博弈论

GAME THEORY

■ 范如国　编著

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

博弈论

GAME THEORY

■ 范如国　编著

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

博弈论/范如国编著. —武汉:武汉大学出版社,2011.4
ISBN 978-7-307-08506-0

Ⅰ.博…　Ⅱ.范…　Ⅲ.对策论　Ⅳ.O225

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 011970 号

责任编辑:范绪泉　　　责任校对:王　建　　　版式设计:马　佳

出版发行:武汉大学出版社　(430072　武昌　珞珈山)
(电子邮件:cbs22@whu.edu.cn 网址:www.wdp.whu.edu.cn)
印刷:湖北鄂东印务有限公司
开本:787×1092　1/16　印张:20.75　字数:474 千字
版次:2011 年 4 月第 1 版　　2011 年 4 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-307-08506-0/O · 442　　定价:29.00 元

前　　言

博弈论(Game Theory)又叫对策论，是一门以数学为基础、研究对抗冲突中最优解问题的学科。它是现代数学的一个新分支，也是运筹学的重要构成内容。

博弈论作为一门学科，是在20世纪五六十年代发展起来的，当非零和博弈理论，特别是不完全信息博弈理论获得充分发展时，才正式确立。到20世纪70年代，博弈论正式成为主流经济学研究的主要方法之一。1994年诺贝尔经济学奖同时授予了纳什、泽尔腾、海萨尼三位博弈论专家。2005年诺贝尔经济学奖又授予了美国经济学家托马斯·谢林(Thomas Schelling)和以色列经济学家罗伯特·奥曼(Robert Aumann)，以表彰他们在合作博弈方面的巨大贡献。2007年度诺贝尔经济学奖授予赫维茨、马斯金和罗杰·B. 迈尔森三名美国经济学家，他们因机制设计理论而获此殊荣，机制设计理论是博弈论研究的重要内容。

博弈论是人们深刻理解诸如经济行为和社会问题的基础。现在人们所说的博弈论，一般指非合作博弈论。非合作博弈强调的是个人理性、个人最优决策，其结果可能是有效率的，也可能是无效率的。它的特征是：人们行为相互作用时，行为人不能达成一个有约束力的协议。或者说，行为人之间的合约对于签约人没有实质性约束力。然而，在各种生活行为中，人与人之间除了竞争关系，还存在合作关系，常常是两种关系并存，合理的合作能够给双方带来共同利益。这是合作型博弈论研究的范畴。

对于人类而言，博弈论最重要的贡献就在于它能够促进人类思维的发展，促进人类的相互了解与合作。博弈论告诉人们，每个人都有自己的思想，每个个体都是理性的，所以必须了解竞争对手的思想。博弈论在很多领域中都有应用，在政治、军事学领域，博弈论被用于分析选举策略、竞争问题、战争起因等重大事宜。

在过去二三十年中，博弈论已成为社会科学研究的一个重要方法。有人说，如果未来社会科学还有纯理论的话，那就是博弈论。无论是合作博弈还是非合作博弈都给我们提供了一种系统的分析方法，使人们在其命运取决于他人的行为时制定出相应的战略。特别是当许多相互依赖的因素共存，没有任何决策能独立于其他决策之外时，博弈论更是价值巨大。

进入20世纪80年代，博弈论发展更加迅速。在经济学中，博弈论作为一种重要的分析方法已渗透到几乎所有的经济学领域，与博弈论相关的诺贝尔经济学奖获得者就有10位以上。许多优秀的经济学家和数学家投身于经济博弈论的研究，并且以主流经济学的面貌出现。博弈论的出现是对西方经济学的补充，也是对它的颠覆。按照亚当·斯密的理论，在市场经济中，每个人都从个人理性的目的出发，最终全社会达到利他的效果。但"囚徒困境"给出了一个悖论：从个人理性目的出发，结果损人不利己。从这个

意义上说，纳什均衡提出的悖论实际上动摇了西方经济学的基石。最近十几年来，博弈论在经济学尤其是微观经济学中得到了广泛的运用，博弈论在许多方面改写了微观经济学的基础，正在成为微观经济学新的基础。经济学家们已经把研究策略相互作用的博弈论当作最合适的分析工具来分析各类经济问题，诸如公共经济、国际贸易、自然资源、企业管理等。在现代经济学里，博弈论已经成为十分标准的分析工具，每一领域的最新进展都应用了博弈论。博弈论已经成为主流经济学的一部分，对经济学理论与方法正产生越来越重要的影响。

