



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

21 世纪经济学系列教材

博弈论教程

(第二版)

INTRODUCTION TO GAME THEORY

Introduction to Game Theory (Second Edition)

INTRODUCTION TO GAME THEORY

王则柯 李 杰◎编著

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

21世纪经济学系列教材

博弈论教程

(第二版)

INTRODUCTION TO GAME THEORY

Introduction to
Game Theory
(Second Edition)

INTRODUCTION TO GAME THEORY

INTRODUCTION TO GAME THEORY

王则柯 李 杰◎编著

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

博弈论教程/王则柯, 李杰编著. —2 版
北京: 中国人民大学出版社, 2010
(21 世纪经济学系列教材)
ISBN 978-7-300-11727-0

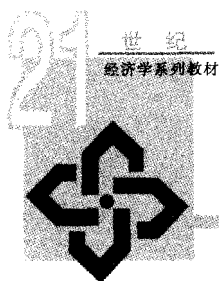
- I. ①博…
- II. ①王…②李…
- III. ①对策论—高等学校—教材
- IV. ①O225

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 031883 号

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
21 世纪经济学系列教材
博弈论教程 (第二版)
王则柯 李 杰 编著
Boyilun Jiaocheng

出版发行	中国人民大学出版社		
社 址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电 话	010-62511242 (总编室)		010-62511398 (质管部)
	010-82501766 (邮购部)		010-62514148 (门市部)
	010-62515195 (发行公司)		010-62515275 (盗版举报)
网 址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经 销	新华书店		
印 刷	三河汇鑫印务有限公司		
规 格	185mm×260mm 16 开本	版 次	2004 年 11 月第 1 版 2010 年 4 月第 2 版
印 张	23.75 插页 1	印 次	2010 年 4 月第 1 次印刷
字 数	542 000	定 价	39.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换



内容简介

虽然博弈论的课本已经不少，但是博弈论还是不容易进入大学的本科教学，这主要是因为课本的技术难度大，提高了博弈论的进入门槛。

有鉴于此，本书作者用多年的时间编写了这本难度温和、绝大部分本科生能够不太辛苦地学好的入门教程，以通俗浅白然而准确的文字，向读者系统地介绍博弈论的基本概念和基本方法，内容主要集中于完全信息静态博弈以及完全信息动态博弈的范畴，也伸延到其他一些专题。教程中的例子和习题非常丰富，渗透了作者的学问经历和研习体验，适合作为各专业尤其是经济类的大学本科生以及其他读者学习博弈论的入门教材。

经济学是一门科学，经济学的应用是一门艺术。博弈论及其应用，实在很有意思。



作者简介

王则柯，男，生于浙江永嘉，在广州长大，毕业于北京大学数学力学系数学专业，现为中山大学岭南学院教授，主要致力于经济学教育现代化的工作，特别是在微观经济学、博弈论和信息经济学方面，偶尔对经济发展和社会进步发表观察和提供意见。

发表论文《价格机制劳动价值说的局限和误导》、《经济学：捍卫理论，还是发展理论？》、《国家现代化是整体的演进》、《私权是大公无私的基础》等数十篇；出版著作《价格与市场》、《经济学拓扑方法》、《图解微观经济学》、《智慧何以被善良蒙蔽》、《混沌与均衡纵横谈》、《我所知道的普林斯顿》等三十余种。

李杰，男，广东南海人，现为中山大学岭南学院副教授，日本名古屋大学外国人研究员。主要从事博弈论、产业组织理论以及国际贸易理论方面的研究工作，曾在国际知名英文学术期刊发表论文十多篇，在国内核心期刊发表论文十多篇。



