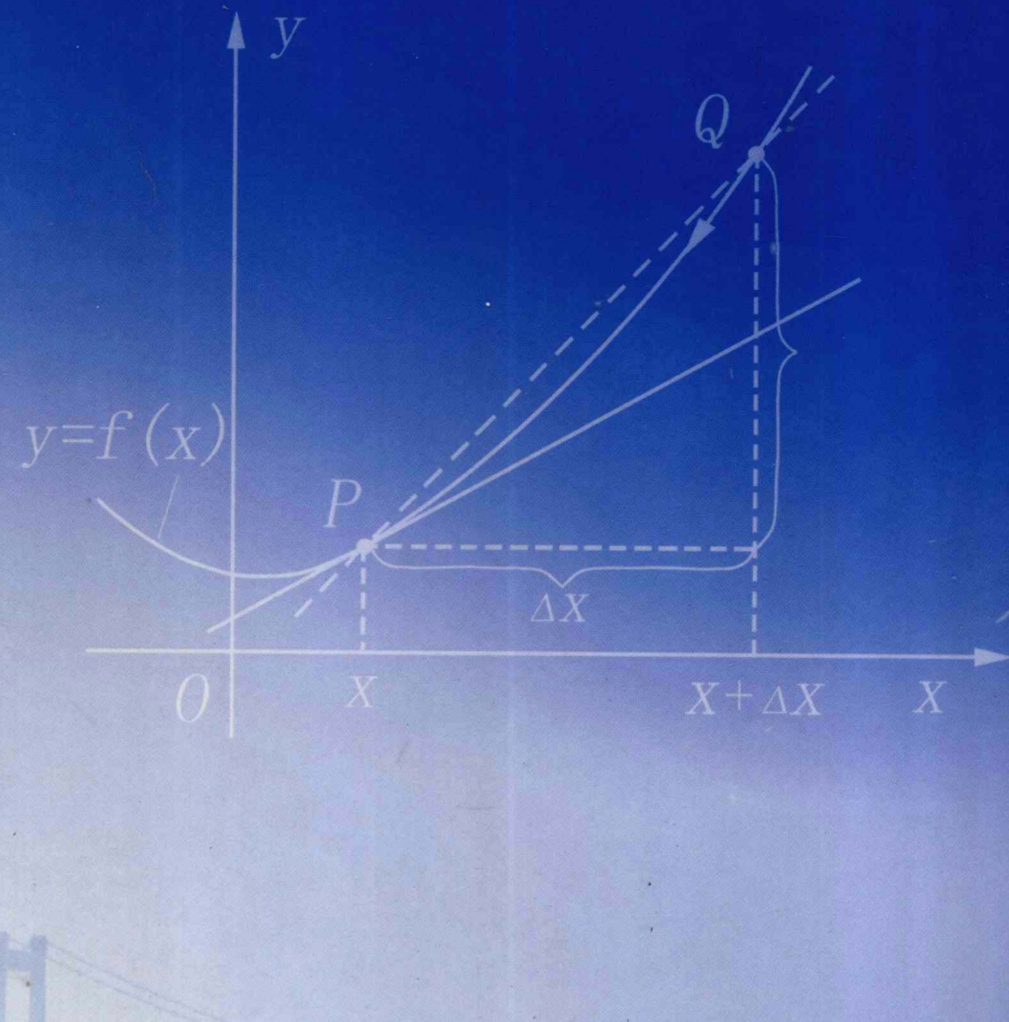
经全国中小学教材审定委员会2005年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

