全国高级技工学校技师学院

专业数学课 机械建筑类

教学参考书

中国劳动社会保障出版社

全国高级技工学校技师学院

专业数学课

（机械建筑类）教学参考书

中国劳动社会保障出版社

图书在版编目(CIP)数据

专业数学课（机械建筑类）教学参考书/曹晓蔚主编．—北京：中国劳动社会保障出版社，2010

ISBN 978-7-5045-8707-7

Ⅰ.①专… Ⅱ.①曹… Ⅲ.①工程数学-高等学校:技工学校-教学参考资料 Ⅳ.①TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 180995 号

中国劳动社会保障出版社出版发行

（北京市惠新东街 1 号　邮政编码：100029）

出 版 人：张梦欣

*

北京外文印刷厂印刷装订　新华书店经销

787 毫米×1092 毫米　16 开本　4.75 印张　111 千字

2010 年 10 月第 1 版　2010 年 10 月第 1 次印刷

定价：12.00 元

读者服务部电话：010-64929211/64921644/84643933

发行部电话：010-64961894

出版社网址：http://www.class.com.cn

目 录

第一章

代数与平面几何的应用

I 概　　述

一、教学要求

知识点		教学要求		
		了解	理解	掌握
§1—1 代数计算的应用	指数、对数的应用			√
	一元二次方程			√
	二元方程组			√
	求和计算		√	
	科学计数法		√	
§1—2 平面几何的应用	直角三角形			√
	圆			√
	相似三角形			√

二、教材分析与说明

本章涉及的数学内容有两部分：其一是代数计算的部分知识，其二是平面几何的相关内容。此部分内容大多是在中职阶段甚至初中阶段就已经学习过的数学基础知识。这样的安排是针对高职学生的数学基础的实际现状，并结合专业课程的设置情况，做好与中职数学的衔接。这样既降低了起点，又起到温故知新的作用，从而达到“学以致用”的目的。总的来说，本章的主要任务是满足专业基础课、专业课的需要，帮助学生提高计算及应用能力。根据实际需要，教师可选取生产实例补充教学。

本章教材共分两节：

§1—1 代数计算的应用。主要回顾了中职数学在代数方面的基本知识。它包括指数、对数、方程（组）、求和计算、科学计数法等。这些知识是学习以后各章内容的重要基础，并且是在专业学科涉及的数学计算中应用最广泛的。通过本节的学习，希望能够大大提高学生的计算及应用能力，以及计算器使用能力。

§1—2 平面几何的应用。学习解决生产实践中的尺寸计算、技术测量等问题的方法。主要数学知识点有直角三角形三边关系、相似三角形、圆等。本节将初中平面几何的一些基础公式、常用定理应用到实际中，因此应该是易学的。

本章重点：指数和对数的应用、解方程组、直角三角形及圆的知识的应用。

本章难点：解方程组、求和计算。

三、课时分配建议

章节内容	教学课时与分配		
	课时	讲授	小结与复习
§1—1 代数计算的应用	4	4	
§1—2 平面几何的应用	4	4	
复习与小结	2		2
合计	10	8	2

Ⅱ 内容分析与教学建议

§1—1 代数计算的应用

本节先回顾了中职阶段学过的一些数学基本知识，再将其应用于实际。学生对此部分内容相对熟悉，接受起来应该没有太大难度，教师授课也会相对轻松。本节教学以让学生多动手练习为主。

1. 以教师提问学生回答的形式，让学生重温指数与对数的概念、性质、法则、运算公式，使其能进行简单题目的手工计算，并能熟练使用计算器（计算器型号不同，计算方法也不尽相同，使用时注意阅读说明书）进行指数、对数运算，以应对求幂值、指数值的实际问题。

2. 授课时，提醒学生盯准各字母所表示的量在指数式与对数式中的位置，理解指数式 $a^b=N$（$a>0$ 且 $a\neq1$）与对数式 $\log_a N=b$（$a>0$ 且 $a\neq1$）相互转换的方法，这样才能利用二者互换灵活解题。

