

# 高中数学 新课程

# 学习指导

2-1  
(选修)

北师大版

与北师大版普通高中课程标准  
实验教科书配套

河南省基础教育教学研究室 编

大象出版社

第一章 常用逻辑用语

课标同步导航

§ 1 命题

§ 2 充分条件与必要条件

§ 3 全称量词与存在量词

§ 4 逻辑联结词「且」「或」「非」

高考同步链接

本章综合测试

第二章 空间向量与立体几何

课标同步导航

§ 1 从平面向量到空间向量

§ 2 空间向量的运算

§ 3 向量的坐标表示和空间向量基本定理

§ 4 用向量讨论垂直与平行

§ 5 夹角的计算

§ 6 距离的计算

高考同步链接

本章综合测试

第三章 圆锥曲线与方程

课标同步导航

§ 1 椭圆

1.1 椭圆及其标准方程

1.2 椭圆的简单性质

§ 2 抛物线

2.1 抛物线及其标准方程

2.2 抛物线的简单性质

§ 3 双曲线

3.1 双曲线及其标准方程

3.2 双曲线的简单性质

§ 4 曲线与方程

4.1 曲线与方程

4.2 圆锥曲线的共同特征

4.3 直线与圆锥曲线的交点

高考同步链接

本章综合测试

阶段评价测试一

阶段评价测试二

习题详解点拨



# 高中数学 新课程 学习指导

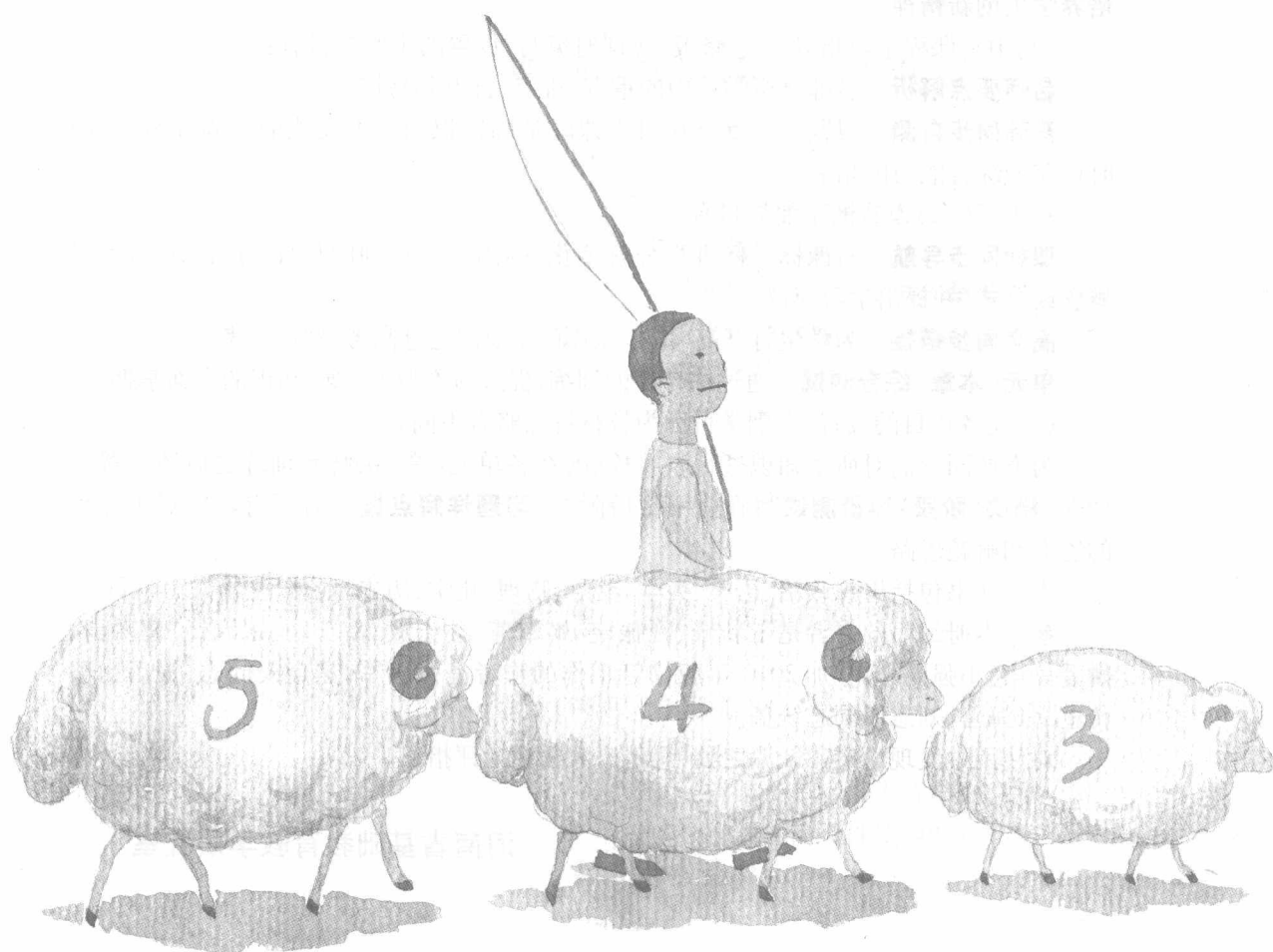
2-1  
(选修)

北师大版

与北师大版普通高中课程标准  
实验教科书配套

河南省基础教育教学研究室 编

大象出版社





# 欢迎登录大象教育资源网

大象出版社是我省唯一一家专业教育出版机构,也是我省唯一一家全国优秀出版社。大象教育资源网是大象出版社为全省师生提供的数字化时代产品服务平台。旨在为教师、学生、家长提供便捷、互动、多层次的立体服务。

