



数学教育研究基础丛书

Fundamental Series for Mathematics Educational Studies

顾冷沅/主编

黄荣金 李业平/编著

数学课堂教学研究

RESEARCH ON MATHEMATICS CLASSROOM INSTRUCTION

上海教育出版社



数学教育研究基础丛书

Fundamental Series for Mathematics Educational Studies

顾冷沅/主编

黄荣金 李业平/编著

数学课堂教学研究

上海教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学课堂教学研究 / 黄荣金, 李业平编著. —上海:

上海教育出版社, 2010.12

(数学教育研究基础丛书/顾泠沅主编)

ISBN 978-7-5444-3129-3

I. ①数… II. ①黄…②李… III. ①数学教学: 课堂教学—教学研究 IV. ①01-4

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第238890号

责任编辑 余海峰

装帧设计 郑 艺

数学课堂教学研究

黄荣金 李业平 编著

出版发行 上海世纪出版股份有限公司

上 海 教 育 出 版 社

易文网 www.ewen.cc

地 址 上海永福路 123 号

邮 编 200031

经 销 各地新华书店

印 刷 昆山市亭林印刷有限责任公司

开 本 787×1092 1/16 印张 13.5 插页 2

版 次 2010 年 12 月第 1 版

印 次 2010 年 12 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5444-3129-3/G·2398

定 价 32.00 元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

丛 书 序

2004年元宵刚过,十多位数学教育方向的年轻博士,聚集在上海市教育科学研究院。他们中有华东师范大学王建磐校长和我所带的五届学生,还有北京师范大学林崇德的学生、香港大学梁贯成的学生等。久未谋面,话题特别多,谈得最集中的是数学教育研究中的问题与困惑。整个白天谈不完,晚上移师瑞金宾馆再继续,而且还邀请了我的两位同事与朋友——上海市教科院教师发展中心主任周卫和上海市教育报刊总社副社长陈亦冰。真是一个令人难忘的夜晚,就在那天,大家不约而同地意识到,年轻人重任在肩,群策群力编撰一套数学教育基础研究丛书,条件似已初具,于是策划了一个初步的方案。此后每年有一或两次碰头,分工有所调整,人员不断扩大。但编著原则不变:不求急就,力戒浮躁,成一本,出一本。四五年过去了,当可逐一考虑出版。

其实,这也是我们这一代人的一个企盼。我从大学数学系毕业,后来主持青浦教育改革实验,做到1987年,国家教育委员会要我攻读研究生,名为在职读书,实为补上教育基本理论这一课。当时全国没有数学教育的博士点,我的导师刘佛年校长召集华东师范大学不同系所的六位著名教授联合培养,可是,全程六年就是没有数学教育的课程。1999年,王建磐校长邀我合作创建数学教育的博士方向,设置课程与教学论专业,全国招生,至今已满十届。平心而论,我们藉以培养学生的数学教育内容,虽有初步框架,但仍然是数学与教育学、心理学的“领养儿”,尚无自己的独立品格。这是个跨世纪的期待。如今一批年富力强的精英,志愿自己组织力量来打造研究的基础,当然是件特别有意义的事情。于是我建议,这套丛书要由“1960后”的中青年人来担纲,理由是只有他们才有15年至30年的时间来初成并打磨出自己的力作。

17世纪中叶,夸美纽斯号召“把一切事物教给一切人”,他的百科全书式的教材——

《世界图解》，包括自然、人类活动、社会生活和语言文字诸方面，还没有独立成科的数学。数学成为普通学校的一个科目，那是 18 世纪的事。因此不少学者以为，严格地说学校数学教育萌芽于 18 世纪。究其内容，仍沿袭古希腊以来重视“和行动没有关系的真科学”（如数论和抽象的几何学）的传统，几何学就是欧几里得《几何原本》的最初六卷，代数学和三角限于 17 世纪前材料的简缩。这一现象一直延续到 19 世纪之末，随着近代科学的迅速崛起和各国产业革命的深远影响，数学教育才有了迟来的觉醒。

