21世纪高等学校规划教材

主编　秦万广

Daxue Wuli

大学物理（上）

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

04
424
:1

21世纪高等学校规划教材

04/424
:1
2010

大学物理

（上）

主　编　　秦万广
副主编　　刘　帅　闫　赫

北京邮电大学出版社
·北京·

内 容 提 要

本书是根据2004年教育部颁发的“非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求”，结合作者多年的教学实践经验而编写的.全书分为上、下两册，其中上册包括质点运动学、质点运动定律与守恒定律、刚体的定轴转动、狭义相对论、机械振动、机械波、气体动理论、热力学基础；下册包括真空中的静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒磁场、电磁感应、电磁场和电磁波、光学、量子物理基础、近代物理的应用.

物理学是工科院校开设的重要基础课，它的理论和方法已成为科学研究及处理各领域工程技术问题的有利工具.本书是作者在总结多年教学经验的基础上，充分吸收现有同类教材的优点及教学成果编写而成.理论叙述严谨、精炼、概念明确、系统性强.

本书可以作为普通高等教育理工科院校教材，也可以供其他相关专业人士参考.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.上/秦万广主编.—北京：北京邮电大学出版社，2010.1

ISBN 978-7-5635-1918-7

Ⅰ.大… Ⅱ.秦… Ⅲ.物理学-高等学校-教材 Ⅳ.O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第050392号

书　　名 大学物理(上)

主　　编 秦万广

责任编辑 沙一飞

出版发行 北京邮电大学出版社

社　　址 北京市海淀区西土城路10号(100876)

电话传真 010-62282185(发行部)　010-62283578(传真)

电子信箱 ctrd@buptpress.com

经　　销 各地新华书店

印　　刷 北京忠信诚胶印厂

开　　本 787 mm×960 mm　1/16

印　　张 15.5

字　　数 313千字

版　　次 2010年1月第1版　2010年1月第1次印刷

ISBN 978-7-5635-1918-7　　定价：27.00元

如有质量问题请与发行部联系

版权所有　侵权必究

前　　言

21世纪是充满生机和活力、富于竞争和挑战的时代，是经济全球化、知识多元化的时代，是科学技术突飞猛进和经济迅速发展的时代．在新的历史时代，培养有创新精神、有发展潜力，胜任国际竞争的挑战，适应社会和经济建设需要的人才，是大学教育的一个重要目标．而在工科大学教育中，物理课程既是基础理论课程，又是在培养学生抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力和科学计算能力诸方面起着特殊重要的作用．

本书是充分考虑了培养21世纪工程技术人才对物理学的要求，吸取多年来本科物理学教学改革的经验而编写的．本书在编写过程中，注重课程内容的有机结合，强调对基本理论、解题方法的严谨精炼阐述，力求例题和习题的选取丰富、具有综合性和实际应用性，重视对学生分析问题、解决问题及创新能力的培养．

为适应不同教学对象和不同专业类别的教学需要，本书在满足教学基本要求必学内容的基础上，还编入了一些供选学的内容．为方便读者，选学内容均冠以“*”号．这些选学内容可以拓展读者的知识面，使读者能更广泛地了解物理学的新成就和新技术等，它们大到章，小到节与段．所有选学内容均自成体系，可选讲或指导学生自学，跳过不读也不影响全书的系统性．

本书由秦万广主编，刘帅、闫赫为上册副主编，参加上册编写的人员还有宋瑞丽、何毓敏、康伟芳．在编写本书的过程中，得到了东北电力大学理学院物理教学部韩宝亮教授的指导；此外，北京邮电大学出版社有关人员在本书的编辑出版过程中付出了大量的劳动，在此一并致谢．

由于编者水平有限，编写时间较仓促，书中错误之处在所难免．我们衷心希望广大读者提出宝贵意见．

编　者

目　　录

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第1章　质点运动学

物体的运动形式通常包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核运动以及其他微观粒子运动等.机械运动是这些运动中最简单、最常见的运动形式.力学所研究的就是物体机械运动的规律.我们把宏观物体之间(或物体内部各部分之间)相对位置的变动称为**机械运动**.在经典力学中,通常将力学分为运动学、动力学和静力学三部分.本章只研究运动学规律.物体在运动过程中,若物体内各点所移动的路径完全相同,则可用物体上任一点的运动来代表整个物体的运动,从而可研究物体的位置随时间而改变的情况.在力学中,这部分内容称为质点运动学.

