学基本知识、基本思想、基本规律和基本方法不仅是学生学习后续专业课的基础，也是全面提高学生科学素质、培养科学思维方法和科学研究能力的重要内容.

要学习好大学物理，除了课堂教学之外，课外做一定数量的练习题，对于掌握物理学的知识和基本规律是非常重要的一个环节. 这有助于加深对基本概念、基本定律和原理的理解，有助于理论联系实际，对培养分析问题、解决问题的能力具有极其重要的意义.

编写本书的目的，就是希望帮助学生在大学物理课程的学习过程中更好地掌握学习主动权，及时了解自己对基本概念和基本规律的理解及掌握情况. 在分析具体物理问题的过程中，建立物理学的基本概念，熟悉物理学的规律，体会物理问题所蕴涵的奥妙.

本书是与徐送宁教授主编的《大学物理》配套的学习辅导书. 每章都设置了目的与要求、例题选解、习题解析和问题与思考四部分内容，同时在力学、电磁学、热学、狭义相对论和波动光学、量子光学与量子力学基础后设计了同步训练，最后附加了综合测试.

本书由马学军主编，参加本书编写工作的还有：齐东丽、姜宇、佟永丽、秦绪明. 各位教师承担的编写工作如下：马学军第 1～4、8、9 章，齐东丽第 6、7 章，姜宇第 5、10 章，佟永丽第 11 章，秦绪明第 12、13 章. 全书由李洪奎副教授主审，同时得到了物理教研室的全体教师的大力支持，在此深表感谢.

由于编者学识有限，疏漏和不妥之处在所难免，敬请读者指正.

编　者

2010 年 11 月

目　录

第 1 章　质点运动学

一、目的与要求

(1) 了解描述运动的三个必要条件:参考系(坐标系)、物理模型(质点、刚体)、初始条件.

(2) 掌握位矢、位移、速度、加速度、角速度和角加速度等描述质点运动和运动变化的物理量.

(3) 能计算质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度.

(4) 掌握应用微积分处理运动学中的两类问题.

(5) 理解相对运动的有关概念和基本计算方法.

二、例 题 选 解

例 1.1　已知质点位矢随时间变化的函数形式为 $\boldsymbol{r}=4t^2\boldsymbol{i}+(3+2t)\boldsymbol{j}$ (SI),求:(1)质点的轨道;(2)从 $t=0\text{s}$ 到 $t=1\text{s}$ 的位移;(3) $t=0\text{s}$ 和 $t=1\text{s}$ 两时刻的速度.

分析　根据运动方程得到分量式 $x=x(t)$ 和 $y=y(t)$,从中消去参数 t,即得质点的轨迹方程. 平均速度反映质点在一段时间内位置的变化率,由运动方程求速度、加速度属于运动学第一类问题.

解　(1) 由 $\boldsymbol{r}=4t^2\boldsymbol{i}+(3+2t)\boldsymbol{j}$ 可知

$$x=4t^2$$

$$y=3+2t$$

消去 t 得轨道方程为

$$x=(y-3)^2$$

(2)

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=8t\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$$

$$\Delta\boldsymbol{r}=\int_0^1\boldsymbol{v}\mathrm{d}t=\int_0^1(8t\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j})\mathrm{d}t=4\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}\text{(SI)}$$

(3)

$$\boldsymbol{v}(0)=2\boldsymbol{j}\ (\text{SI}),\quad \boldsymbol{v}(1)=8\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}\ (\text{SI})$$

例 1.2　一足球运动员在正对球门前 25.0m 处以 $20.0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的初速率罚任意球,已知球门高为 3.44m. 若要在垂直于球门的竖直平面内将足球直接踢进球门,问他应在与地面成什么角度的范围内踢出足球(足球可视为质点)?