20 世纪的数学教育风云迭起。回望这一百年，首先是出现所谓改造运动，冲破以往数学教育纯粹理性的象牙之塔，倡导应用的特别重要性。1901 年，彼利(J. Perry)在英国科学协会作“启蒙的改造”的演讲，主张由实践发现数学的法则，不光是说些教授的技巧。几乎与此同时，克莱因(F. Klein)在自然科学会议席上作“对于中学数学和中学物理的注意”的演讲，推动了德国的新主义数学并形成“梅兰要目”；慕尔(E. Moore)在美国数学会年会上发表“数学之基础”的会长演讲，指责初等数学范围内“理论和应用的划界分疆”，提出数学教育的根本问题是两者的“融合”，使数学、物理和日常生活有密切的关系。这场运动开启了将数学教育作为研究对象的思想闸门。然而，紧接着的是两次世界大战的相继爆发，战争带来了混乱，刚开始发生变化的数学教育，有的搁置了，有的倒退了，当然也有像美国那样受战争影响小，可收渔翁之利、得以继续推进的。当时教育界所谓传统派与现代派、接受式学习与活动式学习的激烈争论，对于美国数学教育的实用主义倾向起了推波助澜的作用。

接着，到了 50—60 年代，由于苏联人造卫星上天，引起了美国的教育改革，首当其冲的是数学教育，这就是遍及欧美诸国的新数学运动，推行数学教育的现代化。其中布鲁纳(J. Bruner)主张任何年龄的儿童都能学会任何深奥的学问，只要加以针对性的处理。改革中采纳了现代纯数学高度抽象和形式化的许多特点，例如小学引入集合，初中讲代数结构与逻辑结构，线性代数取代解析几何，再对微积分作形式改造等，几乎完全忽视对数学应用的考虑；方法上沿袭当时工业界用于技术开发的模式，先由专家学者研发然后自上而下推行，这样的变动严重脱离儿童的认识实际和常态的学校生活，既缺乏广大家长的支持，又没有必要的师资准备，结果陷入困境。整个 70 年代，世界各国纷纷处于回到基础的调整阶段。

最后，进入 80—90 年代，数学教育改革重又蓬勃发展起来，这一浪潮以学生学习数学为立场，关注课程内容、教师培养和教学研究、课堂情境及其相互影响，主要有问题解决、非形式化和大众数学等口号的提出，还有计算机和计算器的使用。改革又一次点燃争论，比如美国教育界的“数学大战”。数学的学习，走问题化之路，还是结构化之路；要学习的过程，还是要学习的结果；浪漫的合情推理与严格的逻辑演绎、探究学习与基本训练，等等。直到 20 世纪末，争论才以调和的方式告一段落，叫做平衡基本技能、概念理解和问题解决。2008 年

4月,美国“国家数学咨询委员会”公布《成功需要基础》的总结性报告,重申基础的重要性,提倡“阶梯式”进步的理念。

在我国,学校普遍开设数学课程,当在辛亥革命(1911)之后,至今也是一百年。开始时移学日本,后曾模仿美国。新中国成立之初,基本上照搬苏联。后来经过50—60年代的大跃进和调整巩固,60—70年代的“文革”和拨乱反正,直到始于20世纪70年代末的改革开放。数学教育的撞击和动荡随处可见,其中有活跃也有纷乱,有繁荣也显无力,思想多元了,观点分歧了,但这正是时代复兴的伟大征兆,这正是诞生适合自己的数学教育之路的前夜。

三

我国学者关于数学教育的早期研究,不能不关注陈建功先生的“20世纪的数学教育”一文(原载《中国数学杂志》第一卷第二期,1952年)。该文提出了支配数学教育目标、材料和方法的三大原则,他写道:(1)实用性的原则,数学在日常生活中的实用价值,自然科学、产业技术、社会科学的理解、研究和进展都需要数学。假如数学没有实用,它就不应该编入教科书之中。(2)论理的原则,数学是由推理组成的体系,推理之成为说理体系者,限于数学一科。忽视数学教育论理性的原则,无异于数学教育的自杀。(3)心理的原则,站在学生的立场,顺应学生的心理发展去教学生,才能满足他们的真实感。学生不发生任何真实感的教材,简直没有教育的价值。而且提出三原则必须统一,心理性和实用性应该是论理性的向导;选择教材不应该先将实用性和论理性分别采取,然后合拢,数学的真理性具有向实在进展和内部对应联系的两面,两面不会分道扬镳、各自存在。据此三原则,陈先生评述了20世纪以前数学教育偏重理论、排斥应用的弊病,肯定了20世纪初彼利等改造运动的重要意义。更为有趣的是,这一世纪后来相继出现以结构主义为特征的新数学运动和站在学生学习立场的第三波浪潮,竟然都是三原则的各自倚重和摇摆,而最终却都以平衡各方为结局。

