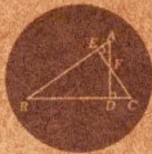
冲刺名校

根据最新课标编写

适合所有教材



专题讲练考

初中数学

ZHUAN TI JIANG LIAN KAO

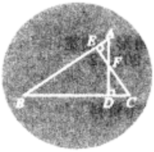
相似形与解直角三角形

XIANG SI XING YU JIE ZHI JIAO SAN JIAO XING

凤凰出版传媒集团
江苏少年儿童出版社

根据最新课标编写

适合所有教材



专题讲练考

初中数学

ZHUAN TI JIANG LIAN KAO

作者署名　陆　宽　王祥胜　刘昌木　徐玉正

丁　强　储志飞　张　�londonvisit　傅孝明

相似形与解直角三角形

ZHI JIAO SAN JIAO XING

凤凰出版传媒集团

江苏少年儿童出版社

图书在版编目（C I P）数据

专题讲练考. 初中数学. 相似形与解直角三角形 / 陆宽、
王祥胜等编著. —南京：江苏少年儿童出版社，2010.2
ISBN 978-7-5346-4794-9

I. 专… II. 陆… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第137200号

书　　名　专题讲练考
——初中数学·相似形与解直角三角形
出版发行　凤凰出版传媒集团（南京市湖南路 1 号 210009）
江苏少年儿童出版社（南京市湖南路 1 号 210009）
苏少网址　http://www.sushao.com
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
印　　刷　江苏凤凰扬州鑫华印刷有限公司
（扬州市蜀岗西路 9 号 225008）
开　　本　787×1092 毫米　1/16
印　　张　11.25
版　　次　2010 年 3 月第 1 版　2010 年 3 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN　978 - 7 - 5346 - 4794 - 9
定　　价　18.00 元

前　言

亲爱的同学，在你独自预习或复习时是否有过为一个概念或一道例题难以理解而苦恼？在你听课时是否有过因老师讲解过快或自己的疏忽而对一些问题没能弄清楚？在你翻阅参考书时是否有过因教材版本不同造成的混乱而使你无所适从？

你需要一个能时刻陪伴你并能与你交流讨论的朋友，帮你解决疑难；你需要一个能对你细心指导且百问不厌的老师，帮你解决困惑；你需要一本能针对所有不同版本教材而以数学学科主干知识为主线的专题辅导资料，帮你排除混乱，构建知识网络。

本丛书就是你要找的好朋友、好老师、好参谋。本丛书依据初中数学课程标准，由中学特、高级教师担纲精心编写而成。

本丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

依据初中数学各年级段整体内容和数学学科特点，根据科学知识内在的特点和相互的联系，进行系统地归纳、分类及整理，选取本学科具有代表性的、相对独立的知识专题独立编写成册(例如将“圆”的相关知识从各学期的课本中抽取出来单独编写一册)，书中题型全面并配有透彻的讲解、精辟的分析、科学的练习、详细而准确的答案。

二、适用区域广泛

由于各种原因，各地的课本几乎每年都有改动。教材的不稳定，不仅使得教辅市场处于非常混乱的状态，也让学生和家长在购买助学读物时无从下手。但无论各版本教材如何更新、变革，课程标准这个教材编写的依据是不会变的，课程标准所要实现的目标和各科教学中所要学习的课

程内容和评价的基本标准也是相对稳定的。

因此，本丛书采用“专题”这一编写模式，以知识内容为主线，以苏科版教材为主，兼顾人教版、沪科版、北师大版等教材，汲取多种版本教材精华，选取专题进行编写，使得本丛书在使用上适用于全国的不同区域，不受任何教材版本的限制。

三、针对性强、渗透性强

“专题”，即专门研究和讨论的问题，这就使得丛书的针对性明显。书中每节设有“课标内容全解”、“考点展示”、“学法点津”、“问题例析”、“迷你数学世界”、“自我测试卷”栏目。