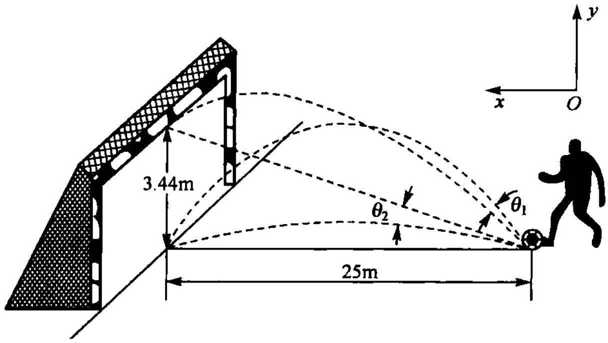
解　取例 1.2 图示坐标系 xOy,由运动方程

$$x=vt\cos\theta$$

$$y=vt\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2$$

消去 t 得轨迹方程

$$y = x\tan\theta - \frac{g}{2v^2}(1+\tan^2\theta)x^2$$



例 1.2 图

以 $x = 25.0\text{m}, v = 20.0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 及 $3.44 \geqslant y \geqslant 0$ 代入后，可解得

$$71.11° \geqslant \theta_1 \geqslant 69.92°$$

$$27.92° \geqslant \theta_2 \geqslant 18.89°$$

如何理解上述角度的范围?

在初速度一定的条件下，球击中球门底线或球门上缘都将对应有两个不同的投射倾角，如例 1.2 图所示. 如果以 $\theta > 71.11°$ 或 $\theta < 18.89°$ 踢出足球，都将因射程不足而不能直接射入球门；由于球门高度的限制，θ 角也并非能取 71.11°与 18.89°之间的任何值. 当倾角取值为 $27.92° < \theta < 69.92°$ 时，踢出的足球将越过门缘而离去，这时球也不能射入球门. 因此可取的角度范围只能是解中的结果.

例 1.3　路灯距地面的高度为 h_1，一身高为 h_2 的人在路灯下以匀速 v_1 沿直线行走. 试证明人影的顶端做匀速运动，并求其速度 v_2.

证明　如例 1.3 图所示，设人从 O 点开始行走，t 时刻人影中足的坐标为 x_1，人影中头的坐标为 x_2，由几何关系可得

$$\frac{x_2}{x_2 - x_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

而

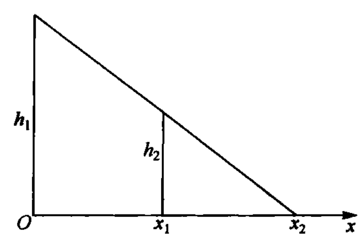
$$x_1 = v_0 t$$

所以，人影中头的运动方程为

$$x_2 = \frac{h_1 x_1}{h_1 - h_2} = \frac{h_1 t}{h_1 - h_2} v_0$$

人影中头的速度为

$$v_2 = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = \frac{h_1}{h_1 - h_2} v_0$$



例 1.3 图

例 1.4　已知质点位矢随时间变化的函数形式为 $\boldsymbol{r} = t^2\boldsymbol{i} + 2t\boldsymbol{j}$，式中 r 的单位为 m，t 的单位为 s. 求：(1)任一时刻的速度和加速度；(2)任一时刻的切向加速度和法向加速度.

分析　自然坐标系中，总加速度为 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n$.

解　(1)

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2t\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j}$$

$$a = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 2\boldsymbol{i}$$

(2)
$$v = [(2t)^2 + 4]^{\frac{1}{2}} = 2\,(t^2+1)^{\frac{1}{2}}$$

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{2t}{\sqrt{t^2+1}}$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{2}{\sqrt{t^2-1}}$$

三、习 题 解 析

习题 1.1　一质点在 xOy 平面内运动，运动函数为 $x = 2t$，$y = 4t^2 - 8$.(1) 求质点的轨道方程并画出轨道曲线；(2) 求 $t = 1\mathrm{s}$ 和 $t = 2\mathrm{s}$ 时质点的位置、速度和加速度.

解　(1) 由 $x = 2t$ 得，$t = x/2$，代入 $y = 4t^2 - 8$ 可得：$y = x^2 - 8$，即轨道曲线.

(2) 质点的位置可表示为

$$\boldsymbol{r} = 2t\boldsymbol{i} + (4t^2 - 8)\boldsymbol{j}$$

由 $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t$ 则速度

$$\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} + 8t\boldsymbol{j}$$

由 $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ 则加速度

$$\boldsymbol{a} = 8\boldsymbol{j}$$

则当 $t = 1\mathrm{s}$ 时，有

$$\boldsymbol{r} = 2\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} + 8\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{a} = 8\boldsymbol{j}$$

当 $t = 2\mathrm{s}$ 时，有

$$\boldsymbol{r} = 4\boldsymbol{i} + 8\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} + 16\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{a} = 8\boldsymbol{j}$$

习题 1.2　质点沿 x 在轴正向运动，加速度 $a = -kv$，k 为常数. 设从原点出发时速度为 v_0，求运动方程 $x = x(t)$.