## 登录“大象教育资源网”,您可获得:

### 1. 海量的试题资源

海量的优质试卷、专业的试题搜索引擎,使教师的课堂教学和学业评价更方便。

### 2. 便捷的电子化服务

为节省学生的学习成本,大象版教学辅导类图书的参考答案将逐步上网公布。同时,为实现教学辅导的多层次、全方位,网站还会加大网络产品开发力度,满足读者的不同需求。

### 3. 强大的驻站专家阵容

网站将陆续邀请一批省内外特高级教师进站,加强网站内容建设,为教师、学生提供高质量、高品位的服务。

### 4. 丰富的网上网下活动

专家视频讲座,使学生的学习变得更轻松;驻站专家深入教学一线作有针对性的专题报告,名师与学生零距离接触,面对面解决疑难问题。

### 5. 权威的中高考指导

利用网络快捷、便利的优势,对学生的中考和高考复习作动态指导。

### 6. 周到的个性化服务

驻站专家会及时为学生和教师答疑解惑。学习的困惑,教学的困扰,都会在这里得到专家的点拨。

### 7. 及时的考试信息

网站会为教师、学生、家长搜集整理最新的中高考信息,并提供详细的政策解读。

### 8. 家庭教育服务

专家解读家庭教育细节,为孩子量身定做成长方案,和家长共同关注孩子的健康成长。

欢迎您登录大象教育资源网一展风采

网址:www.daxiang.cn

## 编写说明

从2008年秋季开始,河南省全面进入普通高中新课程改革。为了新课程实验在我省的顺利实施,为了更好地服务于高中教学,河南省基础教育教学研究室和大象出版社在深入调研、充分论证的基础上,对传统品牌教辅“高中学习指导”进行重新定位,重新组织开发了“高中新课程学习指导”丛书。这套丛书已于2008年秋季开始在全省推广使用。2009年,我们根据河南省选修教材选用情况,组织编写了“高中新课程学习指导”(选修版)。

遵循推进课改、利于教学的原则,树立以学生发展为本的教育理念,由省内外教研专家和高中一线名师倾力打造的“高中新课程学习指导”(选修版)具有以下特色:**基础性**——体现基础教育教学改革的精神,为学生的终身发展奠定基础;**选择性**——提供个性化、多样化的学习资源,为促进学生全面而有个性的发展创造广阔的自主学习空间;**适用性**——为河南省高中学生量身定做;**创新性**——站在课改前沿,依据新课程理念,培养学生创新精神。

“高中新课程学习指导”(选修版)按课时编写,设置的主要栏目有:

**名师要点解析** 名师解析学习中的重点、难点、盲点和易错点。

**基础同步自测** 习题设计重点在对本课时基础知识和基本技能的巩固和掌握,同时也兼顾综合能力的拓展。

每单元(章)设置的主要栏目有:

**课标同步导航** 对课标目标进行分解细化,列出要求达到的目标,主干知识,重要概念或公式,并提出学习建议。

**高考同步链接** 为学生打开高考的一面窗,让他们走进高考、感悟高考。

**单元(本章)综合测试** 通过综合性的训练,促进对本单元(章)知识的全面掌握。

(上述各栏目的设置,个别学科因为教材特点略有不同)

为方便同学们对所学知识进行自我检验,在各单元(章)讲解和训练之后还设置了两套“**模块(阶段)评价测试**”;在全书最后附有“**习题详解点拨**”,对所有习题提供详尽的答案和解题思路。

本套丛书包括思想政治、语文、数学、英语、物理、化学、历史、地理、生物九个学科。

参加本册编写的作者是王新峰、江振晓、姬翠萍、孙士放、雷玉印、宋润锋、曹四清、姚爱民、赵小强同志,参加2010年版修订工作的作者是张六军、焦金安同志,最后由骆传枢、张海营、刘志凤同志统稿。

对使用中发现的错谬缺漏之处,恳请广大师生批评指正。

河南省基础教育教学研究室

# 目 录

## 第一章 常用逻辑用语/1

课标同步导航/1

§1 命题/1

§2 充分条件与必要条件/3

§3 全称量词与存在量词/5

§4 逻辑联结词“且”“或”“非”/8

高考同步链接/10

本章综合测试/11

## 第二章 空间向量与立体几何/14

课标同步导航/14

§1 从平面向量到空间向量/14

§2 空间向量的运算/14

§3 向量的坐标表示和空间向量基本定理/17

§4 用向量讨论垂直与平行/19

§5 夹角的计算/23

§6 距离的计算/27

高考同步链接/31

本章综合测试/34

## 第三章 圆锥曲线与方程/38

课标同步导航/38

§1 椭圆/38

1.1 椭圆及其标准方程/38

1.2 椭圆的简单性质/40

§2 抛物线/43



2.1 抛物线及其标准方程/43

2.2 抛物线的简单性质/45

§3 双曲线/47

3.1 双曲线及其标准方程/47

3.2 双曲线的简单性质/49

§4 曲线与方程/51

4.1 曲线与方程/51

4.2 圆锥曲线的共同特征/51

4.3 直线与圆锥曲线的交点/53

高考同步链接/56

本章综合测试/57

阶段评价测试一/61

阶段评价测试二/65

附习题详解点拨

# 第一章 常用逻辑用语

## 课标同步导航

### 1. 命题

(1) 了解命题、真命题、假命题的概念. 会判断哪些语句不是命题. 能熟练判断命题的真假性.

