航空高等院校教材

计算机时代的
材料力学

玉手统　阿部博之　合著
田宗若　胡英敏　译

航空专业教材编审组

计算机时代的
材 料 力 学

玉手统 阿部博之 合著

田宗若 胡英敏 译

航空专业教材编审室

内　容　提　要

本书特点是为了适应计算机的发展，运用矩阵代数这一工具来论述材料力学的基本问题。

全书共有九章，包括了材料力学的基本内容，和其它较深入的问题，如承受弯曲与扭转的薄壁杆、压缩载荷作用下薄壁柱的扭转屈曲、轴对称变形和二维应力等。此外，还介绍了线弹性断裂力学及有限元法的基础，最后一章讨论有关塑性变形的强度计算方法。各章均有例题及习题，书末附有答案。

本书可供高等工业院校师生和有关工程技术人员参考。

主审稿人　陈棣忠　李英贤

责任编辑　朱丹娅

计算机时代的材料力学

玉手统　阿部博之　合著

田宗若　胡英敏　　译

*

航空专业教材编审室

西北工业大学印刷厂印装　内部发行

*

787×1092　1/32　印张 7.25　154千字

1984年1月第一版　1984年1月第一次印刷　印数600册

统一书号：11134 j　　定价 0.76 元

译 者 前 言

本书和国内已出版的各种材料力学教科书的不同点有二：

一、为了适应计算机在材料力学中的应用，本书使用矩阵代数作为数学工具。

二、在内容上把由弹性力学、断裂力学和有限元法阐述的基本理论与材料力学的主要内容有机地结合在一起，并增加了塑性设计一章。

从这样更广泛的角度来阐述材料力学，有利于开阔思路，也有利于材料力学在工程实际中的应用和进一步提高本学科的水平。

因此，我们把它译出，供机械、土木、水利、航空等领域的院校师生和技术人员参考。

本书第一章至第四章由胡英敏译，第五章至第九章及问题解答附录由田宗若译。

全书由南京航空学院陈棣忠和李英贤同志审阅并提出了宝贵意见，在此谨致深切的谢意。

限于译者水平，译文中难免有不妥或错误之处，敬请读者批评指正。

1983 年 12 月

原　　序

材料力学是工程学科的重要基础，特别是机械类专业学生的必修课之一。本书是作者在东北大学工学部为机械工程系、资源工程系以及其它数学类专业的学生授课时，以当时的讲义作为基础，并为适应计算机时代的需要而试写的教科书。

迄今为止，已经出版了许多种材料力学教科书，其主要内容大致都是杆的拉伸和压缩、梁的弯曲以及轴的扭转。虽然工程的机械零件和结构，往往并不是这样的简单形式和受单一的外载，但只要把三种变形形式的基本研究方法灵活的组合并加以应用，便能满足需要，因而，上述这种大胆而不失其合理性的研究方法，仍然是正确有效的。我们学习材料力学的主要目的就是要掌握这些基本的分析方法和培养实际的工作能力。

目前由于计算机的发展和普及，已大大减轻了强度设计的手算劳动量。同时，由于能够用计算机进行计算，就有可能将复杂的形状和外载问题尽可能利用更加符合实际的模型来进行分析。如桁架结构、刚架结构、尤其是用于连续体的有限元法就是典型的例子。本书的特点是把各种不同形状和外载的问题进行同样的处理，并且积极采用了过去以手算为主的解法中通常不使用的处理方法。

本书叙述了材料力学基本的和有关的内容以及它们的计算机解法。特别是用较多的篇幅说明了承受弯曲和扭转的薄壁梁。虽然计算机的应用有了进一步的发展，但是，把机械和结构的部件认为是薄壁梁的组合件来分析强度设计的方法仍然是一种基本的有效的方法。此外，本书还叙述了做为脆性破坏设计基础的应力强度因子及其有关的问题。

本书并没有把适合于计算机解法的数值计算技术本身做为重点。如有必要，可参考作者已经出版的《计算机在机械工程中的应用》一书（森北出版社）。因为以数值计算技术为重点，阐述适合于用计算机来进行应力分析的书籍已经出版了很多，所以本书只限于给出理解这些专著的必要线索。

材料力学教科书的主要内容，即使是适用于计算机时代的要求，也仍然是上述三种变形形式的基本研究方法。因而，本书当然也必须包括材料力学的名著：Timosenko和Yonng的《Elements of Strength of Materials》中的主要内容。如上所述，尽管本书出版的原意是以适应计算机时代的材料力学教科书为目标，可是结果却仍然以这样平凡的面目问世，实难令人满意，为此万望指正。