分析　该题属于质点运动学的第二类问题，即已知速度或加速度的表达式，求运动方程，必须在给定初始条件下，采用积分的方法解决.

解
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv,\quad \int_{v_0}^{v}\frac{1}{v}\mathrm{d}v = \int_0^t -k\mathrm{d}t,\quad v = v_0\mathrm{e}^{-kt}$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0\mathrm{e}^{-kt},\quad \int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t v_0\mathrm{e}^{-kt}\mathrm{d}t$$

$$x = \frac{v_0}{k}(1 - \mathrm{e}^{-kt})$$

习题 1.3　一枚从地面发射的火箭以 $20\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 的加速度竖直上升 0.5min 后燃料用完，于是像一个自由质点一样运动，略去空气阻力. 试求：(1)火箭达到的最大高度；(2)它从离开地面到再回到地面所经过的总时间.

解　(1) 以地面为坐标原点，竖直向上为 x 轴正方向建立一维坐标系，且在坐标原点时，$t = 0\mathrm{s}$，且 0.5min＝30s，则当 $0 \leqslant t \leqslant 30\mathrm{s}$，由 $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$，得

$$\int_0^t a_x\mathrm{d}t = \int_0^{v_x}\mathrm{d}v_x,\quad a_x = 20\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$v_x = 20t\mathrm{m \cdot s^{-1}}, t = 30\mathrm{s}\text{时}, v_1 = 600\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

由 $v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，得 $\int_0^{30} v_x \mathrm{d}t = \int_0^{x_1} \mathrm{d}x$，则 $x_1 = 9000\mathrm{m}$.

当火箭未落地，且 $t > 30\mathrm{s}$ 时，又有

$$\int_{30}^{t} a_{x_2} \mathrm{d}t = \int_{v_1}^{v_{x_2}} \mathrm{d}v_{x_2}, \quad a_{x_2} = -9.8\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

则

$$v_{x_2} = 894 - 9.8t\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

且

$$\int_{30}^{t} v_{x_2} \mathrm{d}t = \int_{x_1}^{x} \mathrm{d}x$$

则

$$x = -4.9t^2 + 894t - 13410 \tag{①}$$

当 $v_{x_2} = 0\mathrm{m \cdot s^{-1}}$，即 $t=91.2\mathrm{s}$ 时，由式①得，$x_{\max} \approx 27.4\mathrm{km}$.

(2)由(1)问可知，当 $x = 0\mathrm{m}$ 时，$t \approx 166\mathrm{s}$，$t \approx 16\mathrm{s} < 30\mathrm{s}$(舍去).

习题 1.4 一质点沿半径为 0.1m 的圆周运动，其用角坐标表示的运动学方程为 $\theta = 2 + 4t^3$，θ 的单位为 rad，t 的单位为 s. 试求：

(1) $t = 2\mathrm{s}$ 时，质点的切向加速度和法向加速度的大小；

(2) 当 θ 等于多少时，质点的切向加速度大小恰等于总加速度大小的一半.

分析 应用圆周运动的有关知识，掌握角量与线量、角位移与角加速度 、法向加速度、切向加速度的关系即可得到.

解 (1)由于 $\theta = 2 + 4t^3$，则角速度 $\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 12t^2$.

在 $t=2\mathrm{s}$ 时，法向加速度和切向加速度的数值分别为

$$a_\mathrm{n}|_{t=2\mathrm{s}} = r\omega^2 = 2.30 \times 10^2 \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$a_\mathrm{t}|_{t=2\mathrm{s}} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 4.80\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

(2)当 $a_\mathrm{t} = \frac{a}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{a_\mathrm{n}^2 + a_\mathrm{t}^2}$ 时，有 $3a_\mathrm{t}^2 = a_\mathrm{n}^2$，即

$$3\ (r24t)^2 = r^2\ (12t^2)^4$$

$$t = \frac{1}{2\sqrt{3}} = 0.29\mathrm{s}$$

此时刻角位置为

$$\theta = 2 + 4t^3 = 3.15\mathrm{rad}$$

习题 1.5 质点在重力场中做斜上抛运动，初速度的大小为 v_0，与水平方向成 α 角. 求质点到达抛出点的同一高度时的切向加速度、法向加速度以及该时刻质点所在处轨迹的曲率半径(忽略空气阻力). 已知法向加速度与轨迹曲率半径之间的关系为 $a_\mathrm{n} = v^2/\rho$.