除经济学以外，博弈论目前在生物学、管理学、国际关系、计算机科学、政治学、军事战略和其他很多学科都有广泛应用。现在已经有愈来愈多的人开始关注、了解并学习博弈理论。

本书共分十章，涵盖了非合作博弈理论、合作博弈理论和演化博弈理论。主要介绍博弈论的基本理论、静态及动态博弈理论、重复博弈、合作博弈理论和演化博弈等理论，这些内容选择的难度和写作结构对于博弈理论的初学者来说是比较合适的，通过对这些相关内容的了解和学习，可以把握博弈理论的主要内容。

本书在给出理论的同时，给出了大量的经济应用模型，如在产业组织理论、国际贸易和工资理论等。一些属于当代经济学分支的专题，如拍卖理论、机制设计、道德风险、信号博弈等也都有详细的介绍。

本书在写作过程中，李星参加了第八、九两章内容的编写，李丹参与了第十章内容的编写，蔡海霞、黎玉英参与了资料收集与文字处理工作。同时，本书参阅了大量中外专业资料、著作和论文，在此谨向作者表示深深的谢意。武汉大学出版社的范绪泉博士对本书的写作和出版给予了大力的支持和帮助，在此也向他们表示感谢。由于编者水平有限，加之时间仓促，书中错误和不妥之处在所难免，恳请广大读者和同行批评指正。

编 者

2011 年 2 月

目　录

第一章　什么是博弈论

第一节　博弈论基本概念

一、关于博弈

“博弈论”(Game Theory)是一种关于游戏的理论，又叫对策论，“Game”的基本意义是游戏，因此“Game Theory”就是一种“游戏理论”。

古语云：“世事如棋。”生活中的每个人就如同棋手一样，在一张张看不见的棋盘上布设一颗颗棋子，努力争胜。看一下对弈的情景，精明谨慎的棋手们相互揣摩、相互牵制，人人争赢，下出诸多精彩纷呈、变化多端的棋局。博弈论就是研究棋手们“出棋”时进行策略选择时的理性化、逻辑化行为，并将其系统化为一门科学。换句话说，博弈论就是研究个体如何在错综复杂且相互影响中得出最合理的策略的选择。事实上，博弈论也正是衍生于古老的游戏，如象棋、围棋、扑克等。数学家们将诸如象棋、围棋、扑克等这些具体的问题抽象化，通过建立完备的逻辑框架和体系来研究其变化及其规律。

在我国把“Game”和“Game Theory”译成“博弈”和“博弈论”，学术味很是浓郁。虽然“博弈”的通俗意思不过是对弈，但它毕竟是一个不常用、有些文言色彩的词，因此给人以较强的理论色彩，甚至有点高深莫测的感觉。这又可能会使得一些博弈论的爱好者有些不敢去接触关于博弈论的书。不过，对更多的具有探讨求新精神的读者来说，用“博弈”和“博弈论”这种学术味很浓的名称，而不是“游戏”和“游戏理论”等容易让人觉得过于平常的称呼，更可能会让他们觉得值得一读，进而去做全面的学习和了解，不至于错过掌握其精髓的机会。事实上，博弈论对于那些对决策问题有着浓厚兴趣的读者，对于所有想要从事商务、政治、外交、法律工作的人，或者在比赛竞技中取胜、开拓思路提高决策水平的人，都是非常有价值的工具，学习、了解它的理论和方法是非常值得的。

博弈论主要研究人们策略的相互依赖行为。博弈论认为，人是理性的，即人人都会在一定的约束条件下最大化自身的利益，同时人们在交往合作中利益有冲突，行为互相影响，而且信息常常是不对称的。博弈论也研究人们的行为，在直接相互作用时的决策，以及决策的均衡等问题。

博弈论是人们深刻理解诸如经济行为和社会问题的基础。现在人们说的博弈论，一般指非合作博弈理论。非合作博弈强调的是个人理性、个人最优决策，其结果可能是有效率的，也可能是无效率的。它的特征是：人们相互作用时，当事人不能达成一个有约