把数学教育作为一种理论来研究,荷兰数学家和数学教育家弗赖登塔尔(H. Freudenthal)在国际上作出了重大贡献。他于1967年至1970年间任国际数学教育委员会(ICMI)主席,在他倡议下召开了首届国际数学教育大会。他认为,数学源自常识,人们通过自身的实践与反思,把这些常识组织起来,不断在横向或纵向上系统化。因此,他提出数学学习主要是如前所说的“数学化”,或者是进行“再创造”,从而培养学生自己获取数学的态度,构建自己的数学。弗赖登塔尔从数学发生发展的特有过程出发,架设了一条通往教育的桥梁。1987年冬,他曾应邀来华讲学。他的《作为教育任务的数学》一书和许多独特而深刻的见解,在我国

广为传播.与数学家迥然不同,心理学与现代认知理论却以精密研究的姿态介入到数学学习的探讨中来,从行为分析到认知理论,从建构主义到情境学习,视角新颖,有的还切中当今数学教育的流弊,一时间如异军突起,影响颇深,推动了数学教育科学化的进程.但是,科学方法对人的心理研究毕竟处于比较肤浅的程度,一旦用于数学,显见其琐碎与凌乱.学习的理论与数学教育的现实,还是一个未曾跨越的缺口,基础演绎的数学教育研究尚在起始阶段.与此同时,致力于扎根、总结、归纳、借鉴乃至升华的事情尤须实实在在地做.于是,凭借教育工作领域严格分门别类的研究骨架终于被多数人接纳.20世纪80年代美国凯伦(T. Kieren)的“数学教育研究——三角形”一文也被介绍到我国,他把数学教育研究比作一个三角形,三个顶点分别是课程设计者、教师和学生,对应着课程、教学和学习“三论”;三角形的内部以儿童和成人实际学习数学的经验为兴趣中心,包括① 数学教师在备课、教学和分析课堂活动时所做的非正式研究,② 定向观察,③ 教学实验;三角形的外部有数学、心理学、哲学、技术手段、符号语言等很多方面.这一图式在数学教育理论框架的初建中影响较大,但它显然并不仅仅适用于数学教育,而是属于通式的分类.

就数学学科本身的特点来说,中西方的差别也非常值得注意,这对中国特色的数学教育理论不可或缺.吴文俊先生在20世纪80年代发表了《对中国传统数学的再认识》、《出入相补原理》等多篇文章,明确指出:以《几何原本》为代表的欧几里得体系,着重抽象概念与逻辑思维以及概念与概念之间的逻辑关系,表达形式由定义、公理、定理、证明构成;而我国的传统数学,以《九章算术》为例,基本上是一种从实际问题出发,经过分析提炼出一般的原理、原则与方法,以最终达到解决一大类问题的体系.吴先生所说的两种思维各具特色,一直发展到当代公理化与算法化的两大分野.两种思维、两大分野的融会,也许能为数学教育新体系的建立提供思路.看来我们对中华文化中的精华还是不能妄自菲薄的.

四

然而,中国文化绝非仅执实用一端,而是讲求明体达用,体用同源.这里的“体”是个相对稳定且一以贯之的系统,而“用”则随时随物而变具有区别对待的特性.西方人侧重达用,中国人素好明体.与欧美学者接触,他们讲区别,我们说求同;他们讲变易,我们说万变不离其宗;他们赞赏不同意见和对立,我们崇尚中和与圆融;他们善用形式逻辑,我们喜好辩证思维.如此巨大的文化差别,在世纪之交竟以“悖论”的形式呈现了一个国际关注的热点:华人如何学习数学.20世纪80年代以来,一方面,中国学生无论在数学测试的国际比较,还是奥林匹克数学竞赛中,表现都优于西方学生;另一方面,许多西方研究者认为,中国学

生的学习环境不太可能产生好的学习,比如教师单一讲授、低认知水平的频繁考试等,被形容为被动灌输和机械训练.这种看似矛盾的结果引出了深入的讨论,有的认为是由于有好的课程,有的认为是由于教师的有效教学,关注扎实的基础知识和基本技能的学习,也有的认为这是华人家庭、社会特有的包括考试在内的文化支撑.个中原因,还在进一步的研究中.