补充例题 1：某商场的年销售额为 400 万元，若计划从今年起平均每年增加 5%，问经过几年销售额可达到 1 000 万元？

解：设经过 x 年销售额可达到 1 000 万元，即

$$400\times(1+5\%)^x=1\ 000$$

上式可化为 $1.05^x=2.5$

利用对数式与指数式的转化得 $x=\log_{1.05}2.5$

再利用换底公式及计算器得 $x=\dfrac{\lg2.5}{\lg1.05}\approx19$ 年

3. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$，a、b、$c\in R$）是解二元二次方程组的基石，鉴于专业应用背景，重点要求学生掌握运用其求根公式求解法，即 $X=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$。同时，注意强调 $\Delta=0$ 时，方程有唯一解，这为第三章平面解析几何的应用中通过解方程组求切点做铺垫。

4. 二元方程组的解题过程、计算均烦琐，是学习的难点与重点（尤其是对于需要学会用手工编程计算的同学来说），建议使用“代入消元法”解之。讲授时应结合例题，演示“代入消元法”的基本解题步骤和方法，帮助学生理解掌握，使之能较好地解二元二次方程组，为第三章平面解析几何的应用中通过解方程组求点的坐标打好基础。

补充例题 2 求解方程组 $\begin{cases} x^2-4y^2+x+3y-1=0 & (1) \\ 2x-y-1=0 & (2) \end{cases}$。

解：由（2）式得 $y=2x-1$，代入（1）式得

$$x^2-4(2x-1)^2+x+3(2x-1)-1=0$$

整理得 $15x^2-23x+8=0$

解方程得 $x_1=1, x_2=\frac{8}{15}$

将 x_1、x_2 值代入 $y=2x-1$ 得

$$y_1=1, y_2=\frac{1}{15}$$

因此 $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=\frac{8}{15} \\ y_2=\frac{1}{15} \end{cases}$

5. 求和计算是中职阶段没有学习过的知识，讲授时要以和式 $\sum_{i=1}^{n} x_i$ 的意义及计算方法为主，让学生进行简单的计算练习，并将其应用于尺寸链封闭环的尺寸计算等实际问题。

补充例题 3：计算 $\sum_{i=1}^{4} 2^i$。

解：$\sum_{i=1}^{4} 2^i=2^1+2^2+2^3+2^4=2+4+8+16=30$

6. 科学计数法是记录数字的一种固定格式，要求学生在必要时会使用即可。

§1—2 平面几何的应用

平面几何中的三角形、圆的知识在求尺寸长度及技术测量的实际操作中应用极为广泛，因此本节先复习直角三角形、相似三角形和圆的一些基础知识。

1. 直角三角形

事实上，生产加工中应用最多的平面几何内容还是直角三角形。勾股定理及其逆定理在对加工工件进行分析和计算中，起着非常重要的作用。如图 1—1 所示为直角三角形 ABC。