本章只研究运动学规律,即只从几何的观点来描述物体的运动,研究物体的空间位置随时间的变化关系,不涉及引发物体运动和改变物体运动状态的原因.

1.1　参考系　坐标系

任何一个物理过程都是很复杂的.为了清楚地描述物体的运动,给出其在任意时刻的数学表达,必须选择参考系、建立坐标系、提出物理模型.

一、运动的绝对性和相对性

自然界中的一切物体都处于运动之中.以机械运动而言,任何物体在任何时刻都在不停地运动着.例如,地球不仅自转同时还绕着太阳公转,太阳又相对银河系中心以大约 $250\ \mathrm{km\cdot s^{-1}}$ 的速率运动,而银河系又相对其他星系运动着.所以,绝对静止的物体是不存在的,这就是运动的绝对性.

然而运动又是相对的.因为我们所研究的物体运动都是在一定的环境和特定条件下的运动.例如,当我们说一个物体运动了,它肯定是指相对于另一个物体而言的.因此离开特定的环境、特定的条件谈论运动没有任何意义.因此我们说,运动具有相对性.

二、参考系

运动是绝对的,是错综复杂的.在这些错综复杂的运动中,要描述一个物体的运动,总得选择另一物体或几个彼此之间相对静止的物体作为参考,然后研究这个物体相对于这些物

体是如何运动的，这些被选作参考的物体就叫做**参考系**.

同一物体的运动，由于我们所选参考系不同，对其运动的描述就会不同. 例如，在匀速直线运动的车厢中，物体的自由下落，相对于车厢是作直线运动；相对于地面，却是作抛物线运动；相对于太阳或其他天体，运动的描述则更为复杂. 这一事实，充分说明了运动的描述是相对的.

从运动学的角度讲，参考系的选择是任意的. 但由于选择不同的参考系对于我们研究同一问题的复杂程度不同，所以通常我们以对问题的研究最方便最简单为原则. 研究地球上物体的运动，在大多数情况下，以地球为参考系最为方便(以后如不作特别说明，研究地球上物体的运动，都是以地球为参考系). 但是，当我们在地球上发射“人造天体”时，则需以太阳为参考系.

通过上面的讨论，我们知道，要明确地描述一个物体的运动，只有在选取某一确定的参考系后才有可能，而且由此作出的描述总是具有相对性的.

三、坐标系

为了从数量上确定物体相对于参考系的位置，需要在参考系上选用一个固定的坐标系. 一般在参考系上选定一点作为坐标系的原点，取通过原点并标有长度的线作为坐标轴建立坐标系. 常用的坐标系是直角坐标系. 根据需要，我们也可选用其他的坐标系，例如极坐标系、自然坐标系、球坐标系、柱坐标系等.

总的说来，当参考系选定后，无论选择何种坐标系，物体的运动性质都不会改变. 然而如果坐标系选择得当，则可使计算简化.

四、物理模型

任何一个真实的物理过程都是极其复杂的. 为了寻找某过程中最本质、最基本的规律，我们总是根据所提问题(或所要回答的问题)，对真实过程进行理想化的简化，然后经过抽象提出一个可供数学描述的物理模型.

现在我们所提出的问题是确定物体在空间的位置. 若物体的线度比它运动的空间范围小很多时，或当物体只作平动时，物体上各部分的运动情况完全相同. 我们可以忽略物体的形状、大小而把它看成一个只具有一定质量的点，并称之为**质点**.

若物体的运动在上述两种情形之外，我们还可以推出质点系的概念. 即把这个物体看成是由许许多多满足第一种情况的质点所组成的系统. 当我们把组成这个物体的各个质点的运动情况弄清楚了，也就描述了整个物体的运动.

如果我们研究物体的转动，就必定涉及物体的空间方位，此时，质点模型已不适用，因为一个点是无方位而言的. 然而，若在我们所研究的问题中，物体的微小形变可以忽略不计时，则可以引入刚体模型. 所谓刚体，是指在任何情况下，都没有形变的物体. (关于刚体我们将

在第 3 章中讲述)

质点和刚体是我们在力学中所遇到的最初的物理模型.