这里,我们不妨从另一角度去看看,前面说到美国《成功需要基础》的总结报告,它针对美国数学教育重点不清、逻辑关系不明等要害,在改进的要点中强调重点突出、基础扎实、前后连贯这三条,其中国文化元素的浓重色彩,当是不言自明的.事实上,我国的百年数学教育,尤其是新中国成立以来,经历正面如传统经验的深厚积淀,反面如“文革”的一时劫难,再加上最近 30 年来的改革开放,吸纳世界上各种先进的教育理念与精神,在整个“正反合”的洗礼中,中国数学教育改革取得的如下原则是宝贵的:第一是兴趣与爱好,没有兴趣没有学习,不讲致用、缺乏责任难有好的数学学习.第二是循序渐进的儒家文化,数学教学尤其要讲究有层次推进的中国理念,这已被境内外广泛推崇.第三,实践和探索中的感悟,尤其是数学活动经验中的学习、数学思想方法的累积,这是实践型、创新型人才培养的途径,但这一条正是我国数学教育的软肋,进一步的改革却要在这方面苦意极思、痛下工夫.第四,反省和反馈,作为掌握知识技能、激励信心和创造精神的有力保障,已成为反思文化的重要组成部分.

五

一种文化有了深厚的根,才能吸收外来文化.无根而移用,屡试屡挫.今天,世界的数学教育不能不包括中国的数学教育,并作为其发展的重要的组成部分;我们也应把我国数学教育的基础研究与发展置于全球数学教育的视野之中.在策划并撰写本套丛书的时候,大家都清醒地意识到这一点.这件事要真正做到家,恐怕需要几代人的努力.我们这一代人,不过是铺路的石子,中青年学者来日方长,分步走是个办法.首先尽量翔实地收集国际、国内数学教育研究的有关资料、基础性观点和重要样例;然后是在枚举基础上的分类与梳理,逐步做到明源头、辨流派,适当附以评论;完成了这两步之后,才是力图形成一定的体系,抒发著者的独立见解.整个丛书的编撰过程,本身就是个完整的研究过程.现在付梓的几本,也许仅是属于开头一两步的初成之作.在此,我代表著者诸君,诚恳地希望读者阅读后多提意见,以备日后进入后两步时采纳.在这里,我想所谓好的研究者,应该是这样的人,他用自己的脚走别人没有走过的路,而平庸的研究者不仅走现成的路,而且永远拄着别人的拐杖.

最后,本丛书的编撰,各位中青年学者、教授在繁忙的工作之余付出了艰辛的劳动,他们常常夜以继日地写作,每年还要挤出时间认真参加丛书碰头会,为此,对他们表示深深的谢意.还要感谢上海市教育科学研究院的杨玉东博士在联络各位著作者中所做的出色工作,感谢上海教育出版社王耀东、刘懿和赵海燕三位对出版本丛书的支持和指导,使本丛书得以呈现在广大读者面前.

顾冷沅
2009 年新春

Contents | 目 录

绪论 数学课堂教学研究	李业平 黄荣金 / 001
§ 1 追求高质量的数学教学：数学课堂教学研究之源动力	/ 002
§ 2 本书的结构及内容简介	/ 003
§ 3 本书的重要性及其局限	/ 005
§ 4 致谢	/ 006
参考文献	/ 006
第 1 章 数学课堂教学研究的概述	黄荣金 李业平 / 007
§ 1.1 数学课堂教学研究的理论发展	/ 008
§ 1.2 数学课堂教学研究的方法	/ 012
§ 1.3 数学课堂教学实证研究案例分析	/ 013
§ 1.4 本章小结	/ 019
参考文献	/ 019
第 2 章 数学课堂教学研究的进展	黄荣金 李业平 黄兴丰 / 023
§ 2.1 第三次国际数学与科学调查中的课堂研究及启示	/ 024
§ 2.2 学习者视角研究发现及启示	/ 029
§ 2.3 中国数学课堂教学研究	/ 036
§ 2.4 有效数学课堂教学研究及启示	/ 045
§ 2.5 本章小结	/ 048

参考文献	/ 049
------	-------

第 3 章 数学课堂教学设计的研究	陈雪梅 章建跃 / 055
--------------------------	----------------------

§ 3.1 数学课堂教学设计的理论基础	/ 057
§ 3.2 中国及日本的数学课例研究与课例设计	/ 069
§ 3.3 中学数学教学设计示例	/ 073
§ 3.4 本章小结	/ 081
参考文献	/ 081