束力的协议，或者这种合约对于签约人没有实质性的约束力。亚当·斯密在《国富论》中说，个人通过追求自身利益，他常常会比其实际上想做的那样更有效地促进社会利益。然而，非合作博弈论认为，从利己目的出发，结果是损人不利己，既不利己也不利他。例如，石油卡特尔欧佩克（OPEC）的产量协议，对于其成员国就没有约束力，因此，协议经常不能坚持到底，总有一国率先增产降价以谋求自己更高的利润。但是，如果借助纳什均衡的概念，我们就能够很好地解决这一问题。纳什均衡是一种策略组合，给定对手的策略，每个参与人选择自己的最优策略。也就是说，纳什均衡是一种困局，其他参与人的策略一定，没有任何人有积极性偏离这种均衡的局面。经济学中的完全竞争均衡，就是纳什均衡，因为买卖双方都是按照既定的价格进行交易量的选择，结果导致了零利润。把上述思想应用于现实经济、外交、政治、军事等情况，可以得出许多有启示性的结论，加深我们对人们的社会行为的认识。

现代博弈论还有另一个重要的理论方面，就是合作博弈。2005 年诺贝尔经济学奖就是授予了美国经济学家托马斯·谢林（Thomas Schelling）和以色列经济学家罗伯特·奥曼（Robert Aumann），以表彰他们在合作博弈方面的巨大贡献。托马斯·谢林和罗伯特·奥曼将非合作博弈纳什均衡上升到合作均衡。合作博弈强调的是集体主义、团体理性（Collective Rationality）、效率（Efficiency）、公平（Equality）、公正（Fairness）。合作博弈在经济、政治、军事、国际关系等应用领域有广泛的应用。

由于博弈论研究的问题大多是在各博弈方之间的策略对抗、竞争，或面对一种局面时的对策选择，因此博弈论在我国也被称为“对策论”，具体的博弈问题则被称为“对策问题”。其实，用“对策”和“对策论”称呼博弈和博弈论并不是很恰当，因为“对策”在实际中常被用来表示具体的应对方案，而博弈论所研究的决策问题却是有开始、有结束、有结果的完整过程，在这种过程中常常包含多个面对一定局面的对策选择，而问题的解则常常是由一组对策构成的一个完整的行动计划。

此外，在博弈论中，虽然每一方都要最大化自己的利益，但博弈理论和优化理论也有较大的差别。优化理论可以看成是单人决策，而博弈理论则是多人决策。

在优化理论中，影响结果的所有变量都控制在决策者自己手里；而在博弈中，影响结果的变量是由多个博弈者操纵的。如企业在追求自身成本最小化、利润最大化的过程中总是假定外部的条件是不变的，这是一个优化问题，而不是博弈问题，因为除了给定的外部条件外，剩下的因素都由决策者来控制，决策者自己就能控制决策的结果；如果外部条件是可变的，有其他主体参与，这时的决策过程就变成一个博弈过程了，因为决策的最终结果不但取决于决策者本身，而且也取决于其他决策者的决策。

而且，优化过程是一个确定性过程，因为做出决策后，确定的结果就出来了。博弈过程也有确定性，因为决策各方的决策做出后，每一方的收益就确定了；但博弈过程更多的是不确定性的，因为在一方做出决策后，影响结果的变量还有众多的其他博弈者的决策，在不知道其他博弈者决策的情况下，结果就不确定。例如，在产品降价博弈中，某一方发起降价是一个决策。如果发起降价竞争，其他企业肯定会有反应，必然会有一个确定的结果存在，这是确定性的表现，但是最后的结果如何，取决于其他企业如何应对，所以在发起降价竞争时，并不能知道确切的结局会怎样，这就是不确定性表现。由

此可以看出，现实生活中博弈无所不在，我们在做任何决策时，实际上都受到其他人决策的影响，并对我们做决策产生一定的影响，决策的结果除了由我们自己决定外还要受到其他主体决策的影响。

二、博弈的定义

下面我们给出一个关于博弈的定义。

博弈定义：博弈是指一些个人、团队或其他组织，面对一定的环境条件，在一定的约束条件下，依靠所掌握的信息，同时或先后，一次或多次，从各自可能的行为或策略集合中进行选择并实施，各自从中取得相应结果或收益的过程。