解 运动过程中，质点的总加速度 $a = g$. 由于无阻力作用，所以回落到抛出点高度时质点的速度大小 $v = v_0$，其方向与水平线夹角也是 α. 故切向加速度

$$a_\mathrm{t} = g\sin\alpha$$

法向加速度

$$a_n = g\cos\alpha$$

因为

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

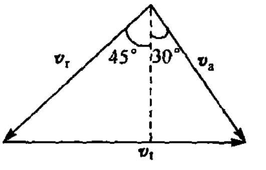
所以

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$$

习题1.6　当火车静止时,乘客发现雨滴下落方向偏向车头,偏角为30°,当火车以35 m·s^{-1}的速率沿水平直路行驶时,发现雨滴下落方向偏向车尾,偏角为45°,假设雨滴相对于地的速度保持不变,试计算雨滴相对于地的速度大小.

解　选地为静系,火车为动系.

已知:雨滴对地速度 $\boldsymbol{v}_a$ 的方向偏前30°,火车行驶时,雨滴对火车的相对速度 $\boldsymbol{v}_r$ 偏后45°,火车速度 v_t=35m·s^{-1},方向水平.



习题1.6图

由习题1.6图可知

$$v_a\sin 30° + v_r\sin 45° = v_t$$
$$v_a\cos 30° = v_r\cos 45°$$

由此二式解出

$$v_a = \frac{v_t}{\sin 30° + \sin 45°\dfrac{\cos 30°}{\cos 45°}} = 25.6\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

习题1.7　一质点沿半径为R的圆周运动,运动学方程为 $s = v_0t - \frac{1}{2}bt^2$,其中 v_0,b 都是常量.(1)求t时刻质点的加速度大小及方向;(2)在何时加速度大小等于b;(3)到加速度大小等于b时质点沿圆周运行的圈数.

解　(1)速率

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v_0 - bt,且\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -b$$

加速度

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau + \frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n = -b\boldsymbol{e}_\tau + \frac{(v_0 - bt)^2}{R}\boldsymbol{e}_n$$

则大小

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{b^2 + \left[\frac{(v_0 - bt)^2}{R}\right]^2} \qquad ①$$

方向

$$\tan\theta = -\frac{(v_0 - bt)^2}{bR}$$

(2)当 $a = b$ 时,由式①可得

$$t = \frac{v_0}{b}$$

(3)当 $a = b$ 时,$t = \frac{v_0}{b}$,代入 $s = v_0t - \frac{1}{2}bt^2$,可得

$$s = \frac{v_0^2}{2b}$$

则运行的圈数为

$$N = \frac{s}{2\pi R} = \frac{v_0^2}{4\pi bR}$$

习题 1.8 一小船相对于河水以速率 v 划行. 当它在流速为 u 的河水中逆流而上之时，有一木浆落入水中顺流而下，船上人 2s 后发觉，即返回追赶，问几秒钟后可追上此桨？

解 取河水为参考系. 相对河水，木桨落入水中是不动的. 不论顺水或者逆水，船对水的速率均是 v. 2s 后发现失桨，木桨与船之间距离为 $S=2v$. 返回追赶时船速仍为 v. 因此

$$t = \frac{S}{v} = \frac{2v}{v} = 2\text{s}$$

习题 1.9 碟盘是一张表面覆盖一层信息记录物质的塑性圆片. 若碟盘可读部分的内外半径分别为 2.50cm 和 5.80cm. 在回放时，碟盘被以恒定的线速度由内向外沿螺旋扫描线(阿基米德螺线)进行扫描. (1)若开始时读写碟盘的角速度为 50.0rad · s^{-1}，则读完时的角速度为多少？(2)若螺旋线的间距为 1.60μm，求扫描线的总长度和回放时间.

分析 阿基米德螺线是一等速的螺旋线，在极坐标下，它的参数方程可表示为 $r = r_0 + a\theta$，式中 r 为极径，r_0为初始极径，θ 为极角，a 为常量. 它的图线是等间距的，当间距为 d 时，常量 $a = d/2\pi$. 因此，扫描线的总长度可通过积分 $s = \int r\mathrm{d}\theta$ 得到.