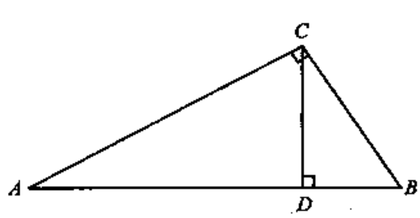

图 1—1

勾股定理：两直角边的平方和等于斜边的平方，即

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

射影定理：斜边上的高是两条直角边在斜边上的射影的比例中项，即

$$CD^2 = AD \times BD$$

2. 圆

要求学生利用两圆的位置关系，解决实际生产中的一些问题。

(1) 两圆相切：相切两圆的连心线必经过切点。

两圆内切：圆心距等于半径之差，如图 1—2a 所示。两圆外切：圆心距等于两圆半径之和，如图 1—2b 所示。

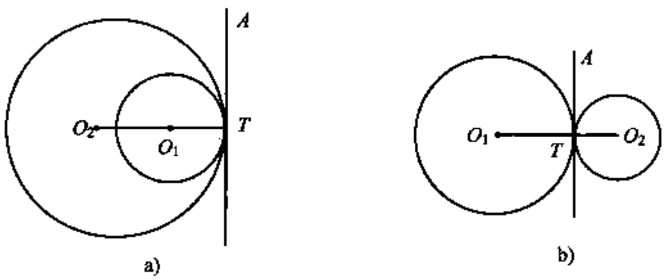

图 1—2

设两个圆的半径分别为 R 和 r ($R>r$)，圆心距为 d，则

$$\text{两圆内切} \Leftrightarrow d=R-r$$

$$\text{两圆外切} \Leftrightarrow d=R+r$$

(2) 圆的一些基本知识：

如果两圆相交，那么连接两圆圆心的线段（直线也可）垂直平分公共弦；

圆心角的度数等于它所对的弧的度数；

圆周角的度数等于它所对的弧的度数的一半；

弦切角的度数等于它所夹的弧的度数的一半。

补充例题 1：如图 1—3 所示，相交两圆的公共弦 CD 长为 4，两圆的半径分别为 $AC=4$，$BC=3$，则这两圆的圆心距 AB 等于多少？

解：设 AB 与 CD 的交点为 O，$OC=\dfrac{CD}{2}=2$

在 $\text{Rt}\triangle ACO$ 中，$OA=\sqrt{AC^2-OC^2}=2\sqrt{3}$

在 $\text{Rt}\triangle BCO$ 中，$OB=\sqrt{BC^2-OC^2}=\sqrt{5}$

所以 $AB=OA+OB=2\sqrt{3}+\sqrt{5}$

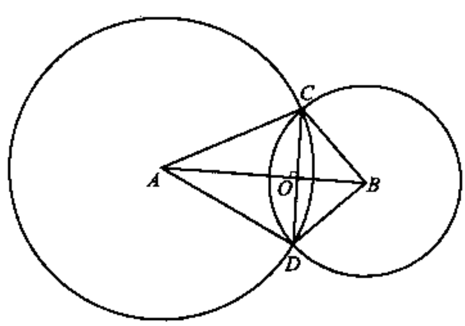

图 1—3

3. 相似三角形

相似三角形性质：

(1) 相似三角形的一切对应线段（对应高、对应中线、对应角平分线、外接圆半径、内切圆半径等）的比等于相似比；

（2）相似三角形周长的比等于相似比；
（3）相似三角形面积的比等于相似比的平方；
（4）相似三角形的对应角相等，对应边成比例。

Ⅲ　习题参考答案

（一）课后习题

§1—1　代数计算的应用

1. $M\approx13.748\ 8\ \mathrm{N\cdot m}$。
2. $F\approx200.052\ 8\ \mathrm{N}$。
3. $z=12$。
4. $t\approx5.78\ \mathrm{min}$。
5. 解：由传动比定义：$i=\dfrac{n_1}{n_2}=\dfrac{z_2}{z_1}=3$

又因为 $n_1=750$，所以 $n_2=250\ \mathrm{r/min}$

由中心距计算公式 $a=\dfrac{1}{2}m$（z_1+z_2）可得方程组

$$\begin{cases} z_2=3z_1 \\ 240=\dfrac{5}{2}(z_1+z_2)\end{cases} \qquad \text{解得}\begin{cases} z_1=24 \\ z_2=72\end{cases}$$

6. 解：$A_{0\max}=\sum\limits_{i=1}^{m}\vec{A}_{i\max}-\sum\limits_{i=1}^{n}\overleftarrow{A}_{i\min}=A_{1\max}-(A_{2\min}+A_{3\min}+A_{4\min})$

$$=(500+0.5)-(150-0.3)-(200-0.4)-(150-0.3)=1.5$$

$$A_{0\min}=\sum_{i=1}^{m}\vec{A}_{i\min}-\sum_{i=1}^{n}\vec{A}_{i\max}=0.6$$

7. 15.91。
8. 7×10^{-2} mm，7×10^{-3} cm，7×10^{-5} m。
9. $1.49\times10^{8}\ \mathrm{km^2}$。
10. 0.000 04 m。

§1—2　平面几何的应用

1. 解：a）在所作图 1—4 中，Rt△ACE 相似于 Rt△ABC

得
$$\frac{S}{D}=\frac{d}{S}$$
即
$$S^2=D\cdot d$$
在 Rt△ABC 中有
$$D^2=S^2+\left(\frac{D}{2}\right)^2$$