博弈是一种非常普遍的现象。在经济学中，博弈论是研究当某一经济主体的决策受到其他经济主体决策的影响，同时，该经济主体的相应决策又反过来影响其他经济主体选择的决策问题和均衡问题。

从上述定义中可以看出，一个标准的博弈应当包括：博弈方、行为、信息、策略、次序、收益、结果、均衡8个方面。

1. 博弈的参与人(Player)，又称“博弈方”，是指博弈中独立决策、独立承担后果，以自身利益最大化来选择行动的决策主体(可以是个人，也可以是团体，如厂商、政府、国家)，博弈方以最终实现自身利益最大化为目标。在一个博弈中，不管一个组织有多大，哪怕是一个国家，都可以作为博弈中的一个博弈方。一旦博弈的规则确定之后，各参加方都是平等的，大家都必须严格按照博弈规则行动。为统一起见，本书将博弈中的每个独立参加人都称为一个“博弈方”。

2. 博弈行为(Action)，是指参与人所有可能的策略或行动的集合，如消费者效用最大化决策中的各种商品的购买量；厂商利润最大化决策中的产量、价格等。根据该集合是有限还是无限，可分为有限次博弈和无限次博弈，后者表现为连续对策、重复博弈和微分对策等。

3. 博弈信息(Information)，是指参与人在博弈过程中所掌握的对选择策略有帮助的知识，特别是有关其他参与人(对手)的特征和行动的知识。信息在博弈中是一个重要的变量，信息结构变化了，博弈的一切结果都可能发生改变。比如人们在经济活动中之所以要签订合同，就是为了防止因为信息结构变化而带来的损失。

4. 博弈策略(Strategies)，又称战略，是指博弈方可选择的全部行为(Actions)或策略的集合，也就是指博弈方应该在什么条件下选择什么样的行动，即规定每个博弈方在进行决策时，可以选择的方法、做法或经济活动的水平等，以保证自身利益最大化。在不同的博弈中可供博弈方选择的策略或行为的数量很不相同，在同一个博弈中，不同博弈方的可选策略或行为的内容和数量也常常不相同，有的只有有限的一种或几种可选策略或行为，有的可能有许多种，甚至无限多种可选策略或行为。

5. 博弈次序(Order)，即博弈方做出策略选择的先后顺序。在现实的各种决策活动中，当存在多个独立决策方进行决策时，有时候需要这些博弈方同时做出选择，这样可以保证公平合理，而且许多博弈中博弈方的决策也有先后之分，并且有时一个博弈方的选择往往不止一次，这就存在博弈的次序问题。因此，在分析博弈时必须规定博弈中博

弈各方进行策略选择的次序，策略选择次序不同就是不同的博弈，即使博弈的其他方面都相同。

6. 博弈方收益(Payoff)，又称支付，是指博弈方从博弈中做出决策后的所得或所失，它是所有博弈方策略或行为的函数，是每个博弈方真正关心的东西，如消费者最终所获得的效用、厂商最终所获得的利润。由于我们对博弈的分析主要是通过数量关系的比较进行的，因此我们研究的绝大多数博弈，本身都有数量关系的结果或可以量化为数量的结果，例如收入、利润、损失、个人效用和社会效用、经济福利等，即"得益"。得益可以是正值，也可以是负值，它们是分析博弈模型的标准和基础。

7. 博弈结果(Outcome)，是指博弈者感兴趣的要素集合，例如选择的策略、得到的相关得益、策略路径等。

8. 博弈均衡(Equilibrium)，是指所有博弈方的最优策略或行动的组合。这里的"均衡"特指博弈中的均衡，一般称为"纳什均衡(Nash Equilibrium)"。

均衡是经济学中的重要概念。均衡即是平衡的意思。在经济学中，均衡意指相关量处于稳定状态。均衡分析是经济学中的重要分析。

博弈中的均衡，是指一种稳定的博弈结果。但不是说博弈的结果都能成为均衡。博弈的均衡是稳定的，是可以预测的。

以上八个方面是定义一个博弈时必须首先设定的，确定了上述八个方面就确定了一个博弈。博弈论就是系统研究可以用上述方法定义的各种博弈问题，寻求在各博弈方具有充分或者有限理性(Full or Bounded Rationality)、能力的条件下，合理的策略选择和合理选择策略时博弈的结果，并分析这些结果的经济意义、效率意义的理论和方法。