(2) 了解原命题的逆命题、否命题与逆否命题的定义. 会分析四种命题的相互关系, 并会判断四种命题的真假性.

### 2. 充分条件与必要条件

理解充分条件、必要条件与充要条件的意义, 对于“若  $p$ , 则  $q$ ”形式的命题, 会判断  $p$  成立与  $q$  成立的关系, 并能用充分不必要条件、必要不充分条件、充要条件、既不充分也不必要条件来表达  $p$  与  $q$  的关系.

### 3. 全称量词与存在量词

(1) 通过生活和数学中的丰富实例, 理解全称量词与存在量词的意义.

(2) 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

(3) 会判断一个命题是全称命题还是特称命题, 并会判断全称命题与特称命题的真假.

### 4. 逻辑联结词“且”“或”“非”

通过数学实例, 了解逻辑联结词“且”“或”“非”的含义, 并会判断“且”“或”“非”构成的命题的真假.

## §1 命题

### 名师要点解析

**【例1】**判断下列语句中哪些是命题, 哪些不是命题; 是命题的, 判断它是真命题还是假命题.

- (1) 奇偶性相同的两个整数之和是一个偶数;
- (2) 三角形的三个内角之和等于  $180^\circ$ ;
- (3) 如果  $a, b$  是任意两个正实数, 那么  $a + b \geq$

$2\sqrt{ab}$ ;

$$(4) \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

(5) 如果实数  $a$  满足  $a^2 = 9$ , 那么  $a = 3$ ;

(6) 非典型性肺炎是怎样传染的?

**【分析】**判断一个语句是不是命题, 是真命题还是假命题的依据是定义.

**【解】**(6) 不是命题, (1)(2)(3)(4)(5) 是命题.

其中(1)(2)(3)是真命题, (4)(5)是假命题.

**【点拨】**注意命题定义中关键的条件: 可判断真假的陈述句.

**【例2】**分别写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断它们的真假.

(1) 若  $q < 1$ , 则方程  $x^2 + 2x + q = 0$  有实根;

(2) 若  $ab = 0$ , 则  $a = 0$  或  $b = 0$ .

**【分析】**先利用定义写出原命题的逆命题、否命题和逆否命题, 再根据四种命题之间的关系判断它们的真假.

**【解】**(1) 逆命题: 若方程  $x^2 + 2x + q = 0$  有实根, 则  $q < 1$ . 它是假命题.

否命题: 若  $q \geq 1$ , 则方程  $x^2 + 2x + q = 0$  无实根. 它是假命题.

逆否命题: 若方程  $x^2 + 2x + q = 0$  无实根, 则  $q \geq 1$ . 它是真命题.

(2) 逆命题: 若  $a = 0$  或  $b = 0$ , 则  $ab = 0$ . 它是真命题.

否命题: 若  $ab \neq 0$ , 则  $a \neq 0$  且  $b \neq 0$ . 它是真命题.

逆否命题: 若  $a \neq 0$  且  $b \neq 0$ , 则  $ab \neq 0$ . 它是真命题.

**【点拨】**在判断命题的真假时, 应充分利用原命题与逆否命题, 逆命题与否命题是相同的. 要特别注意: 原命题为真, 它的逆命题可以为真, 也可以为假; 原命题为真, 它的逆否命题一定为真; 原命题为真, 它的否命题可以为真, 也可以为假.

## 基础同步自测

1. 下列语句属于命题的是 【 】

- A.  $|x+a|$                       B.  $\{0\} \subsetneq \mathbf{N}$   
C. 元素与集合                D. 真子集

2. 下列语句中命题的个数是 【 】

①地球上的四大洋; ②  $-5 \in \mathbf{Z}$ ; ③  $\pi \notin \mathbf{R}$ ; ④“我国的小河流”可以组成一个集合.

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

3. 命题“若  $A \cup B = A$ , 则  $A \cap B = B$ ”的否命题是 【 】

- A. 若  $A \cup B \neq A$ , 则  $A \cap B \neq B$   
B. 若  $A \cap B = B$ , 则  $A \cup B = A$   
C. 若  $A \cap B \neq B$ , 则  $A \cup B \neq A$   
D. 若  $A \cup B \neq A$ , 则  $A \cap B = B$

4. 下列命题中, 不是真命题的是 【 】

A. “若  $b^2 - 4ac \geq 0$ , 则关于  $x$  的二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有实根”的逆否命题

B. “四边相等的四边形是正方形”的逆命题

C. “ $x^2 = 9$ , 则  $x = \pm 3$ ”的否命题

D. “点(1,1)在第一象限”的逆命题

5. 一个命题与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中 【 】

- A. 真命题的个数一定是奇数  
B. 真命题的个数一定是偶数  
C. 真命题的个数可能是奇数也可能是偶数  
D. 以上判断均不正确

6. 有下列四个命题, 其中真命题是 【 】

①“若  $xy = 1$ , 则  $x, y$  互为倒数”的逆命题;

②“相似三角形的周长相等”的否命题;

③“若  $b \leq 1$ , 则关于  $x$  的方程  $x^2 - 2bx + b^2 + b = 0$  有实根”的逆否命题;

④“若  $A \cup B = B$ , 则  $A \supseteq B$ ”的逆否命题.