所以 $$D^2-\left(\frac{D}{2}\right)^2=D\cdot d$$

所以 $3D=4d$

所以 $K_2=\frac{D}{d}=1.333$

又因为 $S^2=d^2+\left(\frac{S}{2}\right)^2$

所以 $d=\frac{\sqrt{3}}{2}S$

所以 $S=\frac{\sqrt{3}}{2}D$

所以 $K_1=\frac{D}{S}=1.155$

b）因为 $D=\sqrt{2}S=\sqrt{2}d$

所以 $K_1=\frac{D}{S}=1.414$，$K_2=\frac{D}{d}=1.414$

c）因为 $D=2S$，所以 $K_1=\frac{D}{S}=2$

又因为 $D^2=S^2+d^2$，所以 $K_2=\frac{D}{d}=1.155$

2. 解：如图 1—5 所示：$AD=\frac{80-34}{2}=23$

$OA=OD-AD=26-23=3$

$AB=\sqrt{OB^2-OA^2}\approx 23.81$

所以　$x=AB+AE=63.81$

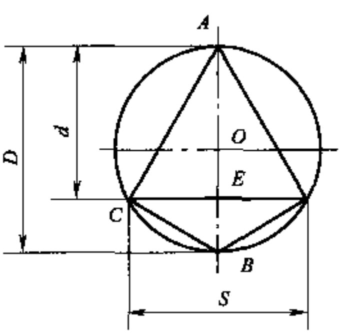

图 1—4

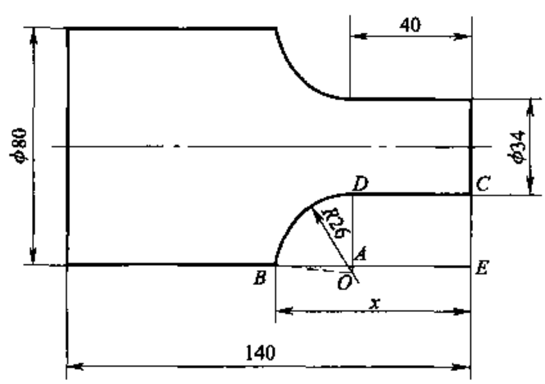

图 1—5　教材图 1—26

3. 解：加工 A 孔时相对于 C 孔移动的水平尺寸：$CE=34-10=24$

垂直尺寸：$AE=\sqrt{AC^2-CE^2}=70$

加工 B 孔时相对于 A 孔移动的水平尺寸：$BD=118-34=84$

垂直尺寸：$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=80$

4. 证明：作直角三角形 OBA 如图 1—6 所示。

$OA=\frac{D}{2}+\frac{d}{2}=\frac{1}{2}(D+d)$

$OB=\frac{D}{2}-\frac{d}{2}=\frac{1}{2}(D-d)$

$AB=\frac{M}{2}-\frac{d}{2}=\frac{1}{2}(M-d)$

所以　$OA^2=AB^2+OB^2$

即　$\frac{1}{4}(D+d)^2=\frac{1}{4}(D-d)^2+\frac{1}{4}(M-d)^2$

整理得　$D=\frac{(M-d)^2}{4d}$

5. 解：如图 1—7 所示，设两圆圆心为 A、B，过 A、B 向上作垂线，垂足分别为 E、F，过 B 点向 AE 作垂线，垂足为 C，则

$$AE=H+\frac{D_0}{2}$$

$$BF=h+\frac{D_0}{2}$$

所以
$$AC=AE-BF=H-h$$

$$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{D_0{}^2-(H-h)^2}$$

则
$$D=D_0+BC$$
$$=D_0+\sqrt{D_0{}^2-(H-h)^2}$$

代入数据得 $D=39.60$ mm

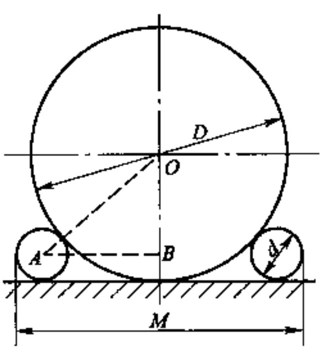

图 1—6　教材图 1—28

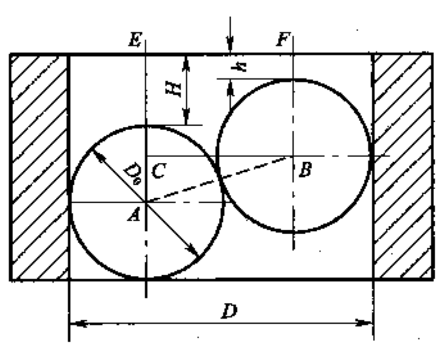

图 1—7　教材图 1—29

（二）习题册

§1—1　代数计算的应用

1.