解 (1) 由于线速度恒定，则由 $v = \omega r$ 可得 $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$，故碟盘读完时的角速度为

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 r_1}{r_2} = 21.6\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

(2) 在可读范围内，螺旋线转过的极角 $\theta = 2\pi(r_2 - r_1)/d$，故扫描线的总长度为

$$s = \int r\mathrm{d}\theta = \int_0^{2\pi(r_2-r_1)/d}\left(r_1 + \frac{d}{2\pi}\theta\right)\mathrm{d}\theta = \frac{\pi(r_2^2 - r_1^2)}{d} = 5.38\times10^3\text{m}$$

碟盘回放的时间为

$$t = \frac{s}{v} = 4.10\times10^3\text{h} \approx 1.15\text{h}$$

本题在求扫描线的总长度时，也可采用平均周长的计算方法，即

$$s = 2\pi n\frac{r_2+r_1}{2} = 2\pi\frac{r_2+r_1}{2}\frac{r_2-r_1}{d} = 5.38\times10^3\text{m}$$

习题 1.10 一足球运动员在正对球门前 25.0m 处以 20.0m · s^{-1}的初速率罚任意球，已知球门高为 3.44m. 若要在垂直于球门的竖直平面内将足球直接踢进球门，问他应在与地面成什么角度的范围内踢出足球(足球可视为质点)？

解 略.

习题 1.11 10m 高台跳水如何确定跳台跳水的游泳池深度？

解 运动员自跳起至落水前的运动可以看成是自由落体，其落到水面时的速度为

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times9.8\times10}\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 14.0\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

运动员入水后，除受到向下的重力外，还受到向上的浮力和水的阻力作用. 重力与浮力的大小几乎相等，则运动员受到的合外力为水的阻力，由阻力公式有

$$F = -c\rho v^2$$

式中，ρ 为水的密度；A 为运动员的身体与运动方向垂直的截面积；c 为阻力系数一般取 0.25，设 A 为 $0.08\mathrm{m}^2$，选水面为坐标原点，铅直向下为 x 轴正向，根据牛顿第二定律有

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-c\rho Av^2$$

把 $\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}x}{v}$ 代入上式，得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v}=-\frac{c\rho A}{m}\mathrm{d}x$$

两边积分，即

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=-\frac{c\rho A}{m}\int_0^x\mathrm{d}x$$

得

$$x=\frac{m}{b}\ln\frac{v_0}{v}$$

如果运动员的质量为 50kg，当其速率减小到 $v=2.0\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时转身，并以脚蹬池底上浮，则

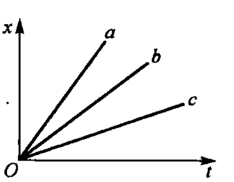
$$x=4.9\mathrm{m}$$

因此，规定池深为 4.50～5.00m，水太浅对运动员不安全，水太深不利于运动员完成转身后脚蹬池底的动作.

四、问题与思考

1.1　质点的 x-t 关系如思考 1.1 图所示，图中 a,b,c 三条线表示三个速度不同的运动. 问它们属于什么类型的运动？哪一个速度大？哪一个速度小？

答： $v_a>v_b>v_c$.



思考 1.1 图

1.2　说明平均加速度和瞬时加速度的几何意义.

答： 平均加速度表示速度 $\Delta\boldsymbol{v}$ 在 Δt 时间内的平均变化率，它只能粗略地反映运动速度的变化程度和方向，而瞬时加速度能精确反映质点运动速度的变化及方向.

1.3　运动物体的加速度随时间减小，而速度随时间增加，是可能的吗？

答： 是可能的. 加速度随时间减小，说明速度随时间的变化率减小.

1.4　若质点限于在平面上运动，试指出符合下列条件的各应是什么样的运动？

(1) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\neq0$；(2) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\neq0$；(3) $\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=0,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}t}=0$.

答： (1) 质点做圆周运动；

(2) 质点做匀速率曲线运动；

(3) 质点做抛体运动.

第2章　质点动力学

一、目的与要求

(1) 掌握牛顿三定律的基本内容及其适用条件，掌握用隔离体法分析质点受力和解题的基本方法，以及在非惯性系中运用牛顿定律求解质点动力学问题的方法.

(2) 理解动量、冲量概念，掌握动量守恒定律及其适用条件，并能分析、解决简单系统力学问题.

(3) 掌握功的概念，能熟练地计算作用在质点上的变力做功问题，理解做功与过程有关的性质.

(4) 理解保守力做功的特点和势能的概念及重力、弹性力和万有引力的势能.