前言

最近四十多年,经济学经历着一场博弈论革命。1994 年度的诺贝尔经济学奖授予三位博弈论专家哈萨尼 (John C. Harsanyi)、纳什 (John Nash, Jr.) 和泽尔滕 (Reinhard Selten), 2005 年度的诺贝尔经济学奖又授予两位博弈论专家奥曼 (Robert J. Aumann) 与谢林 (Thomas Schelling), 可以看作是一个标志, 而这也更加激发了人们了解博弈论的热情。20 世纪末期以来一个重要的社会现象, 是世界经济一体化的发展。伴随进行的, 是大众传媒中经济术语的一体化。现在, 人们对于“零和博弈”、“囚徒困境”、“双赢对局”这些本来博弈论的专门术语, 已经耳熟能详。难怪“当代最后一个经济学全才”保罗·萨缪尔森 (Paul Samuelson) 教授会说: “要想在现代社会做一个有文化的人, 你必须对博弈论有一个大致的了解。”^① 何况, 本书的读者如果不是经济学专业的学生, 也是对经济学有特别兴趣的文化人。

经典意义上的经济学, 以经济主体人的自利行为以及相应的市场反应作为研究的出发点。无论是消费者还是生产者, 也无论是竞争形势还是垄断形势, 基本上是经济主体人面对市场作出自己的最优决策。形势严峻也好宽松也好, 行为的结果是主体人自己决策的结果。

拿同质商品的市场来说吧, 像完全竞争 (perfect competition) 那样每个企业都有很多对手的情况下, 企业的决策是比较简单的, 因为对手多了, 这些对手的意愿、能力, 特别是他们的决策, 会相互汇合, 其中也包括相互抵消。结果, “全体对手的决策”合成的市场供给, 和市场需求合在一起, 呈现可以预见的规律, 从而企业可以把对手们的整体反应归结为自己面对的“一个”不再具有人格化面貌的市场。“完全竞争”模型假定, 其中的每个企业都只占有市场的很小份额。因为一个占有市场份额很小的竞争企业, 不能影响所论商品的市场价格, 所以我们说竞争企业是价格的接受者 (price taker)。这时候, 给定商

^① 参看 [美] 迪克西特和奈尔伯夫著, 王尔山译: 《策略思维——商界、政界及日常生活中的策略竞争》, 北京, 中国人民大学出版社, 2002, 12。

品的市场价格，竞争企业要做的，就是“计算”应该生产和供应多少商品到市场上去，才能实现自己的最大利润。

但是另一方面，像垄断（monopoly）那样没有对手的企业的决策也是比较简单的，垄断企业只要“计算”生产和供应多少东西到市场上去可以为自己实现最大利润就可以了。这时候，所论商品的市场价格由市场的需求和垄断企业的供给共同决定，因此说垄断企业是价格的决定者（price maker）。当然还有另外“一个”价格决定者，那就是市场的需求，但是因为这个市场需求是千千万万消费者的消费意愿和消费能力的总合，所以它已经不再具有人格化的面貌。

现代经济活动早已超出上述模式。特别是当主体人不但面对非人格化的市场而且面对其他少数作为对手的主体人的时候，每个主体人决策的后果，要由他自己的决策和他的对手的决策共同决定。这种竞争，叫做寡头竞争（oligopoly）。前面说了，垄断和完全竞争这两种极端情形的决策，都可以说是“计算型”的决策。最困难和最不确定的竞争，是只有一两个对手的寡头竞争，每一方的市场份额都很大，每一个主体人的行为后果，受对手的行为的影响都很大。这种竞争，是相当人格化的竞争。每个主体人的行为，对对手的利益影响很大，每个主体人的利益，又受到对手的行为的很大影响。博弈论（game theory）就是研究利益关联（包括利益冲突）的主体人的对局的理论，是分析人们在博弈中的理性行为的理论，是讨论人们在博弈的交互作用中如何决策的理论。

体现博弈论思想的学术讨论，至少可以追溯到两百多年以前，例如经济学里面大家熟悉的古诺（Augustin Cournot）模型。人类活动中的博弈论思想，则可以追溯到古远的年代，例如“田忌赛马”。以1943年冯·诺意曼（John von Neumann）和摩根斯滕（Oskar Morgenstern）的巨著《博弈论与经济行为》（*Theory of Games and Economic Behavior*）在美国普林斯顿大学出版社出版为标志，博弈论“正式”成为一门学科，迄今也已经有大半个世纪的历史。