综上所述,我们能够得到以下的启发:选择合适的参考系,以方便确定物体的运动性质;建立恰当的坐标系,以定量地描述物体的运动;提出较准确的物理模型,以确定所提问题最基本的运动规律.

1.2　运动的描述

一、位置矢量和位移

1. 位置矢量

在坐标系中,质点的位置常用位置矢量来表示. **位置矢量**简称**位矢**,它是一个有向线段. 如图 1-1 所示,位矢 $\boldsymbol{r}$ 的始端位于坐标系的原点 O,末端则与质点 P 在时刻 t 的位置相重合. 从图 1-1 中可以看出,位矢 $\boldsymbol{r}$ 在 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴上的投影(即质点的坐标)分别为 x、y 和 z. 所以,质点 P 在直角坐标系中的位置,既可用位矢 $\boldsymbol{r}$ 来表示,也可用坐标 x、y 和 z 来表示. 如取 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 和 $\boldsymbol{k}$ 分别为沿 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴的单位矢量,那么位矢 $\boldsymbol{r}$ 亦可写成

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}. \qquad (1-1)$$

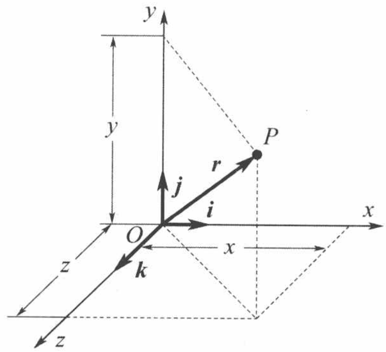

图 1-1　位置矢量

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},\quad \cos\beta = \frac{y}{r},\quad \cos\gamma = \frac{z}{r}.$$

式中 α、β、γ 分别是 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴之间的夹角.

2. 运动方程

当质点运动时,它相对坐标原点 O 的位矢 $\boldsymbol{r}$ 是随时间变化的,如图 1-2 所示. 因此,$\boldsymbol{r}$ 是时间的函数,即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}. \qquad (1-2)$$

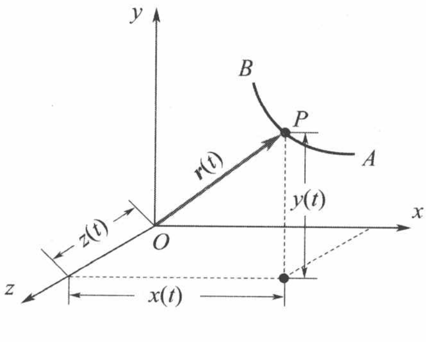

图 1-2　运动方程

式(1-2)叫做质点的**运动方程**. $x(t)$,$y(t)$ 和 $z(t)$ 是

运动方程的分量式,也叫运动方程的**参数方程**,从中消去参数 t 便得到质点运动的**轨迹方程**. 值得指出的是,运动学的重要任务之一就是找出各种具体运动所遵循的运动方程.

3. 位移

在如图 1-3 所示的直角坐标系中,有一质点沿曲线从时刻 t_1 的点 A 运动到时刻 t_2 的点 B,质点相对原点 O 的位矢由 $\boldsymbol{r}_1$ 变化到 $\boldsymbol{r}_2$. 显然在时间间隔 $\Delta t=t_2-t_1$ 内,位矢的长度和方向都发生了变化. 我们把从始点 A 指向终点 B 的有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 称为点 A 到点 B 的**位移矢量**,简称**位移**. 位移 $\overrightarrow{AB}$ 反映了质点位矢的变化. 如果把 $\overrightarrow{AB}$ 写成 $\Delta\boldsymbol{r}$,则由图 1-3 可以看出,点 B 的位矢 $\boldsymbol{r}_2$ 应等于点 A 的位矢 $\boldsymbol{r}_1$ 与 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的矢量和,即

$$\boldsymbol{r}_2=\boldsymbol{r}_1+\Delta\boldsymbol{r}.$$

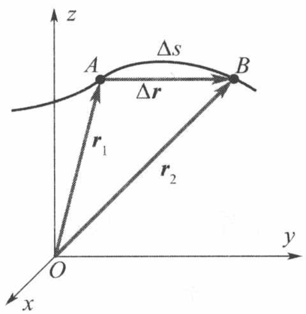

图 1-3　位移

由上式可得,质点从点 A 到点 B 的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1. \tag{1-3}$$