选修1-1

数学



凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

凤凰国标教材

普通高中课程标准实验教科书

数学 选修

主　编：单　墫
副主编：李善良　陈永高　王巧林

凤凰国标教材
凤凰出版传媒集团
江蘇教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

主　　编　单　墫

副 主 编　李善良　陈永高　王巧林

本册主编　葛　军

编写人员　张松年　石志群　樊亚东　葛　军　李善良

参与设计　丁德成　蒋　声　钱定边　苏维宜　陈光立　张乃达

责任编辑　蔡　立

普通高中课程标准实验教科书
书　　名　数学(选修 1-1)
责任编辑　蔡　立
出版发行　凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社(南京市马家街 31 号　邮编 210009)
网　　址　http://www.1088.com.cn
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
重　　印　广州出版社
经　　销　广东新华发行集团股份有限公司
照　　排　南京展望文化发展有限公司
印　　刷　广州新华印务有限公司
厂　　址　广州市惠福西路走木街 30 号
电　　话　020-83333410
开　　本　890×1240 毫米　1/16
印　　张　6
版　　次　2005 年 6 月第 1 版
2006 年 6 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 7-5343-6628-3/G·6323
定　　价　6.09 元
邮购电话　025-85400774,8008289797
盗版举报　025-83204538

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与广州出版社教育拓展部
(020-37636819)联系调换。
批准文号:粤价[2006]138 号　举报电话:12358

数学是科学的大门和钥匙.

——伽利略

一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到完善的地步.

——马克思

致同学

亲爱的同学，你感到高中阶段的学习生活有趣吗？

我们知道，数学与生活紧密相连. 数学可以帮助我们认识世界，改造世界，创造新的生活. 数学是高中阶段的重要学科，不仅是学习物理、化学等学科的基础，而且对我们的终身发展有较大的影响.

面对实际问题，我们要认真观察、实验、归纳，大胆提出猜想. 为了证实或推翻提出的猜想，我们要通过分析，概括、抽象出数学概念，通过探究、推理，建立数学理论. 我们要积极地运用这些理论去解决问题. 在探究与应用过程中，我们的思维水平会不断提高，我们的创造能力会得到发展. 在数学学习过程中，我们将快乐地成长.

考虑广大同学的不同需要，本书提供了较大的选择空间.

书中的引言、正文、练习、习题中的“感受・理解”部分、阅读、回顾等内容构成一个完整的体系. 它体现了教材的基本要求，是所有学生应当掌握的内容. 相信你一定能学好这部分内容.