三、博弈论的基本特征

博弈论已形成一套完整的理论体系和方法论体系。博弈论分析具有下列特征：

(1)假设的合理性。博弈论的基本假设有两个：一个人理性，假设博弈者在进行决策时能够充分考虑到博弈者之间行为的相互作用及其可能影响，能够做出合乎理性的选择；二是博弈者最大化自己的目标函数，选择使自身收益最大化的策略。

(2)研究方法的独特性。作为一种重要的方法论体系，博弈论有其独特的研究方法，主要运用集合论、泛函分析、实变函数、微分方程等现代数学知识和分析工具来分析博弈问题，具有明显的数学公理化方法特征，使博弈论所分析的问题更为精确。同时，其研究方法还具有抽象化、模式化特征，涉及经济学、管理学、心理学和行为科学等多学科的理论和方法。

(3)研究内容和应用范围的广泛性。博弈论的研究内容和应用范围十分广泛，涉及政治学、社会学、外交学、生物学、伦理学、经济学、管理学、工程学、军事学等许多领域，在经济学、管理学中的应用尤为突出。博弈论中的最佳策略就是指经济学意义上的最优化。

(4)研究结论的真实性。博弈论分析强调当事人之间行为的相互依赖和影响，同时把信息的完全性程度作为博弈分析的重要条件。这使得博弈论所研究的问题及所给出的结论与现实非常接近，具有真实性。

第二节　博弈论的典型模型

在进行博弈论的相关理论分析之前，我们首先来接触博弈论中一些典型的例子或模型。

【例 1】　“囚徒困境”(Prisoner's Dilemma)

关于博弈论，流传最广的是 1950 年数学家阿尔伯特 · 塔克(Albert Tucker)提出的“囚徒困境”的故事。凡是讲博弈论，都会说到这个经典的博弈模型。

有一天，一位富人家中被害，财物被盗。警察在此案的侦破过程中，抓到两个小偷，并从他们的住处搜出了富人家中丢失的财物。但是，他们矢口否认曾杀过人，辩称是先发现富翁被杀，然后只是顺手拿了点儿东西。为了弄清真相，警察将两人隔离，分别关在不同的房间进行审讯。警察说：“由于你们的偷盗罪已有确凿的证据，所以如果你们都坦白交代，可以判你们 8 年刑期。如果你单独坦白杀人的罪行，判你无罪，但你的同伙要被判 9 年刑。如果你拒不坦白，而被同伙检举，那么你就将被判 9 年刑，他判无罪。”但是，如果两人都抗拒，那么，他们最多被判 1 年刑。

如果分别用-8、-9 和-1 表示罪犯被判刑 8 年、9 年和 6 年的得益，用 0 表示罪犯被立即释放的得益，则我们可以用一个矩阵将这个博弈表示出来(见图 1.1)。这种矩阵是表示博弈问题的一种常用方法，我们称这种矩阵为一个博弈的“得益矩阵”(Payoff Matrix)。

		囚徒 2	
		坦白	不坦白
囚徒 1	坦白	-8，-8	0，-9
	不坦白	-9，0	-1，-1

图 1.1

图 1.1 中“囚徒 1”、“囚徒 2”代表本博弈中的两个博弈方，他们各自都有“不坦白”和“坦白”两种可选择的策略，因为这两个囚徒被隔离开，其中任何一人在选择策略时都不会知道另一人的选择是什么，因此不管他们决策的时间是否真正同时，我们都可以把他们的决策看做是同时作出的；矩阵中的每个元素都是由两个数字组成的数组，表示两个博弈方所选策略组合下双方的得益，其中第一个数字为选择行策略的囚徒 1 的得益，第二个数字为选择列策略的囚徒 2 的得益。

对该博弈中的两个博弈方来讲，各自都有两种可选择的策略，因此该博弈共有四种可能的结果。在这些结果中，每个博弈方可能取得的最好得益是 0，最坏得益是-9。两个博弈方的目标都是要实现自身最大利益。那么他们该怎样选择策略？博弈的结果又会

