普通高等教育电气工程专业"十二五"规划教材

数值计算方法与MATLAB应用

SHUZHI JISUAN FANGFA YU MATLAB YINGYONG

主编 陈根永

郑州大学出版社

普通高等教育电气工程专业“十二五”规划教材

数值计算方法与MATLAB应用

主编　陈根永

郑州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数值计算方法与 MATLAB 应用/陈根永主编．—郑州：
郑州大学出版社，2010.9
（普通高等教育电气工程专业“十二五”规划教材）
ISBN 978-7-5645-0256-0

Ⅰ.①数…　Ⅱ.①陈…　Ⅲ.①数值计算-计算机辅助
计算-软件包，MATLAB　Ⅳ.①TP391.75②O241

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 170077 号

郑州大学出版社出版发行
郑州市大学路 40 号　　　　邮政编码:450052
出版人:王　锋　　　　发行部电话:0371-66966070
全国新华书店经销
河南省中景印务有限公司印制
开本:710 mm×1 010 mm　　　　1/16
印张:12.75
字数:256 千字
版次:2010 年 9 月第 1 版　　　　印次:2010 年 9 月第 1 次印刷

书号:ISBN 978-7-5645-0256-0　　　　定价:22.00 元
本书如有印装质量问题，请向本社调换

作者名单

主　编　陈根永

副主编　王明东　王金凤

编　委　（以姓氏笔画为序）

王明东　王金凤　陈根永

内容提要

在电气工程专业和自动化专业的工程实际以及科学研究中，数值计算方法的使用越来越广泛。本书试图在有限的学时内使学生掌握数值计算的基本概念，熟悉数值计算的基本方法以及MATLAB工具的使用。

本书第1篇介绍了数值计算的基本方法和基本概念，包括算法与误差、非线性方程的求解以及线性方程组的直接解法和迭代解法、插值多项式的基本概念、曲线拟合方法、定积分的数值计算以及常微分方程的数值解法。

第2篇结合第1篇数值计算方法的主要内容，介绍了MATLAB在科学计算方面的主要功能及其应用，使学生对MATLAB有初步的了解，并学会使用其基本功能，解决数值计算问题。

本书可作为电气工程、自动化两个专业或其他理工科专业本科生的教材使用。

前言

随着计算机技术的普及，科学计算的应用日益广泛。电气控制类专业教学内容近年来发生了较大变化，在这些专业的课程教学中，数值计算成为必不可少的教学内容。很多课程习题都借助计算机来完成。

目前采用的“数值计算方法”教材为工科通用教材，内容庞杂，实际讲授很不方便，由于缺乏针对性以及教学时数的限制，学生感到内容太多，抓不住重点，无所适从，教学效果差。显然，由于该课程课时较少，现有通用教材难以满足教学要求。考虑到专业需要和有限学时安排，作者实际课堂讲授内容与现有各种教材从内容和课时要求上都有很大不同。

本教材根据电气控制类专业的教学内容要求和学校对学时的安排编写。作者在多年讲授该课程的基础上，通过多种教材使用情况比较，结合自己的备课方案、讲授经验，不断完善教学内容和模式，结合学生学习本课程的反馈、评价以及与其他专业课程的衔接情况，形成了不同于其他教材的、针对本专业特点的教学内容。本教材内容具有以下特点：

(1) 本教材结合电气控制类学科的需要对教学内容进行整合，根据学科内容和学时需要，对教学内容进行精选，以求在较短的学时内使学生掌握后续课程中必须的“数值计算方法”基本内容以及其他关联性较强的内容。

(2) 对部分内容结合实际进行实用性处理，使内容既抓住重点，又深入浅出、易学易懂，能够解决专业问题。

(3) 结合 MATLAB 工具，提高学生研究性学习兴趣和能力。引入了 MATLAB 相关内容，通过 MATLAB 工具与教学内容的结合，使学生看到数值计算方法的具体应用，解决各种实际问题和专业问题，为后续课程打下基础。

(4)各种数值计算方法通过编程上机操作，提高学生实际操作能力，实现计算机与专业应用的结合，使学生切实感受到所学知识的应用。

本书的具体编写分工为：郑州大学电气工程学院的陈根永编写第2章、第3章、第4章、第8章，王明东编写第1章、第11章、第12章、第13章，王金凤编写第5章、第6章、第7章、第9章、第10章。全书由陈根永任主编并通稿。