第 4 章 数学课堂教学评价	黄兴丰 / 083
-----------------------	------------------

§ 4.1 数学课堂评价方法	/ 084
§ 4.2 课堂教学评价案例	/ 101
§ 4.3 本章小结	/ 106
参考文献	/ 107

第 5 章 代数教学研究及案例分析	黄荣金 李业平 / 111
--------------------------	----------------------

§ 5.1 中学代数的内容及教学目标	/ 112
§ 5.2 中学代数教与学研究综述	/ 116
§ 5.3 中学代数教学案例分析	/ 125
§ 5.4 本章小结	/ 131
参考文献	/ 131

第 6 章 几何教学研究及案例分析	黄荣金 李业平 / 137
--------------------------	----------------------

§ 6.1 几何教学目的	/ 138
§ 6.2 几何教学的理论	/ 140
§ 6.3 几何证明的教学	/ 144

§ 6.4 动态几何学习系统与中学几何教学	/ 149
§ 6.5 几何教学案例研究	/ 152
§ 6.6 本章小结	/ 161
参考文献	/ 161

第 7 章 统计概率教学研究及案例分析	吴颖康 / 165
----------------------------	------------------

§ 7.1 统计概率的教学目标	/ 166
§ 7.2 统计概率教与学的研究述评	/ 168
§ 7.3 统计概率教学案例分析	/ 178
§ 7.4 本章小结	/ 183
参考文献	/ 183

第 8 章 立足现有研究,开拓未来研究新方向	李业平 黄荣金 / 187
-------------------------------	----------------------

§ 8.1 数学课堂教学研究:对前述章节的简要总结	/ 188
§ 8.2 从不同的视角和观点来发展数学课堂教学研究	/ 189
§ 8.3 中国数学课堂教学中一些易被忽视的方面	/ 192
§ 8.4 结束语:数学课堂教学作为一个复杂的社会文化和认知发展的过程	/ 198
参考文献	/ 198

绪论

数学课堂教学研究

§1 追求高质量的数学教学 数学课堂教学研究之源动力

§2 本书的结构及内容简介

§3 本书的重要性及其局限

§4 致谢

§ 1 追求高质量的数学教学：数学 课堂教学研究之源动力

追求高质量的教学策略由来已久,其历史可以追溯到中国孔子的“启发”艺术与古希腊苏格拉底的“产婆术”。这些经典的教学思想仍然影响着现在的教学实践。然而,也许很少有人会认为我们对课堂教学的复杂性已经有足够深刻而全面的认识。正是追求高质量课堂教学的共同愿望促进了国际数学课堂教学研究的新发展。事实上,尽管对课堂教学行为与学生学习成绩的关系的研究已经有几十年的历史,但是大规模的国际数学课堂比较研究只是近十年来的努力。比如说,国际教育成就评价协会(International Association for the Evaluation of Educational Achievement,简称 IEA)组织和实施的第三次国际数学和科学比较研究(the Third International Mathematics and Science Study,以下简称 TIMSS)及其后继的追踪研究提供了一个难得的机会来全面考查参加国或地区的文化背景、课程体系、课堂教学和学生学习成绩的特点及关系。特别是,作为 TIMSS 重要组成部分的课堂录像研究(Hiebert et al., 2003; Stigler & Hiebert, 1999)详细地描述了几个参加国家或地区的数学课堂教学特点。在 TIMSS 测试中取得优异数学成绩的日本和中国香港的数学课堂教学特点引起了国际数学教育同行的极大关注。西方国家努力从东亚数学教育实践中借鉴一些成功的经验。这些课堂教学研究的新发展不仅表明课堂教学研究的重要性,同时也提供了有关数学课堂教学的前所未有的新认识。

我们认识到数学课堂教学本身是一个复杂的过程,提高数学课堂教学需要很好的研究基础和支持。虽然中国有着悠久的数学教学传统,有许多优秀教学经验,但致力于建立中国特色的数学教育理论的努力还只是处于起步阶段。尤其是从 21 世纪初以来,我国进行了史无前例的数学课程改革。国内数学教育工作者也认识到课堂教学改革的必要性,并努力向西方学习一些未经实践检验的教学理论,进行大规模的探索和实践。因此,全面地分析和综述数学课堂教学研究的结果、数学课堂教与学的有关理论和数学课堂教学研究方法将为我国数学教育工作者提供一个国际视角和理论基础。基于最新研究成果,我们不仅反思自己数学课堂教学的优点和不足,而且使用科学的教育研究方法来研究和改进课堂教学实践。这也将为我国数学教育工作中如何开展高水平数学教育研究提供理论依据和方法指导。