如何呢？

例如对囚徒1来说，囚徒2有“坦白”和“不坦白”两种可能的选择，假设囚徒2选择的是“不坦白”，则对囚徒1来说，“不坦白”得益为-1，被判1年刑，“坦白”得益为0，被判0年刑，他应该选择“坦白”（因为根据参与者理性的原则，囚徒1只是根据自身利益最大的原则行事，不会关心此时另一方会被重判9年刑的问题）；假设囚徒2选择的是“坦白”，则囚徒1“不坦白”得益为-9，被判9年刑，“坦白”得益为-8，被判8年刑，他还是应该选择“坦白”。因此，在本博弈中，无论囚徒2采用何种策略，只考虑自身利益的囚徒2的选择是唯一的，那就是“坦白”，因为在另一方的两种可能选择的情况下，“坦白”给他自己带来的得益都是最大的。我们说“坦白”是囚徒1的一个“上策”（Dominant Strategy）。

同样地，因为囚徒2与囚徒1的情况完全相同，因此囚徒2的决策思路和选择也与囚徒1完全相同，囚徒2在这个博弈中唯一合理的选择也是“坦白”，或者说“坦白”也是囚徒2的“上策”。所以该博弈的最终结果必然是两博弈方都选择“坦白”策略，都获得益-8，即都被判8年徒刑。

然而，仔细分析“得益矩阵”后我们可以发现，在这个博弈中，对这两个囚徒来讲，最佳的结果不是“坦白”，而是“不坦白”，因为都“不坦白”各得-1，被判1年刑，显然比都“坦白”各得-8好得多。然而，由于这两个囚徒之间不能共谋，并且各人都追求自己的最大利益而不会顾及对方的利益，双方又都不敢相信或者说指望对方有合作精神，因此只能实现并不是最理想的结果。由于这种结果在博弈中又必然会发生，很难摆脱，因此这个博弈被称为“囚徒困境”。上述结果，对警察来说是非常理想的，因为罪犯都受到了惩罚。然而对博弈中两个囚徒来说，他们各自从自身利益最大化出发选择的行为，却是既没有实现两人总体的最大利益，也没有真正实现自身的个体最大利益。

该博弈揭示了个体实现的总体的最大利益，但不是真正的个体的最大利益。而且，因为个体为了自己的利益最大，而不愿意改变决策（改变决策的结果是不划算），结果导致整体利益最小。该博弈揭示了个体理性与集体理性之间的矛盾（从个体利益出发的行为最终不一定能真正实现个体的最大利益，甚至会得到相当差的结果）。我们知道，微观经济学的基本观点之一，是通过市场机制这只“看不见的手”，在人人追求自身利益最大化的基础上可以达到全社会资源的最优配置。“囚徒困境”对此提出了新的挑战。

“囚徒困境”的表示方法叫做标准型（Normal Form）。在标准式中，博弈过程以数字矩阵表示，矩阵两侧为参与者的不同策略选择。“囚徒困境”的问题是博弈论中的一个基本的、典型的事例，类似问题在许多情况下都会出现，如寡头竞争、军备竞赛、团队生产中的劳动供给、公共产品的供给等。

【例2】 猜硬币游戏

猜硬币是我们经常玩的一种游戏，两人通过猜硬币的正反面赌输赢，其中一人用手盖住一枚硬币，由另一方猜是正面朝上还是反面朝上，若猜对，则猜者赢1元，盖硬币者输1元；否则，猜者输1元，盖硬币者赢1元。如果赢1元得益为1，输1元得益为

-1,我们可用图 1.2 中的得益矩阵表示这个猜硬币博弈问题。

		猜方 正面	猜方 反面
盖方	正面	-1, 1	1, -1
盖方	反面	1, -1	-1, 1

图 1.2

图 1.2 中“盖方”和“猜方”为本博弈的两个博弈方；他们各有“正面”和“反面”两种可选择的策略；由于每一方都不会让对方在选择之前知道自己的选择，因此可看做两博弈方是同时作决策的；矩阵中数组元素表示所处行列对应的两博弈方的策略组合下双方各自的得益，其中前一个数字表示盖硬币方的得益，后一个数字表示猜硬币方的得益。

【例 3】 寡头竞价模型

在市场竞争中寡头之间通过竞价，尤其是通过降价争夺市场是十分普遍的行为。但削价竞争并不一定是成功的策略，因为一个寡头的降价往往会引起竞争对手的报复，此时降价不仅不能扩大销量，而且还可能会降低利润率。下面我们用一个双寡头两种价格的价格竞争模型来说明上述现象。