由式(1-2)可将 A、B 两点的位矢 $\boldsymbol{r}_1$ 与 $\boldsymbol{r}_2$ 分别写成

$$\boldsymbol{r}_1=x_1\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}+z_1\boldsymbol{k},$$
$$\boldsymbol{r}_2=x_2\boldsymbol{i}+y_2\boldsymbol{j}+z_2\boldsymbol{k}.$$

于是,位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 亦可写成

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}. \tag{1-4}$$

位移的大小为

$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}. \tag{1-5}$$

应当注意,位移是描述质点位置变化的物理量,它只表示位置变化的效果,并非质点所经历的实际路程. 如图 1-3 所示,曲线所示的路径是质点实际运动的轨迹,轨迹的长度为质点所经历的路程,而位移则是 $\Delta\boldsymbol{r}$. 当质点经一闭合路径回到原来的起始位置时,其位移为零,而路程则不为零. 可见,质点的位移和路程是两个完全不同的概念. 只有在 Δt 取得很小的极限情况下,位移的大小 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$ 才可视为与路程曲线 AB 没有区别. 位移和路程的单位均是长度的单位,其单位在国际单位制(SI 制)中为 m(米).(在后面的内容中凡是没有特别说明的单位都是指国际单位)

二、速度和加速度

1. 速度

研究质点运动时,不仅要知道质点的位置变动——位移,还必须要知道在多长的一段时间内通过的这段位移,也就是要知道质点运动的快慢程度.

如图 1-3 所示,在时刻 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间内,质点的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$,那么 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与 Δt 的比值,就称为质点在 t 时刻附近 Δt 时间内的**平均速度**

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}. \tag{1-6}$$

从式(1－6)不难看出，平均速度的方向与位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向相同，平均速度的大小与在相应的时间 Δt 内的单位时间的位移大小相同.

显然，用平均速度描述物体的运动是比较粗糙的. 因为在 Δt 时间内，质点各个时刻的运动情况不一定相同，质点的运动可以时快时慢，方向也可以不断地改变，平均速度并不能反映质点运动的真实细节. 如果我们要精确地知道质点在某一时刻或某一位置的实际运动情况，需要使 Δt 尽量减少，即 $\Delta t\to 0$，用平均速度的极限值——**瞬时速度**(简称**速度**)来描述.

质点在某时刻或某位置的瞬时速度，等于该时刻附近 Δt 趋于零时平均速度的极限值，其表达式为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}. \tag{1-7}$$

可见**速度等于位矢对时间的一阶导数**.

速度的方向就是 Δt 趋近于零时，平均速度$\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$的极限方向，即沿质点所在处轨道的切线方向，并指向质点前进的一方. 速度是矢量，既有大小又有方向.

描述质点运动时，我们也常采用一个叫做**速率**的物理量. 速率是标量，等于质点在单位时间内所经过的路程，而不考虑质点运动的方向. 如图 1－3 所示，在 Δt 时间内质点所经过的路程为曲线 AB. 设曲线 AB 的长度为 Δs，那么 Δs 与 Δt 的比值就称为 t 时刻附近 Δt 时间内的平均速率，即

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \tag{1-8}$$

值得注意的是，平均速率与平均速度不能等同看待. 例如，在某一段时间内，质点走了一个闭合路径，显然质点的位移等于零，平均速度也为零，而质点的平均速率却不等于零. 虽然如此，但在 $\Delta t\to 0$ 的极限条件下，曲线$\overset{\frown}{AB}$的长度 Δs 与直线 AB 的长度 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 相等，即在 $\Delta t\to 0$ 时，$\mathrm{d}s=|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$，所以瞬时速率

$$v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t} = |\boldsymbol{v}|, \tag{1-9}$$

即**瞬时速率就是瞬时速度的模**.