课标内容全解：本栏目按初中数学的国家课程标准要求，将该知识板块进行归纳和总结，既详细又具有一定的归纳性，把“课标内容”讲清、讲透。

考点展示：展示本节在中考中的各个考点，使学生明确本节内容的重点和难点，提高学习的针对性。

学法点津：这个栏目的作用是在“学法”上对学生进行指导，主要是从下列四个方面来“点津”：

① 本节涉及到的主要题型的解题方法；

② 对难点、重点知识的理解方法；

③ 本节知识中易错、易混淆问题的辨析；

④ 本节涉及到的数学研究方法。

“学法点津”栏目是本书区别于其他同类教辅书的重要特色之一。

问题例析：在这个栏目里，丛书中的例题穷尽了本节中的所有基础和综合考点，穷尽了这些考点的所有题型。为满足不同层次的学生使用，该栏目又分为：[基础问题例析]和[基础训练]、[综合问题例析]和[综合训练]、[链接竞赛例析]和[竞赛训练]三个部分。其中，[链接竞赛例析]和[竞赛训练]是为了让尖子生“吃”得更饱些，满足尖子生的竞赛需要，或者是上重点高中的需要。

在[基础问题例析]、[综合问题例析]、[链接竞赛例析]中，通过对各个例题的详细分析来讲解各基础考点、综合类考点及竞赛类考点，通过例题的讲解使学生理解知识、掌握规律。这些**例题涵盖了所有考点的典型例题**，且做到每个考点有 2～3 个例题。

这也是本书区别于其他同类教辅书的重要特色之一。

在例题后面除了有[分析]、[解答]外，同时根据具体情况设[点评]、[举一反三]、[拓展延伸]等内容，以达到触类旁通，提高学习效果的目的。

在所有的"例析"后面，是有很强针对性的训练题，其中，对基础考点列出的训练题难度较小，主要是加强学生对基本内容和概念的理解；对综合类考点列出的训练题难度较大，题目具有综合性，能提高学生的综合能力；而[竞赛训练]中的题目则难度较大，着重培养尖子学生的科学思维。

迷你数学世界：该栏目紧密结合该节内容，以"知识介绍"、"知识拓展"、"科技前沿"、"趣味读物"等内容，开阔学生视野，激发学生的学习兴趣。在每一个"迷你数学世界"后面，还提出两个问题供学生思考、解答，提升该栏目的作用。

这也是本书区别于其他类似教辅书的重要特色之一。

自我测试卷：在每一章的后面都有一套正规的测试卷，让学生可以自我检验对该章内容的掌握情况。卷中试题由浅入深、联系生活，紧扣课程标准及中考命题趋势，是对学生学习成果的总检验。

参考答案：全书所有题目均给出了参考答案，有一定难度的题目还给出了详细的解题步骤，方便读者使用。

总之，这是一套讲、练、考型的工具书，一套在手，所有知识点的详细分析和解法尽在其中！一套在手，所有考点的题目类型尽在其中！

目　录

第1章 相似形

1.1 相似形

一、课标内容全解

相似形

形状相同、大小不一定相同的图形叫做相似图形.

相似多边形

各角对应相等、各边对应成比例的两个多边形叫做相似多边形. 在记两个多边形相似时,要把表示对应角顶点的字母写在对应位置上.

相似多边形对应角、对应边的关系

(1) 相似多边形的对应角相等.

(2) 相似多边形的对应边成比例.

相似多边形的判定

(1) 两个边数相等的多边形同时满足下列条件时,则它们必为相似形:① 对应角相等;② 对应边成比例.

(2) 两个多边形如果只有对应角相等,而对应边不成比例,则两个多边形不相似.

相似三角形

各角对应相等、各边对应成比例的三角形叫做相似三角形.

相似三角形对应边的比叫做相似比.

如 $\angle A=\angle D$,$\angle B=\angle E$,$\angle C=\angle F$,$\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BC}{EF}=\dfrac{CA}{FD}=k$,则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似,记做"$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$",其中 k 叫做它们的相似比.

注意:表示两个三角形相似应把表示对应顶点的字母写在对应的位置上.

特殊的相似图形

两个正方形、两个圆形、两个等边三角形都是相似图形.