半个世纪以来，博弈论有重大的发展，博弈论的应用引起广泛注意，这其中，纳什、谢林、哈萨尼、泽尔滕、奥曼与和夏普利（Lloyd Shapley）等学者做出了巨大的贡献。随着学科的发展和成熟，20世纪50年代至80年代冷战时期的国际关系讨论，20世纪70年代和80年代的进化生物学研究，20世纪80年代和90年代的政治科学研究，更不必说无休止的劳资角力和贸易谈判了，都非常倚重于博弈论的思想、概念和方法。在经济学内部，博弈论带来了全新的视角、全新的理念和全新的方法，以至于依博弈论思想和方法改写经济学和经济学各学科，一时成为潮流。

但是一直到最近，作为一门学科系统地学习博弈论，还不是一件容易的事情。事实上目前我国，许多很好的大学，也只在经济学研究生层次开设博弈论的必修或者选修课程。最近一二十年，已经有数以十计的博弈论课本出现，可是与此成为对照的却是，博弈论迟迟未能成规模地进入大学本科教学。这其中的原因，一是专门的课本以专门的学生为对象，取向比较狭窄，要求相当程度的专业预备知识，二是数学基础要求比较高，除了微积分的熟练运用以外，还要求熟练掌握以贝叶斯公式为核心的概率论知识。

前些年，出于向报纸读者普及一些博弈论知识的考虑，我编写了《博弈论平话》在中国经济出版社出版，通过比较浅显的例子和故事，介绍博弈论的一些知识和方法，阐发博

弈论的一些思想和观念。这一尝试获得出乎意料的成功。有些院校甚至指定《博弈论平话》为经济管理类学生的必读或选读书目。能够顺应潮流做一些力所能及的工作，个人固然感觉安慰，同时也萌生不安：《博弈论平话》这样的普及读物，实在是满足不了经济管理类大学生旺盛的求知欲望。安慰，是因专业外的成功感觉安慰，不安，是因愧对专业内的渴望而不安。出于这种不安，多年来我都在思考写一本给本科生用的博弈论课本的事情。在此期间，先后有几家出版社表示过请我写这样一本书的意向，只是我自己当时还没有多少把握。

正在思路逐渐形成变得清晰的时候，我读到美国经济学家迪克西特（Avinash Dixit）和斯凯思（Susan Skeath）给本科生写的博弈论教材《策略博弈》（*Games of Strategy*, Norton, New York）。早在1991年再次访问普林斯顿大学的时候，我就曾经因贸易理论的问题向迪克西特教授请教，后来我又因为被吸引而主持迪克西特和奈尔伯夫（Barry J. Nalebuff）的博弈论普及著作《策略思维》（*Thinking Strategically*, Norton, New York）的翻译工作。现在读到《策略博弈》，我对于自己已经比较清晰的思路就有了把握。这主要是内容取舍方面的把握。

恰好在这个时候，中国人民大学出版社再次向我约稿，我们就签订了由我主持写作本科生《博弈论教程》的合同。

迪克西特和斯凯思的《策略博弈》写得非常好。我马上向熟悉的出版社提出建议，购买这本书的中文版权，尽快翻译出版。许多读者曾经因为我的推荐而读迪克西特和奈尔伯夫的《策略思维》，感到那本书写得很好。现在我要说，如果你真的希望学到一些博弈论的知识和方法，真的希望学到博弈论的一些理论，你应该进而学习《策略博弈》。对于《策略思维》，我推荐大家去“读”，对于《策略博弈》，我建议有能力的读者去“学”。“学”与“读”高度相关，但不是一回事。按照我的习惯用法，“学”的要求更高。