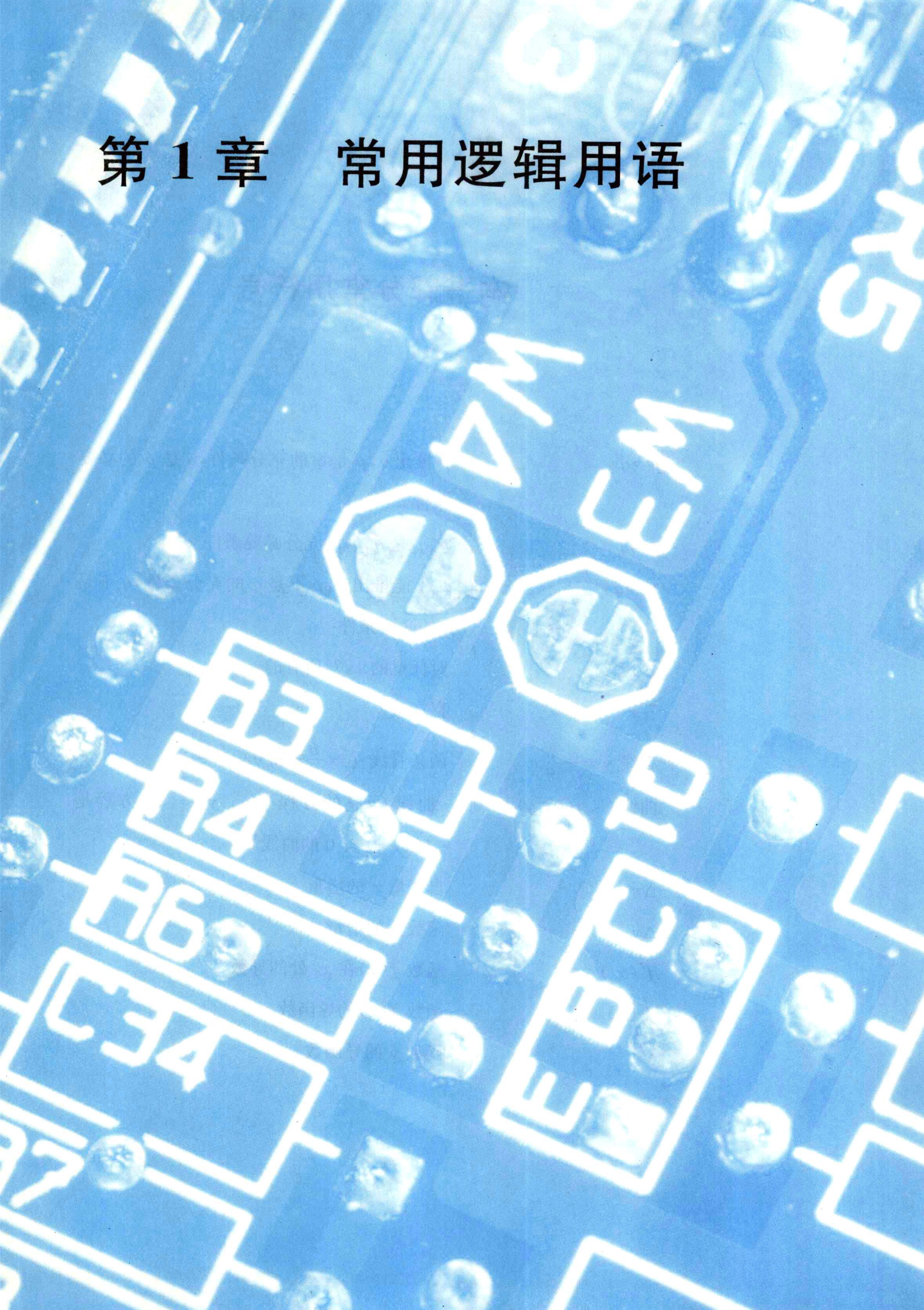
本书还设计了一些具有挑战性的内容，包括思考、探究、链接，以及习题中的“思考・运用”、“探究・拓展”等，以激发你探索数学的兴趣. 在掌握基本内容之后，选择其中一些内容作思考与探究，你会更加喜欢数学.

目　　录

本书部分常用符号

$p \Rightarrow q$	p 推出 q，p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件
$p \Leftrightarrow q$	$p(q)$是 $q(p)$的充分必要条件
$p \nRightarrow q$	p 不能推出 q，p 不是 q 的充分条件，q 不是 p 的必要条件
$\forall x$	对任意的 x，对所有的 x
$\exists x$	存在 x
直线 $y=\pm\frac{b}{a}x$	两条直线 $y=\frac{b}{a}x$ 和 $y=-\frac{b}{a}x$
曲线 C：$f(x, y)=0$	曲线 C，它的方程 $f(x, y)=0$，方程是 $f(x, y)=0$ 的曲线 C
Δx	自变量 x 的增量
Δy	函数 y 的增量
$f'(x_0)$	函数 $f(x)$在 x_0 处的导数
$f'(x)$	函数 $f(x)$的导函数
y'	函数 y 的导函数

第 1 章　常用逻辑用语



常用逻辑用语

- 命题及其关系
  - 四种命题
  - 充分条件和必要条件
- 简单的逻辑联结词
- 全称量词与存在量词
  - 量词
  - 含有一个量词的命题的否定

要想获得真理和知识，惟有两件武器，那就是清晰的直觉和严格的演绎.