设寡头 1 和寡头 2 是双寡头市场上的两个寡头，它们共同用相同的价格销售相同的产品。现在假设这两个寡头不满足它们各自的市场份额和利润，都想通过降价来争夺更大的市场份额和更多的利润。如果只有一方降价而另一方维持原来的高价，则降价方的目的显然是可以达到的。然而当一方的降价引起对手的报复时，这种目的就不一定能达到。假设两寡头在原来的“高价”策略下各可以获得 80 万元的利润；如果某个寡头单独降价，那么它可以获得 130 万元利润，此时另一寡头由于市场份额缩小，利润也下降到 20 万元；如果另一寡头也跟着降价，则两寡头都只能得到 60 万元利润。用图 1.3 表示该博弈的得益矩阵。

		寡头 2 高价	寡头 2 低价
寡头 1	高价	80, 80	20, 130
寡头 1	低价	130, 20	60, 60

图 1.3

假设寡头 2 采用“高价”策略，若寡头 1 采用“高价”策略，则寡头 1 采用“高价”得

80 万元，采用“低价”策略得 130 万元，显然寡头 1 应该采用“低价”。假设寡头 2 采用“低价”策略，那么寡头 1 采用“高价”策略得益为 20 万元，采用“低价”策略得益 60 万元，显然寡头 1 也应该采用“低价”策略。用同样的方法分析寡头 2 的情况，也可知道不管寡头 1 的策略是什么，寡头 2 都应该选择“低价”策略。因此，这个博弈的最终结果一定是两寡头都采用“低价”策略，各得到 60 万元的利润。

由于本博弈是一个非合作博弈问题，且两博弈方都肯定对方会按照个体行为理性原则决策，因此虽然双方采用“低价”策略的均衡对两个博弈方来说都不是理想的结果，但因为两博弈方都无法信任对方，都必须防备对方利用自己的信任(如果有的话)谋取利益，所以双方都会坚持采用“低价”策略，各自得到 60 万元的利润，各得 80 万元利润的结果是无法实现的。因此这种双寡头竞价博弈也是一种囚徒困境式的博弈关系。

【例 4】 诺曼底登陆

这是美国普林斯顿大学 1981 年的博弈论课程中的一个实验，模拟诺曼底登陆。

1944 年，以美国的艾森豪威尔为总司令的盟国远征军在英国集结了强大的军事力量，准备横渡英吉利海峡，在欧洲开辟第二战场。

当时可供盟军选择的登陆地点有两个，一是塞纳河东岸的某个地方，这里海峡最狭窄的地方只有几十公里，是一个理想的登陆地点；另一个地点是塞纳河西岸的诺曼底半岛，这里海面宽阔，渡海时间较长，容易被敌人发现。

当时德军的总兵力是 58 个师，比盟军略多。情报表明，德军在东岸一带的防守兵力多于在诺曼底的防守兵力，盟军拟以诺曼底为登陆点。

诺曼底登陆战本来是计划在 6 月 5 日打响的，但这一天遇上了暴风雨。盟军参谋部预测在 6 月 6 日可能有一段时间的好天气，艾森豪威尔当机立断，决定冒险抓住这个机会，发起进攻。

6 月 6 日凌晨两点，盟军的 2 个伞兵师空降到德军的防线后面，接着，飞机和军舰猛烈轰击德军的防御阵地，凌晨 6 点半，第一批地面部队成功登陆。

现在回到普林斯顿的博弈实验。

设我方 2 个师的兵力，敌方 3 个师的兵力，只能整师调动。我方兵力若超过敌方，则获胜；我方兵力若小于或等于敌方兵力，则我方负。该如何决策呢？

敌方有四种选择方案：(1) 方案 A：三个师都驻守甲方向；(2) 方案 B：三个师都驻守乙方向；(3) 方案 C：两个师驻守甲方向，一个师驻守乙方向；(4) 方案 D：一个师驻守甲方向，两个师驻守乙方向。