本书内容可根据不同专业有所选择，非机械系的学生使用本书时，只需要学习除“*”以外的内容就可以得到基本的了解。而对机械系的学生还希望精读带“*”的部分。

最后对协助进行有限元计算的林一夫助手、担任繁杂计算的太田腾、山田直人二位先生，以及在完成原稿时曾被多次打搅的庄子孝夫技官等表示衷心的感谢。并对协助出版的森北出版社的太田三郎先生深表谢意。

著者　1978年9月

目　　录

第一章　力和变形

第二章　轴向拉伸和压缩

第三章　梁的变形和应力

第四章 轴的扭转

第五章 承受弯曲和扭转的薄壁截面杆

第六章 柱的压缩

第七章 轴对称变形和二维应力

第一章　力 和 变 形

1.1　外力和平衡

在机械或结构的零部件中，我们要研究传递力的固体构件。这些构件的组合称为系统，具体来说就是指各种机械或结构物。这些构件要根据系统所起的作用来进行装配和选择材料，并且要求它们具有适当的强度（也包括断裂韧性），刚度和稳定性。

首先，我们来研究图 1.1 所示的圆杆。

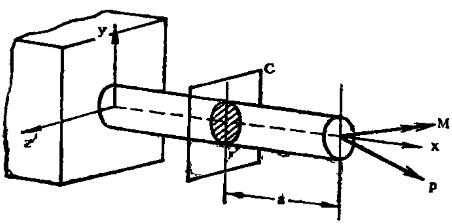

图 1.1

选择右手坐标系统（x, y, z），其中圆杆的轴线与 x 轴一致，杆的右端承受外力 $\boldsymbol{P}$ 和弯曲力矩 $\boldsymbol{M}$ 作用，此时圆杆处于平衡状态。把 $\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{M}$ 用沿坐标轴方向的分量

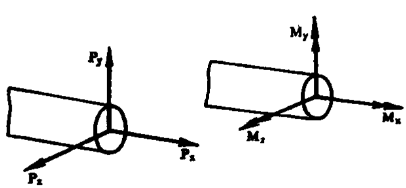

图 1.2

来表示，如图 1.2。

P_x 称为杆的轴力，是拉力或压力。只有 P_x 作用时称为单向应力状态。P_y、P_z 是横向力和切向力。M_x 是扭转力矩。M_y、M_z 是弯曲力矩。在下文中规定以这些力和力矩矢量的指向与坐标轴的正方向一致时为正。

在距圆杆右端为 a 处，假想用截面 c 把杆截开，由于长度为 a 的部分处于平衡状态，所以在这个假想的截面上，必须作用有一定大小的内力 $\boldsymbol{P}_a$、$\boldsymbol{M}_a$（图 1.3）。

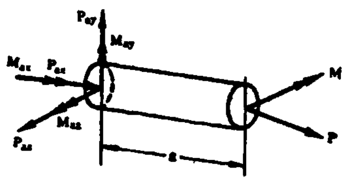

图 1.3

这些内力的大小为

$$\boldsymbol{P}_a = -\boldsymbol{P},\ \boldsymbol{M}_a = -\boldsymbol{M} - \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{P} \tag{1.1}$$

如果用分力表示，对应于 $\boldsymbol{P}^T = [P_xP_yP_z]$①，$M^T = [M_xM_yM_z]$，则可表示为

$$\left.\begin{aligned} &[P_{ax}P_{ay}P_{az}] = -[P_xP_yP_z] \\ &[M_{ax}M_{ay}M_{az}] = -[M_xM_yM_z] - [0\ -P_za P_ya] \end{aligned}\right\} \quad (1.1')$$

其中 $\boldsymbol{r}^T = [a\ 0\ 0]$是大小为 a 沿 x 方向的矢量。“×”表示外积。例如 $P_x = 1000$kg②，$M_x = 8000$kg·cm 作用时，$P_a = -1000$kg，$M_{ax} = -8000$kg·cm。

问题 1.1 研究图1.4所示的直角折杆。考虑距直角60cm

注①. A^T 是 A 的转置矩阵

注②: kg 表示千克重。1kg = 9.80665 牛顿。 重力单位制与国际单位制的关系参看文献[1].

的假想截面的右侧，问此假想截面上作用有多大的内力？

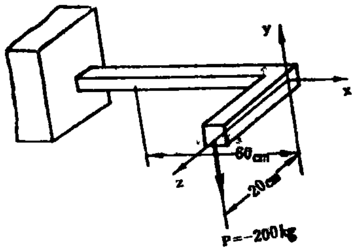

图 1.4

1.2 应　　力

研究具有等截面A的杆的单向应力问题（图 1.5(a)）。其中载荷P_A、P_B是过截面形心并沿轴向作用的力。由力的平衡可知，$P_A+P_B=0$。

假想垂直于轴的截面c，如果此截面距载荷作用点较远，则可认为截面上的力是均匀分布的①，如图1.5(b)所示，所以把单位面积的平均力定义为应力②。

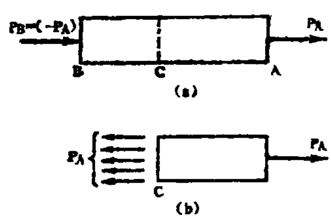

图 1.5

注①：对于矩形截面的例子，在离开载荷作用点为截面高度处，与平均值的误差不大于2.7%，参看文献[2]。像这样地把载荷作用点附近不均匀分布的应力不向远处传递的性质称为 Soint Venant 原理。