——笛卡儿

在日常生活和数学学习中，会遇到如下的表述：

明天将举行全校运动会，除非天下雨；

只有当小张的各门课程的平均成绩在90分以上，并且操行等第优秀时，他才可能获得本学期的特等奖学金；

如果两个三角形的两边及其夹角对应相等，那么这两个三角形全等；

对于所有的实数a，都有$|a|\geqslant 0$.

上述表述中都使用了逻辑用语.

在本章中，我们将研究：

- 如何用逻辑用语准确地表达数学内容？

1.1 命题及其关系

我们知道，能够判断真假的语句叫做**命题**(proposition). 例如，

如果两个三角形全等，那么它们的面积相等； ①

如果两个三角形的面积相等，那么它们全等； ②

如果两个三角形不全等，那么它们的面积不相等； ③

如果两个三角形的面积不相等，那么它们不全等. ④

● 命题②，③，④与命题①有何关系？

1.1.1 四种命题

上面的四个命题都是“如果……，那么……”形式的命题，可记为“若 p 则 q”，其中 p 是命题的条件，q 是命题的结论.

在上面的例子中，命题②的条件和结论分别是命题①的结论和条件，我们称这两个命题为**互逆命题**.

命题③的条件和结论分别是命题①的条件的否定和结论的否定，这样的两个命题称为**互否命题**.

命题④的条件和结论分别是命题①的结论的否定和条件的否定，这样的两个命题称为**互为逆否命题**.

非 p、非 q 分别表示 p 和 q 的否定.

一般地，设“若 p 则 q”为**原命题**(primitive proposition)，那么，

“若 q 则 p”就叫做原命题的**逆命题**(inverse proposition)；

“若非 p 则非 q” 就叫做原命题的**否命题**(negative proposition)；

“若非 q 则非 p” 就叫做原命题的**逆否命题**(converse-negative proposition).

四种命题之间的关系可用图 1－1 来表示：

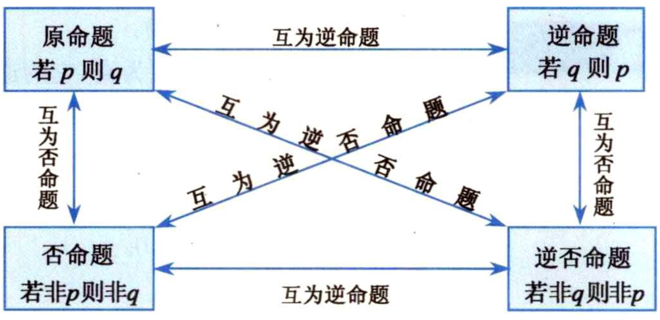


图 1－1

例 1 写出命题"若 $a=0$,则 $ab=0$"的逆命题、否命题与逆否命题.

解 原命题:若 $a=0$,则 $ab=0$;

逆命题:若 $ab=0$,则 $a=0$;

否命题:若 $a\neq 0$,则 $ab\neq 0$;

逆否命题:若 $ab\neq 0$,则 $a\neq 0$.

例 2 把下列命题改写成"若 p 则 q"的形式,并写出它们的逆命题、否命题与逆否命题,同时指出它们的真假:

(1) 两个全等三角形的三边对应相等;

(2) 四条边相等的四边形是正方形.

分析 关键是找出原命题的条件 p 和结论 q.

解 (1) 原命题可以写成:若两个三角形全等,则这两个三角形的三边对应相等. (真)

逆命题:若两个三角形的三边对应相等,则这两个三角形全等; (真)

否命题:若两个三角形不全等,则这两个三角形不是三边对应相等; (真)

逆否命题:若两个三角形不是三边对应相等,则这两个三角形不全等. (真)

(2) 原命题可以写成:若一个四边形的四条边相等,则它是正方形; (假)

逆命题:若一个四边形是正方形,则它的四条边相等; (真)

否命题:若一个四边形的四条边不全相等,则它不是正方形; (真)

逆否命题:若一个四边形不是正方形,则它的四条边不全相等. (假)

一般地,互为逆否命题的两个命题,要么都是真命题,要么都是假命题.