二、考点分析

相似形包括相似三角形和相似多边形及生活中图形的相似.相似图形的辨别在中考中一般是以选择题的形式出现,要抓住形状一样、大小可以不相同这一特点,还要注意全等图形是特殊的相似形.近几年中考对相似形的考查以相似三角形为主,在填空题、选择题中出现时,重点考查相似三角形的判定和性质;在解答题中出现时,常常将相似三角形的有关知识作为解决问题的中间环节,试题更加贴近生活,例如格阵中的相似三角形的构造、三角形相似裁剪、利用相似形性质计算图形的周长和面积等.解决有关相似问题,首先要把握图形相似的实质,其次要考虑相似图形位置的不确定性和大小的不确定性.

三、学法点津

1. 判断两个图形是不是相似形一定要抓住:形状要一样,大小、位置可以不同;"形状相同的图形"是指两个图形的形状一模一样,是从"形"的角度观察得到的.这里要特别注意:观察是认识事物最基本的途径之一,但由观察得到的结论往往是肤浅的、粗略的,所以我们要从"量"的角度研究,这就是"相似的判定".

2. 对于多边形相似的判定不仅要看对应角是不是相等,还要看对应边是不是成比例.如图 1-1-1 所示的正方形与长方形,它们的每个角都相等,但它们不是相似图形.

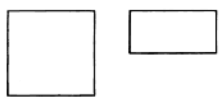


图 1-1-1

3. 两个三角形相似时通常把表示对应顶点的字母写在对应位置上.这样写比较容易找到相似三角形的对应角和对应边.

4. 相似三角形的相似比是有顺序性的,如$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$,它们的相似比是$k$,那么$\triangle DEF\backsim\triangle ABC$,且它们的相似比是$\frac{1}{k}$.

5. 当相似比$k=1$时,相似图形变成全等图形,即全等图形是相似图形的特殊情况.

6. 两个正方形、两个圆形、两个等边三角形都是相似图形.两个等腰梯形不

一定是相似图形.

7. 图形相似提供了证明线段相等的另一种方法:根据相似比来证明线段相等.

如$\frac{AB}{CD}=\frac{A'B'}{CD}$,则 $AB=A'B'$.

四、基础问题例析

例 图 1－1－2 中,是相似图形的有__________.

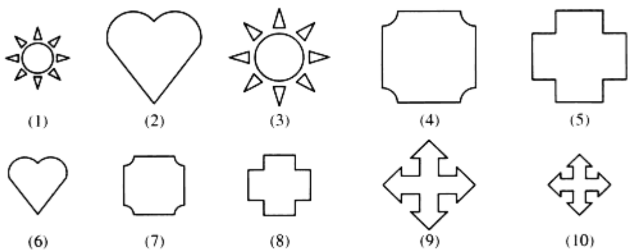


图 i－1－2

分析:观察图形,根据定义识别.

解:相似图形有(1)与(3);(2)与(6);(4)与(7);(5)与(8);(9)与(10).

例 判断下列情况中的两个图形是否是相似图形.

(1) 放映电影时,胶片上的图案与屏幕上的图案.

(2) 国旗上的正五角星与课本上的正五角星.

(3) 老师在黑板上画的圆与小明在练习本上画的圆.

分析:屏幕上的图案是胶片上图案的放大;国旗上与课本上的五角星都是正五角星;老师在黑板上与小明在练习本上画的都是圆. 以上各题中图形的形状相同,所以是相似图形.

解:(1)(2)(3)中的图形分别都是相似图形.

点评:根据相似图形的定义考查两个图形是否相似,主要看图形的形状是否相同,不考虑大小,大小可以放大、缩小,生活中有很多这样的实例. 如用放大镜

看地图，地图上的图案与看到的图案是相似图形；但是照哈哈镜时，镜中人像与照镜人不是相似图形，因为人像的形状发生了变化. 任何两个边数相同的正多边形或圆都相似.

例 如图 1-1-3，$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$，$\angle BAC=80°$，$\angle C=70°$，$AB=5$ cm，$AC=3$ cm，$BC=6$ cm. 求：

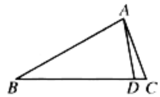


图 1-1-3

(1) $\angle BDA$、$\angle BAD$、$\angle DAC$ 的度数；

(2) BD、AD、DC 的长度.