注②：应力的单位是 kg/cm²。

$$\sigma_A = \frac{P_A}{A} \tag{1.2}$$

当载荷 P_A 为正时称为拉应力，为负时称为压应力。

对于图 1.2 的剪力，同样可以定义应力。对于 P_y、P_z 有：

$$\tau_y = \frac{P_y}{A}, \qquad \tau_z = \frac{P_z}{A} \tag{1.3}$$

τ_y、τ_z 称为剪应力（shear stress）。此外，因为沿截面的剪应力通常是不均匀的，所以(1.3)式中的 τ_y、τ_z 被认为是平均值。往往也把 σ 称为正应力，τ 称为切向应力。

在载荷作用点附近应力非均匀分布处，(1.2) 式的 σ 和(1.3)式的 τ_y、τ_z 和局部应力不同。局部应力用下式定义：

$$\sigma_x = \frac{\triangle P_x}{\triangle A}, \qquad \tau_y = \frac{\triangle P_y}{\triangle A}$$

其中 $\triangle A$ 为截面的微面积，$\triangle P_x$、$\triangle P_y$ 为作用在此微面积上的力。

问题 1.2 假想截面的正应力为均匀分布时，试证明作用在端点的集中外力通过形心。

1.3 应变、应力—应变曲线

长度为 l 的直杆，承受着沿轴向作用的外力 P_A、P_B。由力的平衡可知：

$$P_A + P_B = 0$$

A 端的位移和 B 端的位移之差 $\delta(=u_A-u_B)$ 是由于

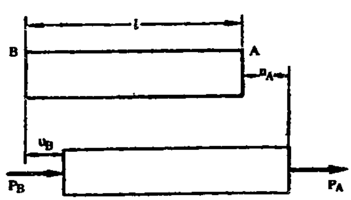

图 1.6

外力作用而产生的轴向变形量。把沿杆轴方向每单位长度的变形量称为线应变。

$$\varepsilon=\frac{\delta}{l} \tag{1.4}$$

根据对应力所做的规定，把 $\delta>0$ 叫做拉应变，把 $\delta<0$ 叫做压应变。

应力 $\sigma\left(=\frac{P_A}{A}\right)$ 和应变 ε 的关系如图 1.7 所示。当应力 σ 较小时，σ 和 ε 之间成正比关系。与直线 OP 的顶点对应的应力 σ_p 称为比例极限①。如果把 σ 进一步增加，则卸载的路径和加载的路径就变得不同，卸载的直线大致与到比例极限的直线 OP 平行。和 $\sigma=0$ 相对应的永久应变 ε_p 称为塑性应变，以便和弹性应变 ε_e 相区别。应变 ε 刚开始急剧增加时相应的应力是屈服点 σ_Y②。应力的最大值 σ_F 称为拉伸强度或强度极限，B 为断裂点。

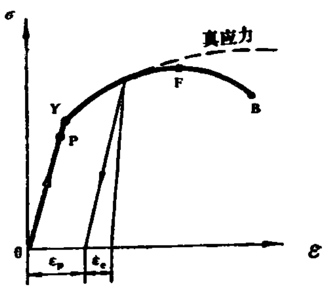

图 1.7

在设计中应力超过 σ_F 是不允许的。一方面，设计时要考虑不产生永久变形，同时必须使应力小于 σ_F。但是由于

注①：σ 回到零 ε 也回到零的最大应力 $\sigma_E(>\sigma_p)$ 叫做弹性极限。橡胶等材料的 σ_E 和 σ_p 差别较明显，而一般机械结构用的材料由于判断上的困难，σ_E 和 σ_p 多不加以区别。

注②：虽然软钢等材料有明显的屈服点。然而像硬钢、铜、铝及其合金等却不能明显的出现屈服点。在这种情况下，可以把相应于永久变形 ε_p 的某一值（一般为 0.2%）的应力来代替屈服点的应力。

对外力估计的不够精确，材料性质的不均匀以及应力和应变数值确定的不够准确等因素，如果设计应力与σ_F或σ_Y相比不是很小，这样就不能保证构件的安全，所以把

$$\sigma_w=\frac{\sigma_F}{n} \quad \text{或} \quad \sigma_w=\frac{\sigma_Y}{n'} \tag{1.5}$$