已经有了迪克西特和斯凯思的《策略博弈》那么好的课本，为什么我们不是等待它的翻译出版，却还要写我们自己这本《博弈论教程》呢？这里，主要的考虑有三：一是我们的取舍与迪克西特和斯凯思有很大不同。作为长期从事经济学教育的教师，我对于我们的取舍更有信心。二是倚重案例展开与倚重学科脉络的区别。我们更加向学科脉络倾斜。第三，如果迪克西特和斯凯思的《策略博弈》可以比作是大气磅礴的行书，那么我们的《博弈论教程》可以看作是中规中矩的宋体。我们还努力增加习题的分量，以便我们这个《博弈论教程》好用。最后还可以指出，迪克西特和斯凯思展开他们的《策略博弈》的文化背景，距离我们比较遥远。遥远不是不好，因为距离常常很美，但是距离也带来一些不方便。比如说，我们总不能预设我们的学生和读者都了解橄榄球比赛的规则、术语和战术。

博弈按照参与人是否同时决策，分为静态博弈和动态博弈，参与人同时决策的博弈称为静态博弈，参与人不是同时决策的博弈称为动态博弈。博弈按照每个参与人是否都知道所有参与人在各种对局下的得失，分为完全信息博弈和不完全信息博弈，每个参与人都知道所有参与人在各种对局下的得失的博弈，称为完全信息博弈。至少有一个参与人不知道其中一个参与人在一种对局下的得失的博弈，称为不完全信息博弈。这是博弈的最基本的分类。因此，标准的博弈论课本，通常包括完全信息静态博弈的讨论，完全信息动态博弈的讨论，不完全信息静态博弈的讨论，以及不完全信息动态博弈的讨论这样四大部分。

需要在这个前言中就明确交代的是，我们这本课本并不这样全面展开。我们的材料，多半集中在完全信息静态博弈和完全信息动态博弈的范畴，并不全面。追求内容全面的教师，不宜选用我们的课本作教材。

我们这样取舍，固然出自教学难度的考虑，因为上述完全信息静态博弈、完全信息动态博弈、不完全信息静态博弈和不完全信息动态博弈，一个比一个难，全面的讨论在研究生阶段展开比较合适。但是这并不等于说本科生就一定学不了不完全信息博弈的理论。首先，大家都知道我对于本科生总体素质的高度评价，本科生程度整齐天资聪慧，是我喜欢给本科生上课的重要原因。另一方面，事实上我们中山大学岭南学院的一些本科生，博弈论就学得很好。按照我的估计，我们这样学校中等以上的本科生，如果能够花费很大力气，是可以把美国吉本斯教授的《博弈论基础》（*A Primer In Game Theory*, by Robert Gibbons）这样的教程学好的，问题是我不想作同样取舍的安排。事实上，我不想走吉本斯教授的《博弈论基础》那样的路，不想因为要花费很大力气而把大部分本科生挡在博弈论门外。

我赞成陈平原教授的大学教育理念，大意是：为中材提供规范，给天才预留空间。天才不是课堂教育的产物。我要为“中材”们写一本难度温和、绝大部分本科生能够不太辛苦地学好的博弈论入门课本。

这样处理，全面性是要承受相当割舍，但是换回来的却是广大学生对博弈论的了解、热爱和兴趣。兴趣和热爱，会使往后进一步的研习变得事半功倍。

爱因斯坦曾经评说：“现代教学方法如果没有完全扼杀人类神圣的好奇心，就已经可称奇迹。”我同意爱因斯坦对于20世纪初叶开始的世界教育形式化潮流的批评。其实，爱因斯坦时代的人们，在这方面还是比我们幸运得多。想想我们从小学到大学十几年时间在拿不到八九十分就不得安宁的压力或恐惧下成长起来的一代，难道还不足以发人深省？

在数理经济学方面也做出很大贡献的美国大数学家斯梅尔，对于数学的形式主义潮流表现出强烈的叛逆精神。他曾经满怀深情地写道：“我和父母妹妹一家四口住在离弗林特（密歇根州的一个小城市）十英里的乡下地方。从小学到初中，每天我和妹妹步行一英里到一所只有一个房间的学校上课。我至今非常赞赏那所小小的学校：统共只有一位上过一两年大学的女教师，她教九个年级的学生，每个年级都有语文、数学、历史等课程。此外，女教师还兼管借还图书、看门、烧午饭等杂事。尽管这样，我们还是得到了良好的教育。”^①