分析：根据相似三角形的对应角相等，由已知的 $\angle BAC=80°$，$\angle C=70°$ 可知 $\angle BDA$、$\angle BAD$ 的度数，根据相似三角形的对应边成比例，可得 $\frac{AB}{DB}=\frac{BC}{BA}=\frac{AC}{DA}$，因为 AB、AC、BC 已知，故可求得 BD、AD 的长，而 DC 为 BC 与 BD 之差.

解：(1) $\because \triangle ABC \backsim \triangle DBA$，

$\therefore \angle BDA=\angle BAC=80°$，$\angle BAD=\angle BCA=70°$，

$\angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=80°-70°=10°$.

(2) $\because \triangle ABC \backsim \triangle DBA$，

$\therefore \frac{AB}{DB}=\frac{BC}{BA}=\frac{AC}{DA}$，即 $\frac{5}{DB}=\frac{6}{5}=\frac{3}{DA}$，解得 $BD=\frac{25}{6}$ cm，$AD=\frac{5}{2}$ cm.

$\therefore CD=BC-BD=6\text{ cm}-\frac{25}{6}\text{ cm}=\frac{11}{6}$ cm.

点评：充分利用相似三角形的对应角相等、对应边成比例解答.

例 如图 1-1-4，两个正方形的边长分别为 3 和 5，它们相似吗？为什么？

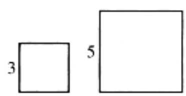


图 1-1-4

分析：两个多边形相似，必须对应角相等、对应边成比例. 正方形的四个角都是直角，符合对应角相等；两个正方形对应边的比均为 3∶5，符合对应边成比例.

解：相似. 因为对应角相等，对应边成比例.

点评：明确相似多边形的定义是解题的关键.

例 如图 1-1-5，有一个半径为 50 m 的圆形草坪，现在沿草坪的四周开

辟了一条宽为 10 m 的环形跑道,那么:

(1) 草坪的外边缘与环形跑道的外边缘所成的两个圆相似吗?

(2) 这两个圆的半径之比和周长之比分别是多少? 它们有什么关系吗?

图 1-1-5

分析:由于圆是特殊的几何图形,它绕其圆心旋转任意角度都能与自身重合,因此,两个圆是相似图形. 利用已知条件,可求两个圆的半径,从而可求两个圆半径之比和周长之比,求出后发现,其周长之比等于半径之比.

解:(1) 两个圆相似.

(2) 这两个圆的半径分别为 50 m、60 m,所以它们的半径之比为 $5:6$,周长之比为 $(2\pi\times50):(2\pi\times60)=5:6$,所以这两个圆的周长之比等于半径之比.

点评:两个圆不论其半径大小如何,总是相似的,且两圆的周长之比等于半径之比.

基础训练

一、选择题

1. 下列图形中不一定是相似图形的是(　　).

A. 两个等边三角形　　B. 两个等腰直角三角形

C. 两个长方形　　D. 两个正方形

2. 已知$\triangle ABC\backsim\triangle A_1B_1C_1$,且$\angle A=50^\circ$,$\angle B=95^\circ$,则$\angle C_1$等于(　　).

A. 50°　　B. 95°

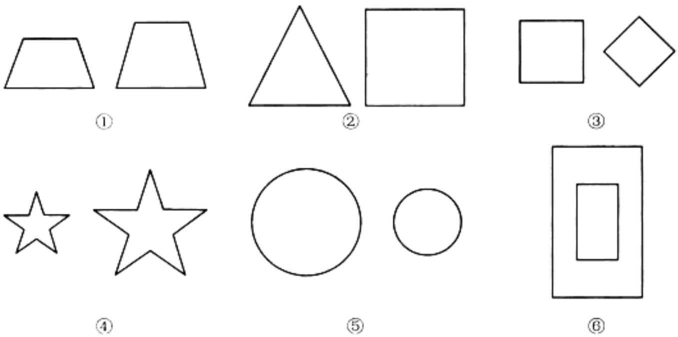
C. 35°　　D. 25°

3. 若$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$,且$\frac{AB}{A'B'}=2$,则$\triangle A'B'C'$与$\triangle ABC$的相似比是(　　).

A. 2　　B. $\frac{1}{2}$

C. -2　　D. $-\frac{1}{2}$

4. 观察下面的各组图形，其中一定相似的图形是(　　).