基于上述指导思想,本书是由相关研究综述文章编辑成的一个整体。其中,前七章介绍

和讨论了数学课堂教学研究各个方面的最新研究和发展,最后一章是总结和展望.因此,本书并不是一个独立的、或实证性的系列研究.我们旨在通过对大量中外相关文献的深入分析、综合和讨论数学课堂教学研究各个方面的最新发展动态及研究成果,为我国数学教育工作者提供最新的重要资料.在后续的各章中,读者可以从相关研究分析中领略到不同教育体系下数学课堂教学的多样性,以及在国际视野下中国数学课堂教学的特点,比如,TIMSS 课堂录像研究(Hiebert et al., 2003; Stigler & Hiebert, 1999),学习者视角研究(Clarke, Keitel & Shimizu, 2006),以及东亚范例数学课堂教学的研究(Li & Shimizu, 2009).此外,我们对中学数学中重要内容教与学的最新研究成果进行了总结和讨论,并结合案例进行说明.

本书的编写部分基于我们自己对数学课堂研究的长期兴趣.我们希望把自己在国内外的教学和研究经验结合到本书中去.同时,整个编写过程也使我们深深感受到这是一个难得的学习与交流的机会.因此,我们相信本书的出版能够为读者提供难得的资源,用来研究和发展中国数学课堂教学.

§2 本书的结构及内容简介

本书的编写宗旨包括:(1)学术性,通过梳理数学课堂教学研究的主要理论和方法、综述国内外数学课堂教学研究的重要成果,为研究生或中学骨干教师提供进行数学课堂教学研究的理论视角及方法指导;(2)应用性,基于对学校数学主要内容的教学研究成果分析,通过教学案例的设计和研究来展现相关理论和研究方法的应用,并为读者提供如何将理论与教学实践相结合的指导.

本书包括绪论部分、主体部分、总结和展望,共8章.绪论部分,我们介绍了本书的编写意图、意义和局限性,以及本书的结构.主体部分包括三个主要部分.第一部分介绍数学课堂教学研究的主要理论和研究方法,以及国内外数学课堂教学研究的重要成果,并提供进行数学课堂教学研究的一个案例,包括第1、第2章.第二部分介绍数学课堂教学设计的一般理论及案例,以及课堂教学评价的理论和方案,包括第3、第4章.第三部分介绍中学数学重要内容的教与学理论及教学设计案例,包括第5、第6和第7章.最后一部分是总结和展望.

各章的基本内容如下:

绪论介绍了本书的编写意图、意义和局限性,以及本书的组织结构及综述各章的内容,由李业平和黄荣金撰写.本书设定了学术和应用两大目标.学术目标是为数学课堂教学研

研究者提供最新国内外文献综述,而应用目标是为教师提供如何进行数学课堂教学研究,以及应用理论于数学课堂教学的案例.本书旨在为研究和发展中国特色的数学课堂教学理论、发展有效的中国数学教学实践提供重要资料.同时,提醒读者由于相关文献大都来自西方的研究,其研究结论是否适合中国实践有待进一步研究.

第1章分析了课堂教学研究的范式转变以及相关研究方法的发展,由黄荣金和李业平撰写.相关的研究范式从过程—结果分析,直到采用后现代主义课堂教学的研究观点,研究方法从定量观察到混合型录像分析方法.最后,提供了一个中美课堂比较研究的案例分析.

第2章主要介绍国内外课堂研究的主要研究成果以及关于有效数学课堂研究的发展,由黄荣金、李业平和黄兴丰撰写.本章总结了TIMSS录像研究的方法及主要结论,以及美国和中国香港对各自数学课堂特点的深入分析及反思.同时,介绍了学习者视角研究(Learner's Perspective Study,简称LPS)的研究方法和主要发现,进一步描述了东亚(日本、新加坡及中国)数学课堂的一些共同特点.基于国际和国内数学课堂研究成果,对中国数学课堂教学的特点进行了概括和描述.最后,基于对有效数学教学特点的分析,提出了一个反思教学有效性的基本框架.