- A. ①②                      B. ②③                      C. ①                      D. ②④

7. 在下列命题中, 属于真命题的是 【 】

A. “若  $ac > bc$ , 则  $a > b$ ”

B. “若  $b = 3$ , 则  $b^2 = 9$ ”的逆命题

C. “当  $x = 2$  时,  $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的否命题

D. “相似三角形的对应角相等”的逆否命题

8. 下列命题: ①若  $xy = 1$ , 则  $x, y$  互为倒数; ②四条边相等的四边形是正方形; ③平行四边形是梯形; ④若  $ac^2 > bc^2$ , 则  $a > b$ . 其中属于真命题的有 \_\_\_\_\_. (填序号)

9. 命题“若  $a > 1$ , 则  $a > 0$ ”的逆命题是 \_\_\_\_\_, 逆否命题是 \_\_\_\_\_.

10. 判断下列语句中哪些是命题:

- (1)  $9 > 2$ ;  
(2) 0 是最小的自然数;  
(3)  $\sqrt{5}$  是无理数吗?  
(4) 任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $(x-1)^2 \geq 0$ ;  
(5) 每个向量都有方向;  
(6) 2 是方程  $x + 3 = 0$  的根.

11. 指出下列命题的条件  $p$  和结论  $q$ , 并判断真假.

- (1) 负数的立方根是正数;  
(2) 末位数字是 0 或 5 的整数, 能被 5 整除.



12. 同住一间寝室的四名女生,她们当中一人在修指甲,一人在看书,一人在梳头发,一人在听音乐.

- (1)  $A$  不在修指甲也不在看书;
- (2)  $B$  不在听音乐也不在修指甲;
- (3) 如果  $A$  不在听音乐,那么  $C$  不在修指甲;
- (4)  $D$  不在看书也不在修指甲;
- (5)  $C$  不在看书也不在听音乐.

若上面的命题都是真命题,问:她们各自在干什么?

13. 把下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式,并写出它们的逆命题、否命题和逆否命题.

- (1) 矩形的两条对角线互相平分;
- (2) 一个小于  $-5$  的数的平方大于  $25$ .

## §2 充分条件与必要条件

### 名师要点解析

【例1】在下列各题中,判断  $p$  是  $q$  的什么条件.

(1)  $p$ : 两个三角形全等,  $q$ : 两个三角形面积相等;

(2)  $p$ : 圆  $x^2 + y^2 = r^2$  与直线  $ax + by + c = 0$  相切,  $q: c^2 = (a^2 + b^2)r^2 (r^2 > 0)$ .

【分析】若  $p \Rightarrow q$ , 则称  $p$  是  $q$  的充分条件, 即由  $p$  成立可得出  $q$  成立, 则  $p$  是  $q$  成立的充分条件. 若  $q \Rightarrow p$ , 则称  $p$  是  $q$  的必要条件. 若  $p \Leftrightarrow q$ , 则称  $p$  是  $q$  的充要条件. 也称  $q$  是  $p$  的充要条件.

【解】(1) 因为“若两个三角形全等, 则两个三角形面积相等”是真命题, 而“若两个三角形面积相等, 则两个三角形全等”是假命题, 即  $p$  是  $q$  的充分但不必要条件.

(2) 若圆  $x^2 + y^2 = r^2$  与直线  $ax + by + c = 0$  相切, 圆心到直线  $ax + by + c = 0$  的距离等于  $r$ , 即  $r = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ , 所以,  $c^2 = (a^2 + b^2)r^2$ ; 若  $c^2 = (a^2 + b^2)r^2$ , 则  $r = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  成立, 说明  $x^2 + y^2 = r^2$  的圆心  $(0, 0)$

到直线  $ax + by + c = 0$  的距离等于  $r$ , 即圆  $x^2 + y^2 = r^2$  与直线  $ax + by + c = 0$  相切. 故  $p$  是  $q$  的充要条件.

【点拨】对于涉及充分必要条件判断的问题, 必须以准确、完整地理解充分、必要、充要条件的概念为基础, 有些问题需转化为等价命题后才容易判断.

【例2】已知  $p, q$  都是  $r$  的必要条件,  $s$  是  $r$  的充分条件,  $q$  是  $s$  的充分条件, 那么: (1)  $s$  是  $q$  的什么条件? (2)  $r$  是  $q$  的什么条件? (3)  $p$  是  $q$  的什么条件?

【分析】将已知  $r, p, q, s$  的关系作一个“ $\Rightarrow$ ”图(如图 1-1 所示).

【解】(1) 如图 1-1,

图 1-1

$\therefore q \Rightarrow s, s \Rightarrow r \Rightarrow q,$

$\therefore s$  是  $q$  的充要条件.

(2) 如图 1-1,

$\therefore r \Rightarrow q, q \Rightarrow s \Rightarrow r,$

$\therefore r$  是  $q$  的充要条件.

(3) 如图 1-1,

$\therefore q \Rightarrow s \Rightarrow r \Rightarrow p,$

$\therefore p$  是  $q$  的必要不充分条件.

【点拨】若  $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, r \Rightarrow s$ , 则  $p \Rightarrow s$ , 即  $p$  是  $s$  的充分条件, 利用这个结论可研究多个命题之间的充要关系. 画“ $\Rightarrow$ ”图在解决较多个条件的问题时经常用到, 细心体会递推法是理解充要条件的一个重要方法.