练 习

1. 判断下列说法是否正确:

(1) 一个命题的否命题为真,它的逆命题也一定为真;

(2) 一个命题的逆否命题为真,它的逆命题不一定为真.

2. 写出下列命题的逆命题、否命题与逆否命题,并分别判断它们的真假:

(1) 若 $|a|=|b|$,则 $a=b$;

(2) 若 $x<0$,则 $x^2>0$.

1.1.2 充分条件和必要条件

“$p \Rightarrow q$”读作“p 推出 q”,“$p \nRightarrow q$”读作“p 不能推出 q”.

一般地,命题“若 p 则 q”为真,记作“$p \Rightarrow q$”;“若 p 则 q”为假,记作“$p \nRightarrow q$”.

我们知道,

$x=y \Rightarrow x^2=y^2$,但 $x^2=y^2 \nRightarrow x=y$;$x^2>1 \nRightarrow x>1$,但 $x>1 \Rightarrow x^2>1$.

两个三角形相似⇒两个三角形对应角相等;反过来,两个三角形对应角相等⇒两个三角形相似.

● 上述命题中,条件与结论之间有什么关系?

一般地,如果 $p \Rightarrow q$,那么称 p 是 q 的**充分条件**(sufficient condition),同时称 q 是 p 的**必要条件**(necessary condition);如果 $p \Rightarrow q$,且 $q \Rightarrow p$,称 p 是 q 的**充分必要条件**(sufficient and necessary condition),简称为 p 是 q 的**充要条件**,记作 $p \Leftrightarrow q$;如果 $p \Rightarrow q$,且 $q \nRightarrow p$,那么称 p 是 q 的**充分不必要条件**;如果 $p \nRightarrow q$,且 $q \Rightarrow p$,那么称 p 是 q 的**必要不充分条件**;如果 $p \nRightarrow q$,且 $q \nRightarrow p$,那么称 p 是 q 的**既不充分又不必要条件**.

如果 p 是 q 的充要条件,那么 q 也是 p 的充要条件.

例 1 指出下列命题中,p 是 q 的什么条件.(在“充分不必要条件”、“必要不充分条件”、“充要条件”、“既不充分又不必要条件”中选出一种)

(1) p: $x-1=0$, q: $(x-1)(x+2)=0$;

(2) p: 两直线平行, q: 内错角相等;

(3) p: $a>b$, q: $a^2>b^2$;

(4) p: 四边形的四条边相等, q: 四边形是正方形.

解 (1) 因为

$$x-1=0 \Rightarrow (x-1)(x+2)=0,$$

$$(x-1)(x+2)=0 \nRightarrow x-1=0,$$

所以 p 是 q 的充分不必要条件.

(2) 因为

$$两直线平行 \Leftrightarrow 内错角相等,$$

所以 p 是 q 的充要条件.

(3) 因为

$$a>b \nRightarrow a^2>b^2,$$

$$a^2 > b^2 \nRightarrow a > b,$$

所以 p 是 q 的既不充分又不必要条件.

(4) 因为

$$四边形的四条边相等 \nRightarrow 四边形是正方形,$$
$$四边形是正方形 \Rightarrow 四边形的四条边相等,$$

所以 p 是 q 的必要不充分条件.

练　习

1. 已知 p: $x > 2$, q: $x \geqslant 2$, 那么 p 是 q 的(　　).
   A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件
   C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件
2. 从"$\Rightarrow$"、"$\nRightarrow$"、"$\Leftrightarrow$"中选择适当的符号填空:
   (1) $x^2 > 1$ ________ $x > 1$;
   (2) a, b 都是偶数 ________ $a + b$ 是偶数;
   (3) $x^2 = x + 2$ ________ $|x| = \sqrt{x+2}$.
3. 从"充分不必要条件"、"必要不充分条件"、"充要条件"和"既不充分又不必要条件"中,选出适当的一种填空:
   (1) "$a = b$" 是"$2^a = 2^b$" 的________________;
   (2) "$\lg a = \lg b$" 是"$a = b$" 的________________;
   (3) "两条直线不相交"是"这两条直线是异面直线"的________________.