第3章介绍了课堂教学设计研究的原则及案例,由陈雪梅和章建跃撰写.本章首先介绍课堂教学设计的理论基础及基本原则.然后,介绍了中国教研活动和日本课例研究对教学设计的影响.接着,基于对中国数学教学传统的分析以及一项大规模实验研究,构建了一个中国特色的课堂教学设计的原则及流程,并提供了相关案例分析.

第4章介绍了数学课堂评价的主要方案及相关案例研究,由黄兴丰撰写.本章首先讨论了数学课堂评价的目的及主要类别.然后,介绍了当前国内外有重要影响的若干课堂教学评价方案,如数学任务认知要求评价方案,认知发展评价,以及若干在中国或美国较有影响的评价方案.最后,提供了两个案例说明如何从“数学任务”及“认知发展”两种视角来分析和评价数学课堂教学.

第5章综述了中学代数教与学的研究成果并讨论了教学设计案例,由黄荣金和李业平撰写.本章首先分析了中学代数的内容及教学目标,以及代数教学的改革趋势.然后,综述了代数主要内容,如,等号和字母的意义、代数式、方程及函数等教与学的研究成果.接着,讨论了现代技术对代数教与学的影响.最后,通过案例说明如何围绕数学内涵丰富且有挑战性的问题从多视角、多层次进行变式处理,促进学生对数学概念和方法的深刻理解,发展学生的数学基本操作技能和推理能力.

第6章综述了中学几何教与学的研究成果以及讨论教学设计案例,由黄荣金和李业平撰写.本章首先分析了中学的几何教学目标,它应该包括几何直观、多种表征、推理能力、数

形结合及数学建模等方面.然后,介绍了几何学习的主要理论,范希尔(Van Hiele)几何思维发展模型以及其相关研究的最新发展.其次,介绍了一种理解几何证明本质的多层次模型,以及理解几何证明过程的认知观点.接着,详细讨论了动态几何软件对几何观念及教学的影响.最后,提供了两个案例分析了实施几何探究教学的困难及可能性.

第7章综述了中学概率与统计教与学的研究成果以及讨论了教学设计案例,由吴颖康撰写.基于对文献及相关课程标准的分析,本章首先概括出统计概率的教学目标应该包括两个方面:一方面是对统计概率知识本质的理解,另一方面是要结合实际背景来恰当合理地运用统计概率知识解决问题.然后,综述了国内外关于概率与统计教与学研究的主要发现,比如,中国学生对可能性和概率的认识存在错误的理解,对预言结果法、等可能性和简单复合法等方法也存在负面的认识,学生在理解概率的频率式定义方面有一定困难.最后,提供了两个案例展示如何使用现代技术,结合现实情境进行统计和概率的教学.

第8章是总结与展望,由李业平和黄荣金撰写.本章概括了上述章节的主要内容,并在此基础上拓展了数学课堂教学研究的范畴.强调数学课堂教学是一个社会文化和认知发展的过程,我们需要从多视角、多维度来进行分析和研究.同时,讨论了若干在中国数学课堂研究中常常被忽视的方面.最后,对中国数学课堂教学研究提出建议.

§3 本书的重要性及其局限

正如我们前面提到的,本书的目的之一是综述和讨论国内外数学课堂教学的最新研究成果.因此,它的核心价值就在于,在课程和课堂教学改革的大背景下,及时地发展和促进我国数学课堂教育研究.它的实用价值是希望对一线教师提供理论指导下高质量数学课堂教学可操作性的案例.当然,本书也有它的局限性.由于数学教学是一种文化现象(Stigler & Hiebert, 1999),而我们分析的大部分文献来自西方的研究,所以其理论框架和研究结论是否适合中国现实有待进一步研究,而不能照搬.事实上,许多研究表明在不同教育体系和文化背景下,老师的信念和价值观、教学实践和学生学习行为是很不一样的(Cai, Kaiser, Perry & Wong, 2009; Clarke, Keitel & Shimizu, 2006; Hiebert et al., 2003; Li & Shimizu, 2009).尽管有这些局限,我们相信本书能够为数学教育工作者提供宝贵的文献资源,也能够为他们进行数学课堂教学研究提供帮助.

通过提供不同背景下数学课堂教学研究的综述,本书将为中国数学教育工作者反思教师教学实践及学生的学习行为提供参考.同时,它也为数学教育工作者介绍了可供研究的多个方面以及相应的研究方法.我们希望本书为研究和发展中国特色的数学课堂教学理