### 基础同步自测

1. 设原命题“若  $p$ , 则  $q$ ”是真命题, 而其逆命题是假命题, 则  $p$  是  $q$  的 【 】

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则  $x < 2$  的一个必要不充分条件是 【 】

- A.  $x > 1$
- B.  $x < 1$
- C.  $x > 3$
- D.  $x < 3$

3. 设原命题“若  $p$ , 则  $q$ ”与其逆命题皆为真命题, 则  $p$  是  $q$  的 【 】

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

4. 如果  $p$  是  $q$  的必要不充分条件,  $q$  是  $r$  的充要条件,  $s$  是  $r$  的充分不必要条件, 那么  $p$  是  $s$  的 【 】

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5.  $x^2 + (y-2)^2 = 0$  是  $x(y-2) = 0$  的 【 】

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. 若  $a, b$  为实数, 则  $a > b > 0$  是  $a^2 > b^2$  的 【 】

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. 一个三角形为直角三角形的一个必要不充分条件是 【 】

A. 有两个内角相等

B. 有两个内角分别等于  $30^\circ$  和  $60^\circ$

C. 一条边上的中线长等于该边长的一半

D. 三个内角的和等于  $180^\circ$

8. 直线  $l_1$  与  $l_2$  互相平行的一个充分条件是 【 】

A.  $l_1, l_2$  都平行于同一个平面

B.  $l_1, l_2$  与同一平面所成的角相等

C.  $l_1$  平行于  $l_2$  所在的平面

D.  $l_1, l_2$  都垂直于同一平面

9. 已知  $\alpha, \beta$  表示两个不同的平面,  $m$  为平面  $\alpha$  内的一条直线, 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $m \perp \beta$ ”的 【 】

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

10. “ $a = 3$ ”是“直线  $ax + 2y + 3a = 0$  和直线  $3x + (a-1)y = a-7$  平行且不重合”的 【 】

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

11. 若  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 则  $y = f(x)$  为奇函数的一个充要条件为 【 】

- A.  $f(x) = 0$
- B. 对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 0$  都成立
- C. 存在某  $x_0 \in \mathbf{R}$ ,  $f(x_0) + f(-x_0) = 0$
- D. 对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) + f(-x) = 0$  都成立

12. “ $a < 0$ ”是“方程  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  至少有一个负根”的 【 】

- A. 必要不充分条件
- B. 充分不必要条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

13. 设  $A, B, C$  为三个集合, 则条件  $A \subsetneq B$  是  $A \subsetneq (B \cup C)$  的 【 】

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

14. 设计如图 1-2 所示的三个电路图, 条件  $p$ : “开关  $S_1$  闭合”, 条件  $q$ : “灯泡  $L$  亮”, 问: 三个电路中,  $p$  分别是  $q$  的什么条件?

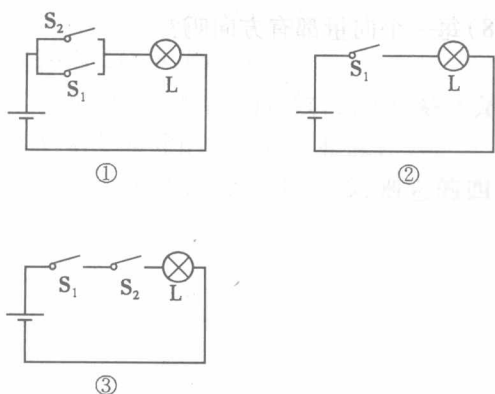


图 1-2

15. 已知  $p$  是  $q$  的充分条件,  $q$  是  $r$  的必要条件, 也是  $s$  的充分条件,  $r$  是  $s$  的必要条件. 问:

- (1)  $p$  是  $r$  的什么条件?
- (2)  $s$  是  $q$  的什么条件?
- (3)  $p, q, r, s$  中哪几对互为充要条件?

### §3 全称量词与存在量词



#### 名师要点解析

【例1】判断下列命题是全称命题还是特称命题, 并对这些命题进行否定, 判断其否定的真假.

- (1) 对于所有的  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0$ ;
- (2) 所有的正方形都是矩形;
- (3) 存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 + 2x + 2 \leq 0$ ;
- (4) 至少有一个实数  $x$ , 使  $x^3 + 1 = 0$ .

【分析】全称命题  $p$ : 所有的  $x \in M$ , 都有  $p(x)$  成立的否定为: 存在  $x \in M$ , 使  $p(x)$  不成立, 即全称命题的否定是特称命题.

特称命题  $p$ : 存在  $x \in M$ , 使  $p(x)$  成立的否定为: 对于所有的  $x \in M$ , 都有  $p(x)$  不成立, 即特称命题的否定是全称命题.

【解】(1) 为全称命题, 其否定是: 存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 - x + \frac{1}{4} < 0$ , 为假命题.

(2) 为全称命题, 其否定是: 至少有一个正方形不是矩形, 为假命题.

(3) 为特称命题, 其否定是: 对于所有的  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $x^2 + 2x + 2 > 0$ , 为真命题.

(4) 为特称命题, 其否定是: 对于所有的  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $x^3 + 1 \neq 0$ , 为假命题.

【点拨】命题的否定与否命题要区别开来. 要特别注意在全称命题和特称命题的否定中, 全称量词与存在量词是如何对应转换的, 命题条件是如何对应变化的.

【例2】判断下列全称命题的真假, 并对其进行否定.

- (1) 对所有的正实数  $x$ , 都有  $\sqrt{x} < x$ ;
- (2) 所有的  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $x^2 + 5x = 24$ .

【解】(1) 是假命题, 如  $x = 0.01$  等. 其否定是: 存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使  $\sqrt{x} \geq x$ .

(2) 是假命题, 如  $x = 1$  等. 其否定是: 存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 + 5x \neq 24$ .

【点拨】重点理解全称命题与特称命题的否定规律.