贾建华老师审阅了本书，并提出了很多宝贵建议，在此深表谢意！

由于作者水平所限，虽尽力完善，但仍有很多疏漏和不足之处，恳请读者批评指正。

编者

2010年7月1日

目 录 CONTENTS

第1篇 数值计算的基本方法和概念

第 1 篇

数值计算的基本方法和概念

第1章 算法与误差

数学是自然科学的基础，自然科学的发展尤其是现代科技的发展对数学的发展提供了动力，也提出了更高的要求。随着人们面临的问题越来越复杂，数学产生了很多分支，从而成为一个庞大的家族。20 世纪计算机的产生为数学的应用增添了翅膀。尤其是近年来，计算机技术飞速发展，为数学的发展提供了新的工具和手段，也使很多与计算机相关的数学方法应运而生，过去很多无法手工解决的复杂问题可以借助计算机轻松解决。随着计算机和计算方法的飞速发展，几乎所有学科都走向定量化和精确化，从而产生了一系列计算性的学科分支，计算数学中的数值计算方法则是解决“计算”问题的桥梁和工具。显然，计算能力是计算工具和计算方法的效率的乘积，提高计算方法的效率与提高计算机硬件的效率同样重要。

这种借助计算机求解复杂数学问题的过程称为科学计算。科学计算已应用于科学技术和社会生活的各个领域中。

科学计算的应用十分广泛，大到研究宏观宇宙的形成及演变，小到基因工程、微观物理学的应用，都离不开科学计算。在我们日常生活中，科学计算几乎可以涵盖国防、工业、农业、交通、宏观经济、微观经济的各个层面。

科学计算和数值计算方法在电力系统中的应用已经深入到电力生产的各个环节，从一次部分到二次部分，从离线研究分析到在线实时控制，从电力勘测设计、施工、安装、调试到投运后的运行维护、在线监控都涉及大量的应用和管理软件，科学计算已经成为科学研究、日常生产管理调度和设计工作中必不可少的工具。

电力系统的规模越来越大，电压等级越来越高，目前国内 750 kV 和 1000 kV 线路相继投入运行。电力系统所要解决的问题越来越复杂，要求也越来越高，例如电力系统电压波动、频率波动的允许波动范围越来越小，这就要求系统的在线调控相应速度越来越高。显然对如此庞大的系统进行分析计算，这些工作在过去是难以设想的，而现在已成为很普遍的日常计算工作。例如对河南电网，如果进行电力系统潮流计算，短路电流计算和电力系统稳定性的计算，求解的系统可能涉及数百甚至上千个线性方程组、非线性方程组以及微分方程组，这些计算过程可能涉及数值计算方法的很多内容。本书将着重介绍科学计算中所必须掌握的最基本和最常

用的数值计算方法。

1.1 算法

1.1.1 算法的概念

任何一项计算,总要事先拟订计算方案和规划计算步骤,不过用人工手算时,解题步骤一般不必书写成文字的形式,只需在解题人的脑子里想好就可以。在解题过程中,常常要处理各种不同条件的限制和变化,根据计算的中间结果随时修改和补充预定的计算方案。

目前计算机运算次数可高达 10^{10} 次/秒,甚至更高,为了充分发挥计算机的利用效率,在计算机解题过程中,应尽量减少人工干预和"人机对话",使计算机能够自动连续地完成计算任务。为此,上机解题之前,必须将预先制定的解题方案"告诉"机器,令机器按照人们所规定的计算顺序去自动执行。用机器所能接受的"语言"来描述解题步骤,这项工作称为程序设计。

计算机的计算过程是完成人所规定好的并且用某种方式"告诉"计算机的计算程序,因此必须确定交付机器执行的解题方案当中的每个详细步骤(在专业计算中应预知每一个可能的中间结果,并提供下一步计算的转移路径),并且将此过程完整地描述出来。这种对解题方案的准确而完整的描述称为"算法"。

算法的描述可以有多种形式,只要能将计算过程表达清楚即可。例如,在解决大型算题时,一般用流程图(或程序框图)来描述计算过程,可以是简单流程图,也可以是详细的流程图。详细流程图除了作为算法说明外,还可以直观地表示出算法的全貌,是编写程序的重要依据。算法也可用日常语言和数学公式加以叙述。下面以二元一次方程求解过程为例简要说明。

设要求解二元一次联立方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

对变量较少的线性方程组可直接采用行列式解法,按照计算步骤首先应判别系数行列式 d 的值,即

$$d = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

是否为0,存在两种可能:

(1)如果 $d \neq 0$,则令机器计算

$$x_1 = \frac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{d}$$

$$x_2 = \frac{b_2 a_{11} - b_1 a_{21}}{d}$$

然后输出计算结果 x_1, x_2。

(2)如果 $d = 0$,则或为无解,或有无穷多组解,即所谓奇异的情形。

流程图(或称框图)1.1 形象而且完整地描述了以上算法。

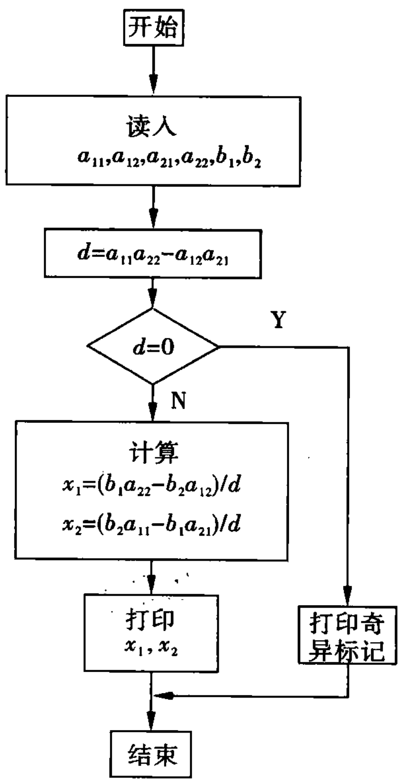

图 1.1　算法流程图

以上流程图是算法的精细完整的描述,可以作为编写计算程序的依据。

1.1.2 算法的优劣

近年来计算机的性能越来越高,其特点是运算速度高,存贮的信息量很大,并能自动完成极其繁杂的计算过程。

计算机的功能越来越强大,是否可以降低对算法的要求呢?我们在个人计算机上都会经常遇到计算速度慢、提示内存不足的情况,实际情况表明,如果算法选择不当,计算机的利用率就得不到充分发挥,有时甚至不能得到满意的解答,甚至出现计算过程无法完成的情况。算法的优劣一般可以用计算量、算法的存储量以及算法的逻辑结构来衡量。

1.1.2.1 算法的计算量

计算机目前计算次数可以达到每秒上亿甚至十亿、百亿次,但是当上机计算一个大型复杂算例时,同样会面临计算速度慢,甚至慢到难以忍受的程度。这主要是因为计算机内部所有的计算最终都要变成简单的算术运算,有时即便是一个简单问题,如果算法选择不当,可能会使计算量成为天文数字。

例 1.1 已知 $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n, x$,计算多项式:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

1)直接计算:运算量(乘法)

$$n + (n-1) + \cdots + 2 + 1 = \frac{1}{2} n(n+1)$$

2)秦九韶算法(1247 年):

$$p(x) = x(x \cdots (x(a_n x + a_{n-1}) + a_{n-2}) + \cdots + a_1) + a_0$$

运算量:

$$\begin{cases} b_n = a_n \\ b_k = b_{k+1} x + a_k, k = n-1, n-2, \cdots, 1, 0 \\ p(x) = b_0 \end{cases}$$

显然运算量为 n。

求解线性方程组时,原则上可以用行列式解法的克莱姆法则,用这种方法解一个 n 阶方程组,要算 $n+1$ 个 n 阶行列式的值,总共需要做 $n(n-1)(n+1)$ 次乘法。

当变量数目较少时,计算量增加并不明显,但是当变量较多时,例如当 n 为20,在科学计算中,这并不是一个太大的方程组,即使采用每秒十亿次的计算机,也要连续工作千年才能完成。显然这种算法在实际中是完全没有意义的。见例1.2。

例1.2 解线性方程组 $Ax=b$

其中 $A=(a_{ij})_{n\times n}, x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T, \quad b=(b_1,b_2,\cdots,b_n)^T$

1)克莱姆(Cramer)法则:

$$x_i=\frac{|A_i|}{|A|},\quad i=1,2,\cdots,n$$

不考虑加法运算,则运算量(乘除):

$$(n+1)\times n!\ +n\approx(n+1)!$$

计算次数为:$(20+1)!\ \approx5.1\times10^{19}$,若采用的计算机速度为每秒 10^9 次,每年 3.15×10^7 s,即每年的计算次数为 $3.15\times10^7\times10^9$ 次,近似需要1620年。

2)高斯消元法(Gauss):

运算量(乘除):

$$近似为\frac{1}{3}n^3+n^2-\frac{1}{3}n$$

取 $n=20$,则实际需要计算次数为3060次。

因此,计算量的大小是衡量算法优劣的一项重要标准。数值计算方法就是要寻求一种或几种在计算效率上最佳或近似最佳的方法。

1.1.2.2 算法的存储量

计算程序所占用的工作单元的数目称为算法的存贮量。或称占用内存量。尽管计算机能贮存大量信息,目前内存和硬盘容量越来越大,但计算大型算题时也会出现内存紧张问题,因此,尽量节约存贮量也是设计算法时需要考虑的一个因素。

1.1.2.3 算法的逻辑结构

虽然计算机能够自动执行极其复杂的计算方案,但计算方案的每个细节都需要人来预先制定。简单的逻辑结构不仅能使程序结构简洁清晰,同时也会明显优化计算次数。对于应用商业软件的系统,结构简单的程序可使程序升级和修改非常便利。因此设计算法所要考虑的另一个因素是逻辑结构的复杂性问题。从计算人员的角度来看,总是希望算法的逻辑结构尽量简化,使得编制程序和使用程序时比较方便。