(1) 9；(2) $\frac{1}{9}$；(3) 32；(4) 10；(5) $5^{\frac{7}{6}}$。

2.

(1) 3；(2) 28；(3) -3；(4) 0。

3.

(1) 360°；(2) $\frac{3}{4}\pi$；(3) 120°；(4) $-\frac{5}{6}\pi$；(5) 210°；(6) $\frac{4}{3}\pi$。

4. (1) 0.89；(2) 0.68；(3) 1.31；(4) 1.40；(5) −6.79。

5. (1) 1 或$\frac{3}{7}$；(2) $\frac{-5\pm\sqrt{133}}{6}$；

(3) $\begin{cases}x=\frac{13}{5}\\y=-\frac{3}{5}\end{cases}$；(4) $\begin{cases}x=-\frac{4}{5}\\y=\frac{13}{5}\end{cases}$；

(5) $\begin{cases}x_1=\frac{1-\sqrt{17}}{2}\\y_1=\frac{1+\sqrt{17}}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_2=\frac{1+\sqrt{17}}{2}\\y_2=\frac{1-\sqrt{17}}{2}\end{cases}$；

(6) $\begin{cases}x_1=-1\\y_1=-3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_2=-6\\y_2=2\end{cases}$。

6. (1) $\sum_{i=4}^{9} i$；(2) $2\sum_{i=1}^{50} i$。

7. (1) 105；(2) 36。

8. $\sum_{i=31}^{39}(i\times i)=11\ 085$。

9. 110 r/min。

10. 10.2×10^6 Pa=10.2 MPa。

11. 2.5 mm。

12. 32 581.71 元。

13. 1.2 倍。

14. 25 年。

15. (20.16，−7.34)。

16. 10.1 mm，9.8 mm。

17. 47.12 mm，47.07 mm。

18. 44.32 mm，44.20 mm。

19. 3.82×10^7 人。

20. $3.153\ 6\times10^7$ s。

21. 2.1×10^6 t。

22. 4.16×10^7 L。

§1—2 平面几何的应用

1. 27.29。

2. 证明：如图 1—8 所示，在 Rt△ABC 中

$$AC=d_1=\sqrt{d_P{}^2-(\frac{P}{2})^2}$$

$$=\sqrt{d_P{}^2-\frac{P^2}{4}}$$

则当 $P=4$ mm，$d_P=20$ mm 时

$$d_1=\sqrt{20^2-\frac{4^2}{4}}$$

$$\approx 19.90 \text{ mm}$$

3. 证明：如图 1—9 所示，在 Rt△OBA 中

$$OB=\sqrt{OA^2-AB^2}$$

$$=\sqrt{R^2-(\frac{D}{2})^2}$$

$$=\sqrt{R^2-\frac{D^2}{4}}$$