#### 基础同步自测

1. 下列命题为特称命题的是 ( )

- A. 偶函数的图像关于  $y$  轴对称  
 B. 正四棱柱都是平行六面体  
 C. 不相交的两条直线是平行直线  
 D. 存在实数大于等于 3

2. 下列命题中全称命题的个数为 【 】

- ①有的实数是无限不循环小数;  
 ②有的菱形是正方形;  
 ③个位数字是 0 的整数,可以被 2 整除;  
 ④四面体的四个面中,每两个面之间的夹角均

相等;

- ⑤有些三角形不是等腰三角形;  
 ⑥角平分线上的点到这个角的两边的距离相

等.

A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

3. 下列特称命题中真命题的个数是 【 】

- ①存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使  $x \leq 0$ ;  
 ②至少有一个整数,它既不是合数又不是素数;  
 ③存在  $x \in \{x | x \text{ 是无理数}\}$ , 使  $x^2$  是有理数.

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

4. 下列全称命题中假命题的个数是 【 】

- ①  $2x+1$  是整数 ( $x \in \mathbf{R}$ ); ②对所有的  $x \in \mathbf{R}$ ,  $x > 3$ ; ③对任意一个  $x \in \mathbf{Z}$ ,  $2x^2+1$  为奇数.

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

5. 命题“原函数与反函数的图像关于  $y=x$  对称”的否定是 【 】

- A. 原函数与反函数的图像关于  $y=-x$  对称  
 B. 原函数不与反函数的图像关于  $y=x$  对称  
 C. 存在一个原函数与反函数的图像不关于  $y=x$  对称

D. 存在原函数与反函数的图像关于  $y=x$  对称

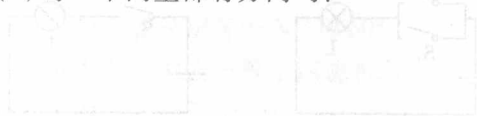
6. 命题“对于所有的  $x \in \mathbf{N}$ , 都有  $x^3 > x^2$ ”的否定是: \_\_\_\_\_.

7. 命题“存在一个三角形没有外接圆”的否定是: \_\_\_\_\_.

8. 判断下列语句哪些是全称命题,哪些是特称命题.

- (1) 有一个实数  $a$ ,  $a$  不能取对数;  
 (2) 所有不等式的解集  $A$ , 都有  $A \subseteq \mathbf{R}$ ;  
 (3) 三角函数都是周期函数吗?  
 (4) 有的向量方向不定;  
 (5) 中国的所有江河都流入太平洋;  
 (6) 0 不能作除数;  
 (7) 任何一个实数除以 1, 仍等于这个实数;

(8) 每一个向量都有方向吗?



9. 判断下列命题是全称命题还是特称命题,并判定命题的真假.

(1) 在平面直角坐标系中,任意有序实数对  $(x, y)$  都对应一点  $P$ ;

(2) 存在一个函数,既是偶函数又是奇函数;

(3) 每一条线段的长度都能用正有理数表示;

(4) 存在一个实数,使等式  $x^2+x+8=0$  成立.

10. 写出下列命题的否定.

- (1) 若  $2x > 4$ , 则  $x > 2$ ;
- (2) 可以被 5 整除的整数, 其末位数字是 0;
- (3) 被 8 整除的数能被 4 整除;
- (4) 若一个四边形是正方形, 则它的四条边相等.

12. 设集合  $M = \{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ , 试写出下列各个命题的否定, 并判断其真假.

- (1) 对于所有的  $n \in M$ , 都有  $n < 12$ ;
- (2) 存在  $m \in \{\text{奇数}\}$ , 使  $m \in M$ .

11. 写出下列命题的否定, 并判断其真假.

- (1) 存在一个三角形是直角三角形;
- (2) 至少有一个锐角  $\alpha$ , 使  $\sin \alpha = 0$ ;
- (3) 在实数范围内, 有一些一元二次方程无解.

## §4 逻辑联结词“且”“或”“非”



## 名师要点解析

【例1】将下面命题分别用“且”“或”“非”联结成新命题“ $p$ 且 $q$ ”“ $p$ 或 $q$ ”“ $\neg p$ ”的形式,并判断它们的真假.

$p$ :35是15的倍数, $q$ :35是7的倍数.

【分析】在使用逻辑联结词构成新命题时,关键要搞清“且”“或”“非”的意义.

【解】 $p$ 且 $q$ :35是15的倍数且35是7的倍数.

也可简写成35是15的倍数且是7的倍数.

$p$ 或 $q$ :35是15的倍数或35是7的倍数.

也可简写成35是15的倍数或是7的倍数.

$\neg p$ :35不是15的倍数.

由于 $p$ 是假命题, $q$ 是真命题,所以“ $p$ 且 $q$ ”是假命题,“ $p$ 或 $q$ ”是真命题,“ $\neg p$ ”是真命题.

【点拨】在用“且”和“或”构造新命题时,如果简写,应注意保持命题的意思不变.

【例2】命题“方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解是 $x = \pm 2$ ”使用的逻辑联结词是 【 】

- A. 没有使用逻辑联结词
- B. 使用了逻辑联结词“且”
- C. 使用了逻辑联结词“或”
- D. 使用了逻辑联结词“非”

【解】“方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解是 $x = \pm 2$ ”就是“方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解是 $x = 2$ 或 $x = -2$ ”,所以该命题是用逻辑联结词“或”联结的,答案为C.

【点拨】一般地,对于一元二次方程的两个实根是用“或”联结的.类似地,还有 $xy = 0$ 可写作 $x = 0$ 或 $y = 0$ .而对于实数 $x, y$ 满足 $x^2 + y^2 = 0$ ,则用“且”联结,即 $x = 0$ 且 $y = 0$ .