(5) 掌握质点的动能定理和功能原理，掌握机械能守恒定律，了解普遍的能量守恒和转换定律.

(6) 了解完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞的特点.

二、例题选解

例2.1　质量为M的气球以加速度a匀加速上升，突然一只质量为m的小鸟飞到气球上，并停留在气球上.若气球仍能匀加速向上，问气球的加速度减少了多少?

分析　用隔离体法受力分析，运用牛顿第二定律列方程.

解　$\boldsymbol{F}$为空气对气球的浮力，取向上为正.

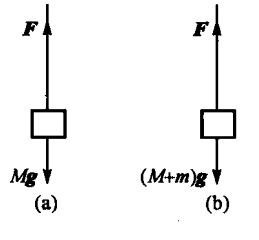
分别由例2.1图(a)、(b)可得

$$F-Mg=Ma$$

$$F-(M+m)g=(M+m)a_1$$

则

$$a_1=\frac{Ma-mg}{m+M},\quad \Delta a=a-a_1=\frac{m(a+g)}{m+M}$$



例2.1图

例2.2　从地面上以一定角度发射地球卫星，发射速度v_0应为多大才能使卫星在距地心半径为r的圆轨道上运转?

分析　地面附近万有引力即为重力，卫星圆周运动时，万有引力提供向心力，能量守恒.

解　设卫星在距地心半径为r的圆轨道上运转速度为v，地球质量为M，半径为R_e，卫星质量为m.

根据能量守恒，有

$$\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{GMm}{R_e}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{GMm}{r}$$

又由卫星圆周运动的向心力为

$$F_{\mathrm{N}}=\frac{GMm}{r^2}=\frac{mv^2}{r}$$

卫星在地面附近的万有引力即其重力，故

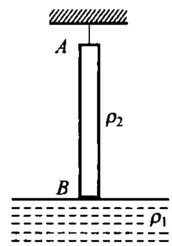
$$\frac{GMm}{R_{\mathrm{e}}^2}=mg$$

联立以上三式，得

$$v_0=\sqrt{2gR_{\mathrm{e}}\left(1-\frac{1}{2}\frac{R_{\mathrm{e}}}{r}\right)}$$

例 2.3　如例 2.3 图所示，在密度为 ρ_1 的液面上方，悬挂一根长为 l，密度为 ρ_2 的均匀棒 AB，棒的 B 端刚和液面接触如题图所示，今剪断细绳，设细棒只在浮力和重力作用下运动，在 $\frac{\rho_1}{2}<\rho_2<\rho_1$ 的条件下，求细棒下落过程中的最大速度 v_{m} 以及细棒能进入液体的最大深度 H.

分析　棒下落有最大速度时受合力为零，进入液体有最大深度时细棒运动的速度为零.



例 2.3 图

解　有最大速度时 $\rho_2 lsg=\rho_1 hsg$，则 $h=\frac{\rho_2}{\rho_1}l$.

在下落过程中，利用功能原理

$$\frac{1}{2}\rho_2 slv^2-\rho_2 slgh=-\int_0^h\rho_1 gsy\,\mathrm{d}y$$

所以

$$v=\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}gl}$$

设进入液体的最大深度为 H，此时细棒运动的速度为零：

若(1) $H<l$，$-\rho_2 slgH=-\int_0^H\rho_1 gsy\,\mathrm{d}y$，$H=\frac{2\rho_2 l}{\rho_1}>l$ 由已知舍.

(2) $H>l$，$-\rho_2 slgH=-\int_0^l\rho_1 gsy\,\mathrm{d}y+\rho_1 gsl(H-l)$ 整理得 $H=\frac{\rho_1 l}{2(\rho_1-\rho_2)}$.

三、习题解析

习题 2.1　一颗子弹在枪筒里前进时所受的合力大小为 $F=400-\frac{4}{3}\times10^5 t$，子弹从枪口射出时的速率为 $300\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. 设子弹离开枪口处合力刚好为零. 求：(1) 子弹走完枪筒全长所用的时间 t；(2) 子弹在枪筒中所受力的冲量 I；(3) 子弹的质量.

分析　子弹在枪筒里前进时间是一短暂时间内急剧变化的力，直接应用牛顿定律求解是不可能的，应由冲量和动量定理求解.