在我看来，这不仅仅是怀旧的回忆。

爱因斯坦评论的教育已经过去了整整一个世纪，斯梅尔的只有一位女教师的学校，也是70年前的事情。我们现在的教育怎么样了？很值得大家深思。教育形式化的后果，在我们中国可能更加严重。论考试，中国学生往往第一；论后来的研究和创造，我们可没有同样比例的第一。这是大家都看到的事实。唤醒读者对于博弈论的好奇心，激发相关专业的大学生热爱博弈理论，是我的梦想。为此，我宁愿牺牲内容的全面性。我不愿意我们的学生只是追随理论、方法、例题、练习、复习、考试这样的教学环节，毫无自

① 参看王则柯主编：《经济学家的学问故事》，北京，中信出版社，2003，4。

己的探索。在这个意义上，我宁愿做一个弱势的教师，做一个有机会站在一旁欣赏学生的探索的教师，像斯梅尔教授童年回忆中那个兼管杂事远非全知但是爱护和激发学生的好奇心的女教师。

本书主要由李杰和我共同编写，王晓刚曾经提供了第九章的部分初稿，欧瑞秋指出我们关于奇数定理的一个猜想的错误，并且帮助绘制若干插图，蔡泽辉曾经通读全稿，并且提出很好的意见。他们都是我的学生。华南师范大学数学系易建新教授也参加过初期的讨论。第一版交稿以后，出版社委托当时刚刚从中国人民大学国际经济与贸易专业毕业的刘西同学初读，他也提出一些很好的意见。

我一向感觉与学生和读者交流自己的学问经历和体验，是一件愉快的事情，这次写作也不例外。说到经历和体验，就不免故事色彩。为此需要说明，如果不另外申明，本书文字中出现的“我”，指的就是本人。事实上，我对全书的内容负责。

不做习题，学不好现代经济学的主干课程。学习微观经济学、宏观经济学、计量经济学是这样，学习博弈论和信息经济学也是这样。本书每章都编有习题，附于各章之后。少数习题在教程正文里面提到，那是出于正文叙述逻辑的需要，就是说做了这些习题，正文的叙述才算完整。不过这样的情况很少，而且正文的这些部分，相对来说重要性会缓和一些。我们的习题还有示范作用，老师和学生都可以仿而自行编制练习，或者是体现自己的心得，或者是作为相互的测试。我们还鼓励学生和读者编写博弈故事。

最后要作一个排版方面的技术性说明。当作为一个式子来书写包含几行的式子的时候，现行编辑软件通常把式子后面的标点符号标在作为一个整体的几行的中位，显得很别扭。有鉴于此，当作为一个式子书写单独成段的不止一行的公式、方程或者算式的时候，我们可能采用干脆省略公式后面的标点符号的处理方式。好在公式后面应该是什么标点符号，上下文已经清晰隐喻，不会带来歧义。另外，本书的图表，统一按照“图表3—4”这样的规格编排，而不管它是图还是表。于是，“图表3—4”就是第三章的第四个图或者表。

本教程第一版的每次重印，都有一些改进。现在的新版即第二版，进一步集中地把这几年教学的体会和读者的反馈吸收进来，并且配备了核心内容的课件。我们非常看重作为课本是否好用。例如在我们的教学中，确定动态博弈纳什均衡原来使用的虚线标示排除法，已经改进为一方面更加方便另一方面信息含量更为丰富的箭头标示排除法，为此，我们就花费很大工夫，改写了有关章节，虽然这一改进的价值主要还是在教学法方面。另外，我们还增加了许多新的习题。

最大的变化，则是增加了展望应用的一节作为尾声，主要通过介绍讨论慕尼黑谈判的一篇论文，说明支付赋值在博弈论应用中的位置，说明应用博弈论的本领，要在实践中修炼。

我的电子信箱是 Lnswwk@mail.sysu.edu.cn 和 ch84111987@163.com，敬祈读者和专家、特别是各位同学和各位老师惠予指教和批评。