## 基础同步自测

1. 若命题 $p$ :0是偶数,命题 $q$ :2是3的约数,则下列命题中为真命题的是 【 】

- A.  $p$ 且 $q$
- B.  $p$ 或 $q$
- C.  $\neg p$
- D.  $\neg p$ 且 $\neg q$

2. 如果命题“ $p$ 或 $q$ ”与命题“ $\neg p$ ”都是真命题,那么 【 】

- A. 命题 $p$ 不一定是假命题
- B. 命题 $q$ 一定为真命题
- C. 命题 $q$ 不一定是真命题

D. 命题 $p$ 与命题 $q$ 的真假性相同

3.  $p: a^2 + b^2 < 0 (a, b \in \mathbf{R}), q: a^2 + b^2 \geq 0 (a, b \in \mathbf{R})$ ,则下列结论中正确的是 【 】

- A. “ $p$ 或 $q$ ”为真命题
- B. “ $p$ 且 $q$ ”为真命题
- C. “ $\neg p$ ”为假命题
- D. “ $\neg q$ ”为真命题

4. 已知全集 $S = \mathbf{R}, A \subseteq S, B \subseteq S, \sqrt{2} \in A$ ,若命题 $p: \sqrt{2} \in (A \cup B)$ ,则与命题“ $\neg p$ ”等价的是 【 】

- A.  $\sqrt{2} \notin A$
- B.  $\sqrt{2} \in \complement_S B$
- C.  $\sqrt{2} \notin (A \cap B)$
- D.  $\sqrt{2} \in (\complement_S A) \cap (\complement_S B)$

5. 以下判断中正确的是 【 】

A. 命题 $p$ 是真命题时,命题“ $p$ 且 $q$ ”一定是真命题

B. 命题“ $p$ 且 $q$ ”为真命题时,命题 $p$ 一定是真命题

C. 命题“ $p$ 且 $q$ ”为假命题时,命题 $p$ 一定是假命题

D. 命题 $p$ 是假命题时,命题“ $p$ 且 $q$ ”不一定是假命题

6. 已知命题 $p: 3 \geq 3, q: 3 > 4$ ,则下列判断正确的是 【 】

- A. “ $p$ 或 $q$ ”为真,“ $p$ 且 $q$ ”为真,“ $\neg p$ ”为假
- B. “ $p$ 或 $q$ ”为真,“ $p$ 且 $q$ ”为假,“ $\neg p$ ”为真
- C. “ $p$ 或 $q$ ”为假,“ $p$ 且 $q$ ”为假,“ $\neg p$ ”为假
- D. “ $p$ 或 $q$ ”为真,“ $p$ 且 $q$ ”为假,“ $\neg p$ ”为假

7. 设命题 $p: x^2 + 1 > \frac{1}{2}$ ,命题 $q: x^2 + 2x + 2 = 0$ 有实数根.则下列命题属于真命题的是 【 】

- A.  $\neg p$
- B.  $p$ 且 $q$
- C.  $p$ 或 $q$
- D.  $q$

8. 设命题 $p: \log_2 3 > 0$ ,命题 $q: 2^{-2} = -\frac{1}{4}$ .则下列说法错误的是 【 】

- A. 命题“ $p$ 或 $q$ ”是真命题
- B. 命题“ $p$ 且 $q$ ”是假命题
- C. 命题“ $\neg q$ ”是真命题
- D. 命题“ $p$ 且 $q$ ”是真命题

9. 由命题“ $p$ :6是12的约数”和命题“ $q$ :6是24的约数”构成的“ $p$ 或 $q$ ”形式的命题是\_\_\_\_\_;“ $p$ 且 $q$ ”形式的命题是\_\_\_\_\_;“ $\neg p$ ”形式的命题是\_\_\_\_\_.

10. 命题 $p$ :0不是自然数,命题 $q$ : $\pi$ 是无理数,



在命题“ $p$  且  $q$ ”“ $p$  或  $q$ ”“ $\neg p$ ”“ $\neg q$ ”中,假命题是\_\_\_\_\_,  
真命题是\_\_\_\_\_.

11. 分别写出由下列各组命题构成的“ $p$  或  $q$ ”  
“ $p$  且  $q$ ”“ $\neg p$ ”形式的新命题.

(1) $p:\sqrt{2}$ 是无理数, $q:\sqrt{2}$ 大于1;

(2) $p:\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}, q:\{0\} \subseteq \mathbf{N}$ ;

(3) $p:x^2+1>x-4, q:x^2+1<x-4$ .

12. 分别指出由下列各组命题构成的“ $p$  或  $q$ ”  
“ $p$  且  $q$ ”“ $\neg p$ ”形式的新命题的真假.

(1) $p:4+3=7, q:5<4$ ;

(2) $p:9$ 是质数, $q:8$ 是12的约数;

(3) $p:\emptyset=\{0\}, q:\emptyset\subseteq\emptyset$ .

## 高考同步链接

### 走进高考

【例1】(2008·广东)命题“若函数 $f(x) = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )在其定义域内是减函数,则 $\log_a 2 < 0$ ”的逆否命题是 【 】

- A. 若 $\log_a 2 \geq 0$ ,则函数 $f(x) = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )在其定义域内不是减函数  
 B. 若 $\log_a 2 < 0$ ,则函数 $f(x) = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )在其定义域内不是减函数  
 C. 若 $\log_a 2 \geq 0$ ,则函数 $f(x) = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )在其定义域内是减函数  
 D. 若 $\log_a 2 < 0$ ,则函数 $f(x) = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )在其定义域内是减函数

【解】根据逆否命题的定义易得答案为 A.