所以

$$t=R-OB$$

$$=R-\sqrt{R^2-\frac{D^2}{4}}$$

则当 $D=40$ mm，$R=80$ mm 时

$$t=80-\sqrt{80^2-\frac{40^2}{4}}$$

$$\approx 2.54 \text{ mm}$$

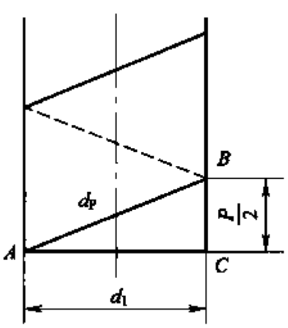

图 1—8　习题册图 1—9

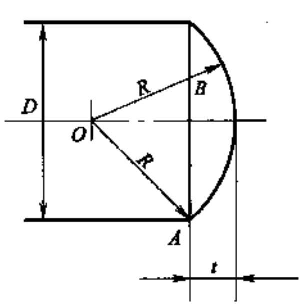

图 1—9　习题册图 1—10

4. 如图 1—10 所示，在 Rt△ABC 中

$$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}$$

$$=\sqrt{(\frac{D_0}{2})^2-(h-\frac{D_0}{2})^2}$$

$$=\sqrt{hD_0-h^2}$$

$$D=2BC=2\sqrt{hD_0-h^2}$$

所以，当 $D_0=9$ mm，$h=6$ mm 时

$$D=2\sqrt{6\times 9-6^2}\approx 8.49 \text{ mm}$$

5. 证明：

如图 1—11 所示，在 Rt△ABC 中

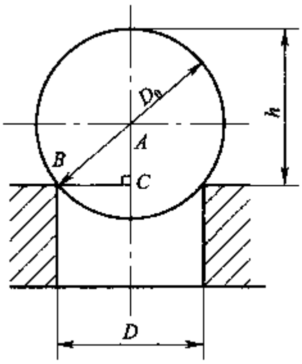

图 1—10　习题册图 1—11

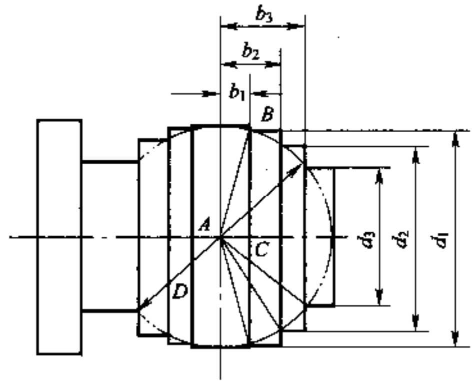

图 1—11　习题册图 1—12

$$\frac{d_1}{2} = BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - b_1^2}$$

$$= \sqrt{\frac{D^2 - 4b_1^2}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{D^2 - 4b_1^2}}{2}$$

所以

$$d_1 = \sqrt{D^2 - 4b_1^2}$$

同理

$$d_2 = \sqrt{D^2 - 4b_2^2}, d_3 = \sqrt{D^2 - 4b_3^2}$$

则当 D=40 mm 时

$$d_1 \approx 38.73 \text{ mm}, d_2 \approx 34.64 \text{ mm}, d_3 \approx 26.46 \text{ mm}$$

6. 证明：

如图 1—12 所示，在 Rt△ABC 中

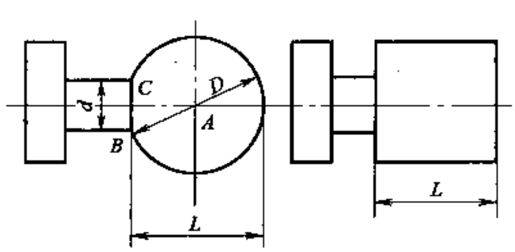

图 1—12　习题册图 1—13

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$$

$$=\sqrt{(\frac{D}{2})^2-(\frac{d}{2})^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{D^2-d^2}$$

所以

$$L=AC+\frac{D}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{D^2-d^2}+\frac{D}{2}$$