习题 1.1

感受・理解

1. 将下列命题改写成"若 p 则 q"的形式:
   (1) 垂直于同一个平面的两条直线平行;
   (2) 斜率相等的两条直线平行;
   (3) 钝角的余弦值是负数.
2. 写出下列命题的逆命题、否命题与逆否命题,并分别判断它们的真假:
   (1) 若 $x^2 = 1$,则 $x = 1$;
   (2) 矩形的对角线相等.
3. 举例说明:
   (1) p 是 q 的充分不必要条件;
   (2) p 是 q 的必要不充分条件;
   (3) p 是 q 的充要条件;
   (4) p 是 q 的既不充分又不必要条件.

思考・运用

4. 从"充分不必要条件"、"必要不充分条件"、"充要条件"和"既不充分又不必要条件"中,选出适当的一种填空:
   (1) "$a=0$" 是"函数 $f(x) = x^2 + ax$ $(x \in \mathbf{R})$ 为偶函数"的________________;
   (2) "$\sin\alpha > \sin\beta$" 是"$\alpha > \beta$" 的________________;
   (3) "$M > N$" 是"$\log_2 M > \log_2 N$" 的________________;
   (4) "$x \in M \cap N$" 是"$x \in M \cup N$" 的________________.

1.2 简单的逻辑联结词

考察下列命题：

6 是 2 的倍数或 6 是 3 的倍数； ①

6 是 2 的倍数且 6 是 3 的倍数； ②

$\sqrt{2}$不是有理数. ③

● 这些命题的构成各有什么特点？

命题①是用“或”将“6 是 2 的倍数”与“6 是 3 的倍数”联结而成的新命题；

命题②是用“且”将“6 是 2 的倍数”与“6 是 3 的倍数”联结而成的新命题；

命题③是对命题“$\sqrt{2}$是有理数”进行否定而成的新命题，在逻辑上是用“非”来表示.

这里的“或”、“且”、“非”称为**逻辑联结词**(logical connectives).

我们通常用小写拉丁字母 p, q, r, …表示命题，上面命题①，②，③的构成形式分别是：

p 或 q；

p 且 q；

非 p.

非 p 也叫做命题 p 的否定. 非 p 记作“$\neg p$”，“$\neg$”读作“非”(或“并非”)，表示“否定”.

思 考

命题的否定与否命题是一回事吗？

例 1 分别指出下列命题的形式：

(1) $8 \geqslant 7$；

(2) 2 是偶数且 2 是质数；

(3) π 不是整数.

解 (1) 这个命题是“p 或 q”的形式，其中，

$$p: 8 > 7,$$

$$q: 8 = 7.$$

(2) 这个命题是“p 且 q”的形式，其中，

$$p: 2 \text{ 是偶数},$$

q：2 是质数.

(3) 这个命题是"非 p"的形式，其中，

p：π 是整数.

分析例 1 可以知道，例 1(1)中，p 是真命题，q 是假命题，"p 或 q"是真命题；例 1(2)中，p 是真命题，q 是真命题，"p 且 q"是真命题；例 1(3)中，p 是假命题，"非 p"是真命题.

例 2 判断下列命题的真假：

(1) $4\geqslant 3$；　　(2) $4\geqslant 4$；　　(3) $4\geqslant 5$.

解 (1) "$4\geqslant 3$" 的含义是"$4>3$ 或 $4=3$"，其中"$4>3$" 是真命题，所以"$4\geqslant 3$" 是真命题.

(2) "$4\geqslant 4$" 的含义是"$4>4$ 或 $4=4$"，其中"$4=4$" 是真命题，所以"$4\geqslant 4$" 是真命题.