【例2】(2007·海南、宁夏)已知命题 $p$ :对于所有的 $x \in \mathbf{R}$ ,都有 $\sin x \leq 1$ ,则 $\neg p$ 为 【 】

- A. 存在 $x \in \mathbf{R}$ ,使 $\sin x \geq 1$   
 B. 对于所有的 $x \in \mathbf{R}$ ,都有 $\sin x \geq 1$   
 C. 存在 $x \in \mathbf{R}$ ,使 $\sin x > 1$   
 D. 对于所有的 $x \in \mathbf{R}$ ,都有 $\sin x > 1$

【解】此题是含一个量词的命题的否定,注意全称命题与特称命题的否定规律应用. 命题“ $p$ :对于所有的 $x \in \mathbf{R}$ ,都有 $\sin x \leq 1$ ”是全称命题,它的否定是“ $\neg p$ :存在 $x \in \mathbf{R}$ ,使 $\sin x > 1$ ”. 因此,答案为 C.

### 感悟高考

1. (2008·宁夏)平面向量 $a, b$ 共线的充要条件是 【 】

- A.  $a, b$ 方向相同  
 B.  $a, b$ 两向量中至少有一个为零向量  
 C. 存在 $\lambda \in \mathbf{R}, b = \lambda a$   
 D. 存在不全为零的实数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1 a + \lambda_2 b = 0$

2. (2008·北京)“函数 $f(x)$  ( $x \in \mathbf{R}$ )存在反函数”是“函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数”的 【 】

- A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充分必要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

3. (2008·福建)“ $a = 1$ ”是“直线 $x + y = 0$ 和直线 $x - ay = 0$ 互相垂直”的 【 】

- A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

4. (2008·湖北)若非空集合 $A, B, C$ 满足 $A \cup B = C$ ,且 $B$ 不是 $A$ 的子集,则 【 】

- A. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的充分不必要条件  
 B. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的必要不充分条件  
 C. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的充要条件  
 D. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的既不充分也不必要条件

5. (2009·四川)已知 $a, b, c, d$ 为实数,且 $c > d$ ,则“ $a > b$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的 【 】

- A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

6. (2009·天津)命题“存在 $x \in \mathbf{R}, 2^x \leq 0$ ”的否定是 【 】

- A. 不存在 $x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$   
 B. 存在 $x \in \mathbf{R}, 2^x \geq 0$   
 C. 对任意的 $x \in \mathbf{R}, 2^x \leq 0$   
 D. 对任意的 $x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$

## 本章综合测试

## 一、选择题

1. 已知命题“非空集合  $M$  的元素都是集合  $P$  的元素”是假命题,那么下列命题:

- ①  $M$  的元素都不是  $P$  的元素;
- ②  $M$  中有不属于  $P$  的元素;
- ③  $M$  中有  $P$  的元素;
- ④  $M$  中元素不全是  $P$  的元素.

其中真命题的个数为

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

2.  $A \subseteq B$  是  $A = B$  的

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

3. 命题“平行四边形的对角线相等且互相平分”是

- A. 无逻辑联结词的命题
- B. “ $p$  或  $q$ ”形式的命题
- C. “ $p$  且  $q$ ”形式的命题
- D. “ $\neg p$ ”形式的命题

4. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则“ $x = 1$ ”是“ $x^3 = x$ ”的

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. 甲:  $\alpha$  是第二象限的角; 乙:  $\sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0$ , 则甲是乙成立的

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. 命题  $p$ : 存在实数  $m$ , 使方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  有实数根, 则“ $\neg p$ ”形式的命题是

- A. 存在实数  $m$ , 使方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  无实数根
- B. 不存在实数  $m$ , 使方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  无实数根

根

C. 对任意的实数  $m$ , 方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  无实数根

D. 至多有一个实数  $m$ , 使方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  有实数根

7. 设有甲、乙、丙三个命题, 如果甲是乙的充要条件, 丙是乙的充分不必要条件, 那么

- A. 丙是甲的充分不必要条件
- B. 丙是乙的必要不充分条件
- C. 丙是甲的充要条件
- D. 丙是甲的既不充分也不必要条件

8. 下列选项中,  $p$  是  $q$  成立的充要条件的是

- A.  $p: a < b, q: bc^2 < ac^2$
- B.  $p: a > b, c > d, q: a - d > b - c$
- C.  $p: a > b > 0, c > d > 0, q: ac > bd$
- D.  $p: |a - b| = |a| + |b|, q: ab \leq 0$

## 二、填空题

9. “ $x < 3 \Rightarrow x < 5$ ”的逆命题为\_\_\_\_\_, 否命题为\_\_\_\_\_, 逆否命题为\_\_\_\_\_, 其中真命题有\_\_\_\_\_个 (包括原命题).

10. 命题“正三角形的三边相等”的否定是\_\_\_\_\_.

11. 命题“对于所有的  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $x^2 - x + 3 > 0$ ”的否定是\_\_\_\_\_.

12. 已知命题  $p$ : 若实数  $x, y$  满足  $x^2 + y^2 \neq 0$ , 则  $x, y$  不全为 0; 命题  $q$ : 若  $a > b$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ . 构成的下列四个新命题: ①  $p$  且  $q$ ; ②  $p$  或  $q$ ; ③  $\neg p$ ; ④  $\neg q$ . 其中是真命题的是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

13. 指出下列包含逻辑联结词的命题构成的形式及由哪些命题构成, 并判断各命题的真假.

- (1)  $2 \leq 3$ ;
- (2)  $A \not\subseteq (A \cup B)$ ;
- (3) 1 是质数或合数;