王则柯，识于乙丑年盛夏



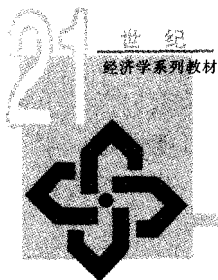
目 录

(注意：我们采取前置两颗星星**的方式，标示超出基本要求的内容。)

第一章 引 论	1
第一节 策略博弈，从故事开始	1
第二节 博弈三要素和“囚徒困境”	5
第三节 “抓钱博弈”	8
第四节 利益是交易的前提	15
第五节 博弈的基本分类	23
习 题	27
第二章 同时决策博弈	30
第一节 二人同时博弈	30
第二节 博弈的三要素和支付矩阵	32
第三节 优势策略	39
第四节 优势策略均衡	42
第五节 相对优势策略和纳什均衡	47
第六节 相对优势策略下划线法	50
第七节 箭头指向法	53
第八节 纳什均衡的正式定义	56
第九节 作为“最后归宿”的纳什均衡	61
第十节 纳什均衡的应用	63
第十一节 纳什均衡的观察与验证	70
第十二节 弱劣势策略消去法的讨论	72
习 题	75

第三章 混合策略纳什均衡	77
第一节 混合策略与期望支付	77
第二节 反应函数法	84
** 第三节 高维情形和代数方法	89
** 第四节 纳什定理和奇数定理	94
第五节 多重纳什均衡及其筛选	105
习 题	124
第四章 序贯决策博弈	129
第一节 序贯决策博弈与博弈树	129
第二节 策略与行动	133
第三节 序贯博弈的纳什均衡	135
第四节 倒推法	143
第五节 先动优势与后动优势	146
第六节 博弈论给自己出难题	151
习 题	155
第五章 同时博弈与序贯博弈	161
第一节 正规型表示与展开型表示	161
第二节 同时决策与序贯决策的混合博弈	169
第三节 树型博弈的子博弈	174
第四节 子博弈精炼纳什均衡	178
第五节 完美博弈的库恩定理	183
第六节 连续支付情形的序贯博弈	185
** 第七节 树型博弈与矩阵博弈	190
习 题	196
第六章 重复博弈和策略性行动	201
第一节 囚徒困境的有限次重复	201
第二节 囚徒困境的无限次重复	204
第三节 重复次数不确定的情形	209
第四节 策略性行动的分类	212
第五节 承诺及其可信性	214
第六节 威胁、允诺及其可信性	218
习 题	223
第七章 零和博弈	228
第一节 零和博弈与非零和博弈	228
第二节 最小最大方法	231
第三节 直线交叉法	233
** 第四节 零和博弈的线性规划解法	238
** 第五节 简约的向量符号	248
第六节 霍特林模型	254

第七节	对抗性排序	257
习 题		261
第八章	拍 卖	266
第一节	拍卖和招标	266
第二节	四种主要的拍卖方式	270
第三节	完全信息拍卖	274
第四节	独立私有价值拍卖	278
第五节	卖主角度：期望收益等价原理	289
第六节	进一步的讨论	295
习 题		303
第九章	讨价还价与联盟博弈	306
第一节	讨价还价问题	307
第二节	讨价还价问题的纳什解法	310
第三节	讨价还价问题解法的要求	313
第四节	讨价还价问题的 K-S 解法	316
第五节	联盟博弈的核	324
第六节	夏普利值	333
习 题		340
尾声	应用的展望	344
主要参考文献		354
索 引		355



第一章

引 论

这一章，是全书之热身，意在为后面的论述提供一个铺垫。第一节试图向读者提供在没有任何预备知识的条件下体会博弈论力量的一个机会，随后两节以具体的例子说明博弈的矩阵型表示和博弈的展开型表示。第四节专门解说交易利益。看起来，这一节似乎游离于全章之外，但是我们感到，如果不把微观经济学的这个专题说清楚，博弈论和信息经济学的一些重要内容就无法展开。最后在第五节，我们谈博弈的基本分类和本教程的取舍。