(3) "$4\geqslant 5$" 的含义是"$4>5$ 或 $4=5$"，其中"$4>5$" 与"$4=5$" 都是假命题，所以"$4\geqslant 5$" 是假命题.

练　习

1. 分别写出由下列各组命题构成的"p 或 q"、"p 且 q"以及"非 p"形式的命题：

(1) p：3 是正数，
　q：3 是奇数；

(2) p：正方形是矩形，
　q：正方形是菱形.

2. 判断下列命题的真假：

(1) $1\leqslant 2$；　　(2) $2\leqslant 2$；

(3) $2\leqslant 1$；　　(4) 实数的平方不小于 0.

3. 分别指出由下列各组命题构成的"p 或 q"、"p 且 q"、"非 p"形式的命题的真假：

(1) p：$2\in\mathbf{N}^*$，
　q：$1\in\mathbf{Q}$；

(2) p：3 是 9 的约数，
　q：4 是 12 的约数.

习题 1.2

感受·理解

1. 指出下列命题各是由哪些命题和逻辑联结词构成的：

(1) $\triangle ABC$ 是等腰三角形或$\triangle ABC$ 是直角三角形；

(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$不是分数.

2. 判断下列命题的真假：

(1) $2<3$ 或 $3<2$；　　(2) $5>2$ 或 $3<4$；

(3) $1\leqslant 2$ 且 $3\leqslant 2$；　　(4) $\pi\geqslant e$.

思考·运用

3. 分别写出由下列各组命题构成的“p 或 q”、“p 且 q”和“非 p”形式的命题：

(1) p：2 是实数，q：2 不是奇数；

(2) 对于集合 $A=\mathbf{N}^{*}$，$B=\mathbf{N}$，

p：$A\subseteq B$，q：$A\neq B$；

(3) p：方程 $x^{2}+2x+3=0$ 无实数根，q：方程 $x^{2}+2x-3=0$ 有实数根；

(4) p：9 是 3 的倍数，q：10 是 4 的倍数.

1.3 全称量词与存在量词

在日常生活和学习中，我们经常遇到这样的命题：

(1) 所有中国公民的合法权利都受到中华人民共和国宪法的保护；

(2) 对任意实数 x，都有 $x^2 \geqslant 0$；

(3) 存在有理数 x，使 $x^2 - 2 = 0$.

● 上述命题有何不同？

1.3.1 量词

命题(1)表示只要是"中国公民"，其合法权利就受到中华人民共和国宪法的保护，即不存在合法权利不受中华人民共和国宪法保护的中国公民.

命题(2)表示对每一个实数 x，必定有"$x^2 \geqslant 0$"，即没有使"$x^2 \geqslant 0$"不成立的实数 x 存在.

命题(3)表示至少可以找到一个有理数 x，使"$x^2 - 2 = 0$"成立.

"所有"、"任意"、"每一个"等表示全体的量词在逻辑中称为**全称量词**(universal quantifier)，通常用符号"$\forall x$"表示"对任意 x".

上面的命题(2)可以表示为"$\forall x \in \mathbf{R}$, $x^2 \geqslant 0$"，即"所有实数的平方都不小于 0".

"有一个"、"有些"、"存在一个"等表示部分的量词在逻辑中称为**存在量词**(existential quantifier)，通常用符号"$\exists x$"表示"存在 x".

上面的命题(3)可表示为"$\exists x \in \mathbf{Q}$, $x^2 - 2 = 0$".

在命题(1)～(3)中，哪些是存在性命题，哪些是全称命题？

含有全称量词的命题称为**全称命题**(universal proposition)，含有存在量词的命题称为**存在性命题**(existential proposition). 它们的一般形式可表示为

全称命题：$\forall x \in M$, $p(x)$.

存在性命题：$\exists x \in M$, $p(x)$.

其中，M 为给定的集合，$p(x)$是一个关于 x 的命题.