第 4 题

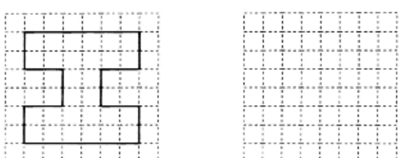
A. ①②⑥　　　B. ③⑤　　　C. ③④⑤　　　D. ①③④⑤

二、画图题

5. 如图，左边格点中有一个四边形，在右边格点中画出一个与该四边形相似的图形.

第 5 题

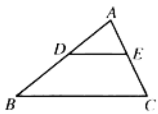
6. 在右边的网格纸中描出左边图形的缩小图形.



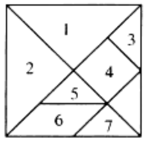
第 6 题

三、解答题

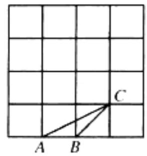
7. 如图，已知$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，$AB=30$ cm，$BD=18$ cm，$BC=20$ cm，$\angle BAC=75°$，$\angle ABC=40°$. 求：(1) $\angle ADE$ 和$\angle AED$ 的度数；(2) DE 的长.



第 7 题



第 8 题

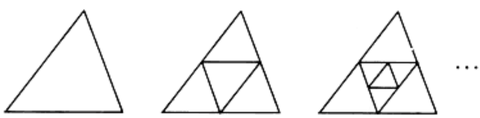


第 9 题

8. 如图，在七巧板中找出一组相似三角形. 拼一拼，看你能否设计出更新颖的相似图形，试一试后和你的同学交流拼法.

9. 如图，在大小为 4×4 的正方形方格中，$\triangle ABC$ 的顶点 A、B、C 在单位正方形的顶点上，请在图中画一个$\triangle A_1B_1C_1$，使$\triangle A_1B_1C_1\backsim\triangle ABC$(不全等)，且点 A_1、B_1、C_1都在单位正方形的顶点上.

10. 观察下列一组图形，图形中的三角形都是相似三角形，根据其变化规律，可得第 10 个图中三角形的个数为__________.



第1个　　第2个　　第3个　　…

第 10 题

五、综合问题例析

例 如图 1-1-6，把矩形 $ABCD$ 对折后，所得的矩形和原来的矩形相似，那么这个矩形的长和宽之比为(　　).

A. 2∶1　　B. 4∶1

C. $\sqrt{2}$∶1　　D. $\frac{3}{2}$∶1

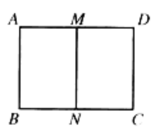


图 1-1-6

分析:矩形 $ABCD$ 对折后的折痕为 MN,由题意知,矩形 $ABNM$∽矩形 $BCDA$. 设 $AB=CD=x$,$BC=y$,则 $BN=\frac{y}{2}$.

$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{BN}{CD}$,即$\frac{x}{y}=\frac{\frac{y}{2}}{x}$.

解得 $y=\sqrt{2}x$,所以$\frac{y}{x}=\sqrt{2}$. 故选 C.

点评:相似多边形的定义既可以作为性质运用,也可以作为判定方法来运用. 本题根据矩形相似得到对应边成比例.

一块长 3 m、宽 1.5 m 的矩形黑板如图 1-1-7 所示,镶在其四周的木质边框宽 7.5 cm,边框的内、外边缘所形成的矩形相似吗? 为什么?

图 1-1-7

解:不相似. 内边缘的矩形长 300 cm,宽 150 cm,外边缘的矩形长 315 cm,宽 165 cm,$\frac{300}{315}\neq\frac{150}{165}$,所以内、外边缘所形成的矩形不相似.

点评:本题容易误认为长、宽增加(减少)相同尺寸后图形形状仍然相同,而认为图形相似. 生活中的许多图形,可以通过观察法加以判别,但要切忌"想当然".

如图 1-1-8,你能否将图形分成 4 小块,使它们的形状、大小完全相同,并且与原来的图形相似?

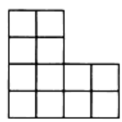


图 1-1-8

分析:通过观察可知,"L"形图形的长边是短边的 2 倍. "L"形图形由 12 块大小完全相同的小正方形组成,所以被分成的每一部分应由 3 个小正方形组成,且应成"L"形.

解:如图 1-1-9.