必须说明，本章初涉的所有重要概念，都将在随后的章节得到准确完整的刻画和展开。

第一节 策略博弈，从故事开始

1981年我在美国普林斯顿大学第一次找到一份大学低年级学生博弈论入门课程的练习题的时候，被练习题的精妙设计所吸引。不仅平常的讲稿和习题喜欢讲一点儿俏皮话，甚至最严肃的考试往往都富于幽默，这是名校和大师的特点。也是在这一年，普林斯顿大学物理学研究生的博士学位候选人资格考试试题的第一面，就写道：“请注视离你最近的那个同学，假设他或她是圆的，估计一下他或她的电容量是多少，你需要写几句话支持你的估计……”

我被吸引的这道博弈论练习是这样的：

如果给你两个师的兵力，由你来当“司令”，任务是攻克“敌人”占据的一座城市，而敌军的守备力量是三个师。规定双方的兵力只能整师调动。通往城市的道路只有甲乙两条。当你发起攻击的时候，如果你的兵力超过敌人，你就获胜；如果你的兵力比敌人的守备兵力少，你就失败；如果你的兵力和敌人的守备兵力相等，你也失败。那么，你将如何制定攻城方案？

你可能要说，“为什么给敌人三个师的兵力而只给我两个师？这太不公平。兵力已经

吃亏，居然还要规定兵力相等则敌胜我败，连规则都不公平，完全偏袒敌人。”为此你也许会大为不满，你这个“司令”要来个躺倒不干。

其实，抽掉假象、情报、气象、水文乃至装备、训练、士气等要紧的因素以后，上述练习题表示的模拟“作战”，每一方取胜的几率都是 50%，即谁胜谁负的可能性是一半对一半。你这个司令能否神机妙算，指挥队伍克敌制胜，还得看你的本事。

为什么说取胜的几率是一半对一半呢，这就需要博弈论的分析。

现在，敌人有三个师，布防在甲乙两条通道上。由于必须整师布防，敌人有四种部署方案，即：

- A，三个师都驻守甲方向；
- B，两个师驻守甲方向，一个师驻守乙方向；
- C，一个师驻守甲方向，两个师驻守乙方向；
- D，三个师都驻守乙方向。

同样，你有两个师的攻城部队，可以有三种部署方案，即：

- x，集中全部两个师的兵力从甲方向攻击；
- y，兵分两路，一师从甲方向，另一师从乙方向，同时发起攻击；
- z，集中全部两个师的兵力从乙方向攻击。

如果我们用“+，-”表示我方攻克、敌方失守，用“-，+”表示敌方守住、我方败退，就可以画出交战双方的胜负分析表，如图表 1—1 所示。

		敌			
		A	B	C	D
我	x	- +	- +	+ -	+ -
	y	+ -	- +	- +	+ -
	z	+ -	+ -	- +	- +

图表 1—1 诺曼底战役攻防作业演练

在上述攻防作业分析表中，每一个格子代表一种对局形势。例如左上角格子代表我取 x 方案敌取 A 方案的对局，第二行第三列的格子代表我取 y 方案敌取 C 方案的对局，等等。

假设你采取 x 方案，那么如果“敌人”采取 A 方案，你的两个师将遇到敌军三个师的抵抗，你要败下阵来，所以结果是（-，+）；如果“敌人”取 B 方案，你的两个师遇到敌军两个师以逸待劳的抵抗，你也要败下阵来，结果同样是（-，+）；但是如果“敌人”取 C 方案，你以两个师打“敌人”一个师，你就会以优势兵力获得胜利，从而结果是（+，-）；同样，如果“敌人”采取 D 方案，你攻在敌军的薄弱点上，你就能长驱直入，轻取城池，结果也是（+，-）。

现在，每个格子里面只有正负号，没有数目字。希望这不会使你感到不安。如果你还是喜欢有数目字，那也容易得很，每个正负号后面都加上同一个数目字就行，同一个1，同一个1 944，或者同一个2 004，同一个2 010。要紧的只是表达出输赢。这样你就知道，在上述表达中，正负号要紧，具体数目字无所谓。