作为设计的许用应力。此外n、n'(>1)称为安全系数。

图 1.7 中直线OP的斜率是纵向弹性系数E。

在此范围内比例系关

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E} \tag{1.6}$$

成立。E的数值对钢来说是$2.1\times10^6 kg/cm^2$，铜大约是钢的 1/2，铝是钢的 1/3。把(1.6)式的关系叫做虎克定律。

在如图 1.6 的单向拉伸试验中，随着应变ε的增加，截面A将减小。如果直径的减少量为Δd,则横向线应变为$\varepsilon_d=$ $=-\Delta d/d$。在比例极限内，将

$$\nu=\left|\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon}\right| \tag{1.7}$$

叫做泊松比。在压缩实验中，泊松比也取同一数值。对于钢大约是 0.3，铝是 1/3,混凝土和软木接近零,橡胶接近0.5。

超过屈服点σ_Y，应变将增大，同时截面的收缩量也增加。假定载荷为P_A，杆在各阶段的截面积为A_a，引进下式所定义的应力：

$$\sigma_T=\frac{P_A}{A_a} \tag{1.8}$$

把这个应力称为真应力。与此相应的，把原来的面积A所定义的应力$\sigma(=P_A/A)$叫做名义应力。用σ_T代替σ时，就变成图 1.7 的虚线，此曲线没有极大值。

对于应变，也可与(1.4)式不同，定义为

$$\varepsilon_T=\int_l^{l_d}\frac{d\,l_d}{l_d}=\log_e\frac{l_d}{l} \tag{1.9}$$

其中 l_d 是杆在各变形阶段的长度，ε_T 称为对数应变（logarithmic strain），以便和(1.4)式的名义应变相区别。

问题 1.3 钢的比例极限大约是 $2\times10^3\ \mathrm{kg/cm^2}$。在比例极限内，变形很小。试说明 ε 和 ε_T，σ 和 σ_T 差别很小。

问题 1.4 以杆的轴向拉伸为例，试说明泊松比 ν 为 $0\leqslant\nu\leqslant0.5$。此外，把 $\nu=0.5$ 的弹性体叫做不可压缩（incompressible）体。

1.4 二维应力

假想把承受单向应力状态的杆沿斜截面切开，如图1.8(*a*)、(*b*)所示。

把载荷 P 分解为截面上的垂直力 N 和切向力 S。

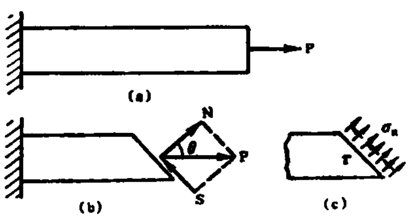

图 1.8

$N=P\cos\theta$，$S=-P\sin\theta$。假定应力为均匀分布时（图1.8(*c*)），斜截面面积为 $A_\theta=A/\cos\theta$，则得到正应力和剪应力为：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_n&=\frac{N}{A_\theta}=\frac{1}{2}\sigma(1+\cos 2\theta)\\ \tau&=\frac{S}{A_\theta}=-\frac{1}{2}\sigma\sin 2\theta\end{aligned}\right\}\tag{1.10}$$

其中 $\sigma=P/A$。

当 $\theta=0$ 时，正应力最大，即$(\sigma_n)_{max}=\sigma$。当 $\theta=\pi/4$，$\frac{3\pi}{4}$时，剪应力最大，即 $(|\tau|_{max})=\frac{1}{2}\sigma$。虽然$(|\tau|)_{max}==\frac{1}{2}(\sigma_n)_{max}$，但在工业上所使用的材料中，在 45° 方向屈服破坏的例子很多，所以在实际设计中对剪应力必须十分注意。

以下对一般的二维应力状态加以说明。研究如图1.9(a)所示的厚度为 t 的薄板中的正方形单元体，假设单元体的面积很小，在单元体内就可以把应力看做是一个常量，此外假

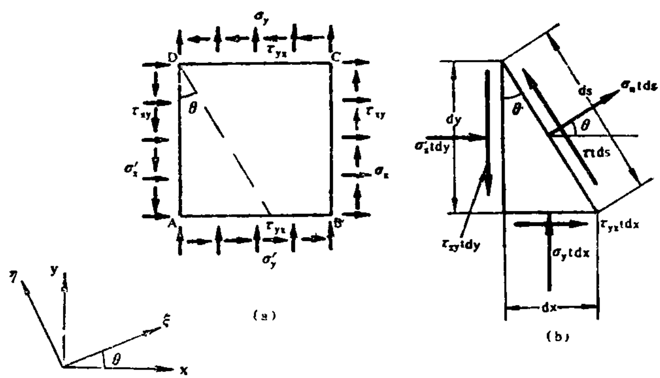

图 1.9

定沿厚度方向没有应力 σ_z 作用。容易证明，由 x 方向力的平