在直角坐标系中，由式(1－1)可知，速度可表示成

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}, \tag{1-10}$$

式中 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$叫做速度在 x, y, z 轴的分量. 这时速度的模可以表示成

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}. \tag{1-11}$$

速度和速率在量值上都是长度与时间之比，它们的单位在国际单位制中为 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$(米

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

每秒).

例 1－1　设质点运动的参数方程为 $x=t+2$，$y=\frac{1}{4}t^2+2$. x，y 的单位均为 m.

(1)求 $t=3$ s 时的速度；

(2)作出质点的运动轨迹图.

解　(1)由题意可得速度分量分别为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=1,\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}t.$$

故 $t=3$ s 时的速度分量为 $v_x=1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 和 $v_y=1.5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 于是 $t=3$ s 时，质点的速度为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{i}+1.5\boldsymbol{j}.$$

速度的大小为 $v=1.8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，速度 $\boldsymbol{v}$ 与 x 轴之间的夹角为

$$\theta=\arctan\frac{1.5}{1}=56.3°.$$

(2)由已知参数方程 $x=t+2$，$y=\frac{1}{4}t^2+2$，消去 t 可得轨迹方程为

$$y=\frac{1}{4}x^2-x+3.$$

并可作如图 1－4 所示的质点运动轨迹图.

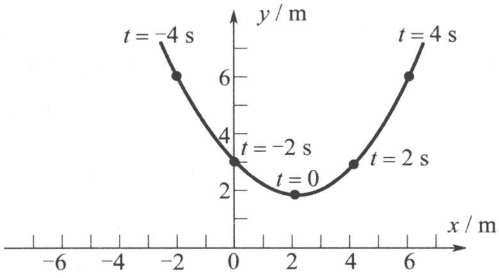

图 1－4　例 1－1 图

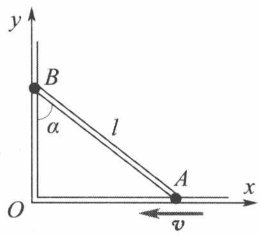

图 1－5　例 1－2 图

例 1－2　如图 1－5 所示，A、B 两物体由一长度为 l 的刚性细杆相连，A、B 两物体可在光滑轨道上滑行. 若物体 A 以恒定的速率 v 向左滑行，当 $\alpha=60°$ 时，物体 B 的速度是多少？

解　按图 1－5 所选的坐标轴，物体 A 的速度为

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{A}}=\boldsymbol{v}_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}=-v\boldsymbol{i},\qquad ①$$

式中“－”号表示 A 沿 Ox 轴负方向运动. 而物体 B 的速度为

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{B}}=\boldsymbol{v}_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}.\qquad ②$$

由于△OAB 为一直角三角形，故有 $x^2+y^2=l^2$. 考虑到细杆是刚性的，其长度 l 为一常量，但 x，y 是时间的函数，故有

$$2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+2y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0,$$

可得
$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}.$$

由式②可得物体 B 的速度为

$$\boldsymbol{v}_B = -\frac{x}{y}\frac{dx}{dt}\boldsymbol{j}. \qquad ③$$

因为

$$\frac{dx}{dt} = -v, \quad \tan\alpha = \frac{x}{y},$$

所以式③可写为

$$\boldsymbol{v}_B = v\tan\alpha\boldsymbol{j}.$$

$\boldsymbol{v}_B$的方向沿 y 轴正向，因此物体 B 的速度大小为

$$v_B = v\tan\alpha.$$

当 $\alpha=60°$时，

$$v_B = 1.73v.$$

2. 加速度

在力学中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 和速度$\boldsymbol{v}$ 都是描述物体机械运动的状态参量. 即当 $\boldsymbol{r}$ 与$\boldsymbol{v}$ 已知时，质点的运动状态就确定了. 我们要引入的加速度的概念是用来描述速度矢量随时间变化的物理量. 由于速度是个矢量，所以无论是速度的数值发生了变化，还是其方向发生了变化，都表示速度发生了改变. 为了有效衡量速度的变化，我们将从曲线运动出发引出加速度的概念.