解　(1) 由 $F=400-\frac{4}{3}\times10^5 t$ 和子弹离开枪口处合力刚好为零，则可以得到：$F=400-\frac{4}{3}\times10^5 t=0$，算出 $t=0.003\mathrm{s}$.

(2) 由冲量定义

$$I=\int_0^3 F\mathrm{d}t=\int_0^3\left(400-\frac{4}{3}\times10^5 t\right)\mathrm{d}t=400t-\frac{2}{3}\times10^5 t^2\Big|_0^3=0.6\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$$

(3)由动量定理

$$I=\int_0^3 F\mathrm{d}t=\Delta P=mv=0.6\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$$

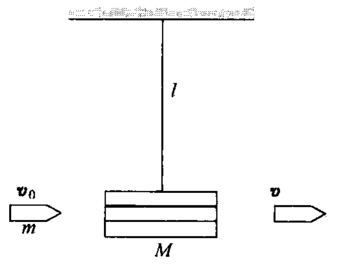
所以

$$m=0.6/300\mathrm{kg}=0.002\mathrm{kg}$$

习题 2.2 如习题 2.2 图所示,质量为 M=1.5kg 的物体,用一根长为 l=1.25m 的细绳悬挂在天花板上.今有一质量为 m=10g 的子弹以 v_0=500 m·s^{-1}的水平速度射穿物体,刚穿出物体时子弹的速度大小 v=30 m·s^{-1},设穿透时间极短.求:

(1) 子弹刚穿出时绳中张力的大小;

(2) 子弹在穿透过程中所受的冲量.



习题 2.2 图

分析 应用动量守恒定律应注意如下问题:

(1) 动量守恒的条件是系统不受外力作用或所受外力的矢量和为零.然而,像碰撞、打击、爆炸等一类问题,往往相互作用的内力比外力大得多,这时外力可以忽略不计,认为动量守恒.

(2) 实际应用时,常采用分量式,即如果在某一方向不受外力作用,动量在该方向的分量守恒.

运用动量守恒定律解题的步骤:

(1) 确定研究对象;

(2) 进行受力分析,看是否满足动量守恒条件;

(3) 选定参考系,规定坐标轴的正方向;

(4) 明确过程前、后所研究的动量,列出动量守恒关系式;

(5) 求解.

解 (1) 取子弹与物体为研究对象,子弹前进方向为 x 轴正向,因穿透时间极短,故可认为物体未离开平衡位置.因此,作用于子弹、物体系统上的外力均在竖直方向,故系统在水平方向动量守恒.令子弹穿出时物体的水平速度为 v',有

$$mv_0=mv+Mv'$$

$$v'=\frac{m(v_0-v)}{M}=3.13\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

$$T=\frac{Mg+Mv^2}{l}=26.5\mathrm{N}$$

(2) $f\Delta t=mv-mv_0=-4.7\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$ (设 $\boldsymbol{v}_0$ 方向为正方向)

负号表示冲量方向与 $\boldsymbol{v}_0$ 方向相反.

习题 2.3 一人从 10m 深的井中提水.起始时桶中装有 10kg 的水,桶的质量为 1kg,由于水桶漏水,每升高 1m 要漏去 0.2kg 的水.求水桶匀速地从井中提到井口,人所做的功.

分析 由于水桶在匀速上提过程中,拉力必须与水桶重力相平衡,水桶的重力因漏水而随高度而变,因此,拉力做功实为变力做功,需按功的定义式求解.

解 选竖直向上为坐标 y 轴的正方向,井中水面处为原点.

由题意知,人匀速提水,所以人所用的拉力 F 等于水桶的重量,即

$$F = P = P_0 - ky = mg - 0.2gy = 107.8 - 1.96y$$

人的拉力所做的功为

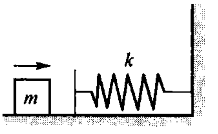
$$W = \int \mathrm{d}W = \int_0^H F\mathrm{d}y = \int_0^{10} (107.8 - 1.96y)\mathrm{d}y = 980\mathrm{J}$$

习题 2.4　如习题 2.4 图所示,质量 m 为 0.1kg 的木块,在一个水平面上和一个劲度系数 k 为 $20\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ 的轻弹簧碰撞,木块将弹簧由原长压缩了 $x = 0.4\mathrm{m}$. 假设木块与水平面间的滑动摩擦系数 μ 为 0.25,问在将要发生碰撞时木块的速率 v 为多少?