图 1-1-9

点评:本题还可以这样想:由题意可知,要求分成的每一小块与原来图形的相似比为 1∶2,由测量可知,该图形中短边与长边的比为 1∶2,从而得出分割方案.

综合训练

1. 下列各组图形中相似的是(　　).

A. 两个大小不等的矩形　　B. 两个大小不等的正五边形

C. 一个正方形和一个平行四边形　　D. 两个大小不等的菱形

2. 把$\triangle ABC$各边分别扩大为原来的5倍,得到$\triangle A_1B_1C_1$,下列结论中不可能成立的是(　　).

A. $\triangle ABC \backsim \triangle A_1B_1C_1$

B. $\triangle ABC$与$\triangle A_1B_1C_1$的相似比为$\frac{1}{6}$

C. $\triangle ABC$与$\triangle A_1B_1C_1$的各对应角相等

D. $\triangle ABC$与$\triangle A_1B_1C_1$的相似比为$\frac{1}{5}$

3. 已知$\triangle ABC$和$\triangle A_1B_1C_1$相似,$\triangle A_1B_1C_1$和$\triangle A_2B_2C_2$相似,如果$\triangle ABC$和$\triangle A_1B_1C_1$的相似比是$1:2$,$\triangle A_1B_1C_1$和$\triangle A_2B_2C_2$相似比是$2:3$,那么$\triangle A_2B_2C_2$和$\triangle ABC$的相似比是(　　).

A. $1:3$　　B. $3:1$

C. $1:6$　　D. $3:2$

4. 把一个矩形对折成两个相同的小矩形,如果两个小矩形与原矩形相似,则原矩形的长和宽之比是(　　).

A. $\sqrt{2}+1$　　B. $\sqrt{2}-1$

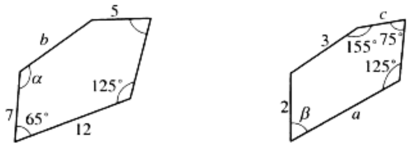
C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

5. 相似形的特征是________.若两个多边形____________,则这两个多边形相似.

6. 两个相似三角形的一组对应边的长分别是3 cm和2 cm,则它们的相似比$k=$________.

7. 有三个矩形,甲的长与宽是4和3,乙的长与宽是6和4,丙的长与宽是6和4.5,则这三个矩形中相似的是________.

8. 如图所示,给出的两个五边形相似,求未知边a、b、c的长度以及未知角α、β的大小.



第 8 题

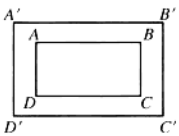
9. 小明准备在一张宽 16 cm、长 20 cm 的矩形图片的四周镶上一条 2 cm 宽的金色纸边(如图)，问：金色纸边的内、外边缘所成的矩形相似吗？为什么？

10. 如图所示，平行四边形 $ABCD$ 中，E 为 AB 的中点，DE 交 AC 于 F，$\triangle AEF \backsim \triangle CDF$.

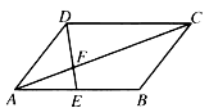
(1) 求$\triangle AEF$ 与$\triangle CDF$ 的相似比；

(2) 若 $AF=4$，求 AC 的长.

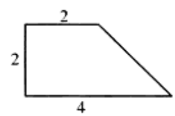
11. 将如图所示的直角梯形分割成 4 小块，使它们的形状、大小完全相同，并且与原来图形相似(在图中画出大致图形即可).



第 9 题



第 10 题



第 11 题

六、链接竞赛例析

例 如图 1－1－10 所示的相似四边形中，求未知边 x、y 的长度和 α 的大小.

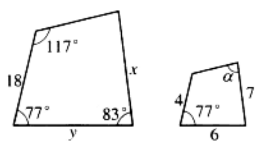


图 1－1－10

分析：抓住相似四边形的定义：对应角相等且对应边成比例.

解：$\angle\alpha = 360^\circ - 117^\circ - 77^\circ - 83^\circ = 83^\circ$.

$\frac{x}{7} = \frac{y}{6} = \frac{18}{4}$，解得 $x = \frac{63}{2}$，$y = 27$.

点评：利用相似四边形的定义建立两个四边形边的边和角之间的关系，通过解方程求解.