$$=\frac{1}{2}(D+\sqrt{D^2-d^2})$$

则当 $D=20$ mm，$d=12$ mm 时

$$L=\frac{1}{2}(20+\sqrt{20^2-12^2})=18\text{ mm}$$

7. 在 Rt$\triangle BOE$ 中

$$r=OB=\sqrt{BE^2+OE^2}$$

$$=\sqrt{(\frac{L}{2})^2+OE^2}$$

$$=\sqrt{(\frac{43.26}{2})^2+4^2}$$

$$\approx 21.997\text{ mm}$$

因为　22−21.997=0.003 mm

所以　拨叉内圆弧 r 合格。

8. 证明：

作辅助线如图 1—13 所示，所以

$$EC=BF=\frac{d}{2}$$

$$=CG+GE$$

$$=CG+l$$

因为

$$AG=AC+CG=\frac{d}{2}$$

所以

$$AC=l$$

在 Rt$\triangle ABC$ 中

$$AB=d$$

因为 Rt$\triangle ABC$ 相似于 Rt$\triangle AOH$

所以

$$\frac{AC}{AB}=\frac{AH}{OA}$$

即

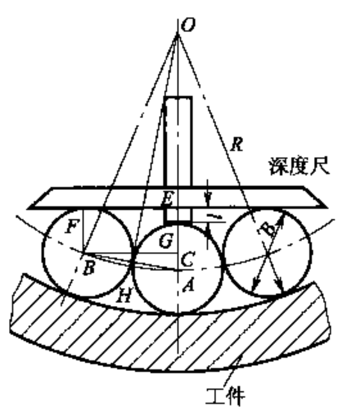

图 1—13　习题册 1—15

$$\frac{l}{d}=\frac{\frac{d}{2}}{\frac{D}{2}-\frac{d}{2}}$$

所以

$$\frac{l}{d}=\frac{d}{D-d}$$

$$D-d=\frac{d^2}{l}$$

$$D=\frac{d(d+l)}{l}$$

9. 证明：

如图 1—14 所示，在 Rt△AFB 中

$$(d+c)^2-d^2=AB^2$$

一般 c 是很小的，所以 $AB\approx\overset{\frown}{BE}\approx BE$

因此

$$(d+c)^2-d^2\approx BE^2=\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

即

$$2dc+c^2=\frac{L^2}{4}$$

因为 c 很小，并且是小数，平方后就更小了，所以 c^2 可略去不计，则

$$L^2=8dc$$

$$L=\sqrt{8dc}$$

10. 证明：

如图 1—15 所示，在 Rt△OCB 中

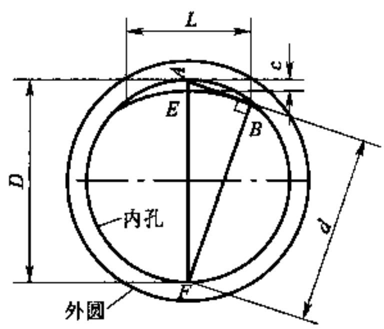

图 1—14　习题册图 1—16

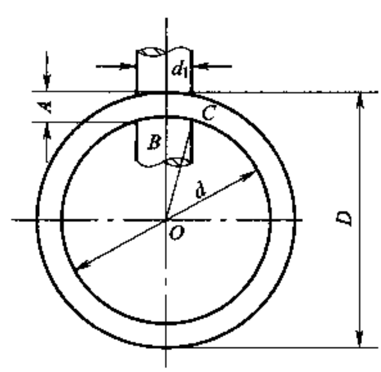

图 1—15　习题册图 1—17

$$\frac{d}{2}=\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2+\left(\frac{D}{2}-A\right)^2}$$

$$d=2\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2+\left(\frac{D}{2}-A\right)^2}$$

当 $D=193.94$ mm，$d_1=6.5$ mm，$A=9.53$ mm 时

$$d=2\sqrt{\left(\frac{6.5}{2}\right)^2+\left(\frac{193.94}{2}-9.53\right)^2}$$

$$\approx 175.00 \text{ mm}$$

11. 证明：在 Rt△OBE 中

$$OE=\sqrt{OB^2-BE^2}$$

$$=\sqrt{r_1{}^2-h^2}$$

所以

$$OA=OE-AE=OE-a$$

$$=\sqrt{r_1{}^2-h^2}-a$$

在 Rt△ODA 中

$$r_2=OD=\sqrt{OA^2+h^2}$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{r_1{}^2-h^2}-a\right)^2+h^2}$$

所以

$$a_1=r_1-r_2=r_1-\sqrt{h^2+\left(\sqrt{r_1{}^2-h^2}-a\right)^2}$$

则当 $a=10$ mm，$r_1=30$ mm，$h=10$ mm 时

$$a_1=30-\sqrt{10^2+\left(\sqrt{30^2-10^2}-10\right)^2}$$

$$\approx 9.16 \text{ mm}$$

12. $x=45-O_1A+2$

$$=47-\sqrt{O_1O_2^2-AO_2^2}$$

$$=47-\sqrt{(45+2)^2-\left(\frac{60}{2}-2\right)^2}$$

$$\approx 9.25$$