交战双方的攻防分析表画出来以后，只从+，-的原始分布看，似乎就已经预示双方取胜的机会都一样大（见图表1—2）。但是我们不要急于现在就下结论。我们需要起码的分析和处理，分别考虑站在我方和敌方的立场，哪些方案不可取，从而所有12种形式上可能的对局之中，有哪些应该被排除在实际可能性以外。

		敌军			
		A	B	C	D
我军	x	- +	- +	+ -	+ -
	y	+ -	- +	- +	+ -
	z	- +	- -	+ +	- +

图表 1—2 攻防作业演练（续）

这样考虑的时候，如果先从我方入手，一下子是分不出优劣来的，因为方案x和方案y，方案y和方案z，方案x和方案z之间，都说不上谁比谁优，谁比谁劣。于是我们换一个角度，从敌方入手，尝试站在敌军的立场，比较策略A和策略B。如果我军采取策略x，敌军取A或B都会赢，结果一样。如果我军采取策略y，敌军取A会输取B会赢。如果我军采取策略z，敌军取A或B都会输。可见，站在敌方的立场，策略B比策略A好：采取策略A会赢的话（如我军取x），采取策略B一定也会赢；采取策略A会输的话（如我军取y或z），采取策略B却不一定输，因为假如我军取y，敌军就赢了。这样，比较策略A和策略B，我们知道策略B具有压倒策略A的优势。所以，只要敌方是趋利避害、争赢防输的“理性人”，就没有道理采取策略A。

同样的分析让我们知道，策略C和策略D比较，策略C具有压倒策略D的优势，从而敌方不会采用方案D。这样，把敌方在理性情况下不会考虑采用的“备选”方案A和D从图表1—2删去，我们得到下面新的分析表格（见图表1—3）。

现在，在剩下的那个三行两列的表格的六个格子当中，（-，+）比（+，-）多，似乎敌方的赢面比较大。其实不然。因为到了敌方不会采用“笨蛋”策略A和D的时候，明白敌方只会在策略B和策略C之间作出选择的时候，我方原来的三个方案之中，方案y就变得没有意义了。因为我们也不是笨蛋，我们也是理性的主体人，所以我们应该在备选方案中把策略y删去。最后，得到下面那个两行两列的矩阵博弈表示（见图表1—4）。

		敌军	
		B	C
我军	x	- +	+ -
	y	- +	- +
	z	+ -	- +

图表 1—3 攻防作业演练（再续）

		敌军	
		B	C
我军	x	- +	+ -
	z	+ -	- +

图表 1—4 攻防作业演练（三续）

情况最终就是这样：敌军必取 B 或 C 那样的二一布防，一路两个师，另一路一个师，而我军必集中兵力于某一路实施攻击，即 x 或 z 那样的攻击策略。这样，你若攻在敌军的薄弱处，你就获胜，你若攻在敌人兵力较多的地方，你就失败。总之，敌我双方获胜的可能性还是一样大。“司令”先生：不要躺倒不干，你不比对方吃亏。

这虽然是一个模拟的例子，却具有相当的现实意义。诺曼底战役前盟军和德军对峙的情况，大体上就是这个样子。事实上，上述练习题的名称，就叫做诺曼底战役模拟。

第二次世界大战进行到 1944 年的时候，包括中国、美国、英国和苏联在内的盟国反法西斯战线，已经开始对日本和德国这两个法西斯轴心国展开大反攻。在欧洲，以艾森豪威尔将军为总司令的盟国远征军，经过近一年的准备，在英国集结了强大的军事力量，准备横渡英吉利海峡，在欧洲开辟第二战场。

当时可供盟军渡海登陆的地点有两个：一是塞纳河东岸的布隆涅—加来—敦刻尔克一带，这里海峡最狭窄的地方只有几十公里，是一个理想的登陆地点；另一个是塞纳河西岸的诺曼底半岛，但是这里海面比较宽阔，渡海时间将比较长，比较容易被德军发现。

这时候，德军在欧洲西线的总兵力是 58 个师，要布防的海岸线长达 3 000 英里。因