我方有三种选择方案：(1) 方案 a：两个师从甲方向进攻；(2) 方案 b：两个师从乙方向进攻；(3) 方案 c：兵分两路，两个方向各派一个师进攻。

下面，我们用“1”表示获胜，用“0”表示失败，其得益矩阵见图 1.4。

敌　方

		A	B	C	D
我方	a	0, 1	1, 0	0, 1	1, 0
	b	1, 0	0, 1	1, 0	0, 1
	c	1, 0	1, 0	0, 1	0, 1

图 1.4

对敌方而言，显然 A 方案不如 C 方案，B 方案不如 D 方案。所以，敌方不会选择 A、B 方案，于是，剔除掉这两个方案，得到如图 1.5 的得益矩阵。

敌　方

		C	D
我方	a	0, 1	1, 0
	b	1, 0	0, 1
	c	0, 1	0, 1

图 1.5

在剩下的对策矩阵中，对我方而言，c 方案比 a、b 方案都要差，所以，要将 c 方案剔除，得到如图 1.6 的得益矩阵。

敌　方

		C	D
我	a	0, 1	1, 0
方	b	1, 0	0, 1

图 1.6

最后的均衡是：敌方不可能把所有兵力都驻守在一个方向，我方也不可能兵分两路进攻，在两个进攻方向上，如果我方攻击敌方的薄弱之处，我方取胜；若攻击敌方的强大之处，我方失败。可见，在博弈中信息非常重要。

在博弈中不仅信息重要，而且信号传递等因素也非常重要，这些问题我们在后面的章节中都会进行分析。

【例 5】 “田忌赛马”

“田忌赛马”是我国古代一个非常有名的故事，这个故事讲的其实是一个很典型的博弈问题。

赛马规则是这样的：每次双方各出 3 匹马，一对一比赛 3 场，每一场的输方要赔 100 匹马给赢方。齐威王的 3 匹马和田忌的 3 匹马按实力都可以分为上、中、下三等，但齐威王的上、中、下 3 匹马分别比田忌的上、中、下 3 匹马略胜一筹，因为总是同等次的马进行比赛，因此田忌每次都是连输 3 场，连输 300 匹马。显然，田忌的上等马是赢不过齐威王的上等马的，但比齐威王的中等马和下等马要好，而田忌的中等马却比齐威王的下等马要好。

于是谋士孙膑给田忌出了个主意。孙膑让田忌不要用自己的上等马去对抗齐威王的上等马，而是用自己的下等马去对抗齐威王的上等马，上等马则去对抗齐威王的中等马，中等马对抗齐威王的下等马。这样，虽然第一场田忌必输无疑，但后两场却都能获胜，二胜一负，田忌反而赢得齐威王 100 匹马。

显然，在田忌策略改变的情况下，齐威王不会一直无动于衷。相反，一旦齐威王发觉田忌在使用计谋，明白了自己为什么输时，他必然也会改变自己 3 匹马的出场次序，以免再落入田忌的圈套，从而使赛马变成一个具有策略依存特性的决策较量，构成典型的博弈问题。

此时赛马问题变成：齐威王和田忌双方都清楚各自马的实力，即齐威王的 3 匹马分别比田忌的 3 匹马略强一些且一旦改变出场次序，输赢的结果就可能会改变，也都明白输赢的关键，是双方马的出场次序比较有利于哪一方。

由于齐威王的赢就是田忌的输，因此对齐威王最好的情况就是对田忌最坏的情况，对齐威王最坏的情况就是对田忌最好的情况，可见双方的得益是严格对立的。

“田忌赛马”用标准的博弈来表示就是：(1)该博弈中有两个博弈方，即齐威王和田忌；(2)两博弈方可选择的策略是己方马的出场次序，因为 3 匹马的排列次序共有 $3!=3\times2=6$ 种，因此双方各有 6 种可选择的策略；(3)由于双方在决策之前都不能预先知道对方的决策，因此可以看做是同时选择策略的，决策没有先后次序关系；(4)如果把赢 100 匹马记成得益 1，输 100 匹马记成得益 -1，则两博弈方在双方各种策略的组合下的得益如图 1.7 所示，其中前一个数字表示齐威王的得益，后一个数字表示田忌的得益。

在这个博弈中齐威王和田忌应该怎样选择自己的策略?

首先，作为博弈方的齐威王和田忌不能让对方知道或猜中自己的策略，从而导致自己输掉比赛。这也意味着任何一方的策略选择不能一成不变，或者不能有规律性地变动，即必须以随机的方式选择策略，否则一旦对方捕捉到这种规律性的变动，就可以针对性地采取应对措施。