分析　在计算功有关的量时,应明确什么力做功. 摩擦力为非保守力,按功能原理求解. 另解利用动能定理求解,利用动能定理的解题步骤:① 选定研究对象;② 受力分析,计算合外力的功;③ 确定始态和末态的动能;④ 根据动能定理列方程,求解.

解　根据功能原理,木块在水平面上运动时,摩擦力所做的功等于系统(木块和弹簧)机械能的增量. 由题意有

$$-f_{\mathrm{r}}x = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv^2$$



习题 2.4 图

而

$$f_{\mathrm{r}} = \mu_{\mathrm{k}}mg$$

由此得木块开始碰撞弹簧时的速率为

$$v = \sqrt{2\mu_{\mathrm{k}}gx + \frac{kx^2}{m}} = 5.83\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

习题 2.5　某弹簧不遵守胡克定律. 设施力 F,相应伸长为 x,力与伸长的关系为 $F=52.8x+38.4x^2$(SI),求:

(1) 将弹簧从伸长 $x_1=0.50\mathrm{m}$ 拉伸到伸长 $x_2=1.00\mathrm{m}$ 时,外力所需做的功.

(2) 将弹簧横放在水平光滑桌面上,一端固定,另一端系一个质量为 2.17kg 的物体,然后将弹簧拉伸到一定伸长 $x_2=1.00\mathrm{m}$,再将物体由静止释放,求当弹簧回到 $x_1=0.50\mathrm{m}$ 时,物体的速率.

解　(1) 外力做的功

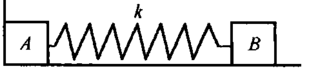
$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_{x_2}^{x_1} F'\cdot\mathrm{d}x = \int_{x_2}^{x_1} -F\mathrm{d}x = W = 31\mathrm{J}$$

(2) 设弹力为 F'

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 5.34\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

习题 2.6　如习题 2.6 图所示,两个质量分别为 m_1 和 m_2 的木块 A,B ,用一劲度系数为 k 的轻弹簧连接,放在光滑的水平面上. A 紧靠墙. 今用力推 B 木块,使弹簧压缩 x_0 然后释放(已知 $m_1 = m$, $m_2 = 3m$). 求:(1)释放后 A、B 两木块速度相等时的瞬时速度的大小;(2)弹簧的最大伸长量.

分析　由题意可知在弹簧由压缩状态回到原长时,是弹簧的弹性势能转换为 B 木块的动能,然后 B 带动 A 一起运动,此时动量守恒,可得到两者相同的速度 v,并且此时就是弹簧伸长最大的位置,由机械能守恒可算出其量值.



习题 2.6 图

解(1)

$$\frac{1}{2}m_2 v_{20}{}^2 = \frac{1}{2}kx_0^2$$

$$m_2 \boldsymbol{v}_{20} = (m_1 + m_2)\boldsymbol{v}$$

所以

$$v = \frac{3}{4}x_0\sqrt{\frac{k}{3m}}$$

(2)

$$\frac{1}{2}m_2 v_{20}{}^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$$

那么计算可得

$$x = \frac{1}{2}x_0$$

四、问题与思考

2.1　火车司机要开动很重的列车时，总是先倒车，使车往后退一下，然后再往前开车，为什么这样做容易使列车开出？

答：因为整列火车的质量很大，要使整列火车一齐由静止到运动(产生加速度)，需要很大的拉力，但如果先向后退一下，能使车厢之间的衔接放松，再往前开车时，让车厢一节拉动一节，会使整列车开动起来省力，也可避免开车时把车的挂钩拉断.

2.2　一个物体可否只具有机械能而无动量？一物体可否只具有动量而无机械能？试举例说明.

答：一个物体只具有势能时，它的动量可以等于零，例如，静止在高处的物体；物体具有动量时，一定有速度，因而一定具有动能.

2.3　忽略相对论效应，下列物理量中，哪些量与参考系的选取有关？

答：同一质点的位置矢量、位移矢量在不同惯性系中是不同的，所以一切与位移矢量有关的物理量如速度、动量、动能、功等都与参考系的选取有关；但忽略相对论效应时，加速度、质量、时间、冲量、力等物理量与参考系的选取无关.

2.4　人造地球卫星绕地球中心做椭圆轨道运动，若不计空气阻力和其他星球的作用，在卫星运行过程中，卫星的动量守恒吗？为什么？

答：人造卫星的动量不守恒，因为它总是受到外力——地球引力的作用.