如图 1-6 所示，质点在直角坐标系内的运动轨迹是一条曲线，$\boldsymbol{v}_A$表示质点在 t 时刻位置 A 处的速度，$\boldsymbol{v}_B$表示质点在 $t+\Delta t$ 时刻位置 B 处的速度. 从速度矢量图可以看出，在时间间隔 Δt 内质点速度的增量为

$$\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A.$$

与平均速度的定义相类似，比值$\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$称为 t 时刻附近 Δt 时间内的**平均加速度**，即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A}{\Delta t} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}. \qquad (1-12)$$

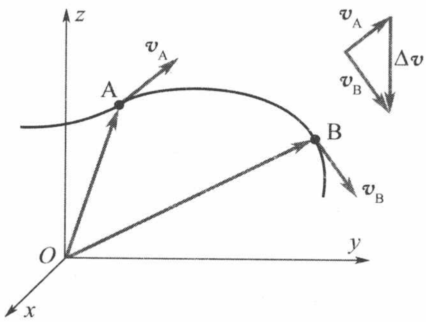

图 1-6　速度的增量

平均加速度只是反映在时间间隔 Δt 内速度的平均变化率. 为了准确地描述质点在某一时刻 t(或某一位置处)的速度变化率，须引入瞬时加速度的概念.

质点在某时刻或某位置处的**瞬时加速度**(简称**加速度**)等于该时刻附近 Δt 趋近于零时平均加速度的极限值，其数学表达式为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}. \qquad (1-13)$$

可见，**加速度是速度对时间的一阶导数，或位置矢量对时间的二阶导数.**

在直角坐标系中，加速度的表达式为

$$\boldsymbol{a} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\boldsymbol{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\boldsymbol{k} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}. \qquad (1-14)$$

式中 $a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$,$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$,$a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$,称为加速度在 x,y,z 轴上的分量.加速度的大小为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}. \tag{1-15}$$

加速度的方向是当 $\Delta t\to 0$ 时,平均加速度$\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$或速度增量的极限方向.

例 1-3　如图 1-7 所示,一人用绳子拉着小车前进,小车位于高出绳端 h 的平台上,人的速率 v_0 不变,求小车的速度和加速度的大小.

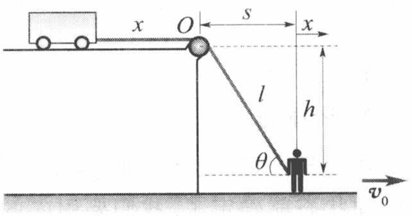

图 1-7　例 1-3 图

解　小车沿直线运动,以小车的前进方向为 x 轴正方向,以滑轮为坐标原点建立直角坐标系.小车的坐标为 x,人的坐标为 s,由速度的定义,小车和人的速度大小应为

$$v_车=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_人=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v_0.$$

由于定滑轮不改变绳长,所以小车坐标的变化率等于拉小车的绳长的变化率,即

$$v_车=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}.$$

又由图 1-7 可以看出,有 $l^2=s^2+h^2$,两边对 t 求导得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t},$$

即

$$v_车=\frac{v_人 s}{l}=v_人\frac{s}{\sqrt{s^2+h^2}}=\frac{v_0 s}{\sqrt{s^2+h^2}}.$$

同理可得小车的加速度大小为

$$a=\frac{\mathrm{d}v_车}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0^2h^2}{(s^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

三、曲线运动的描述

1. 平面曲线运动

质点作曲线运动时,$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向和$\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$的极限方向一般不同于速度$\boldsymbol{v}$ 的方向,而且在曲线运动中,加速度的方向总是指向曲线凹进的一边.如果速率是减慢的($|\boldsymbol{v}_B|<|\boldsymbol{v}_A|$),则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成钝角;如果速率是加快的($|\boldsymbol{v}_B|>|\boldsymbol{v}_A|$),则 $\boldsymbol{a}$ 与$\boldsymbol{v}$ 成锐角;如果速率不变($|\boldsymbol{v}_B|=|\boldsymbol{v}_A|$),则 $\boldsymbol{a}$ 与$\boldsymbol{v}$ 成直角,如图 1-8 所示.

为运算方便起见,平面曲线运动中的加速度常采用平面自然坐标系加以讨论,即将加速度沿着质点所在处轨道的切线方向和法线方向进行分解,这样得到的加速度分量分别叫做**切向加速度和法向加速度**.

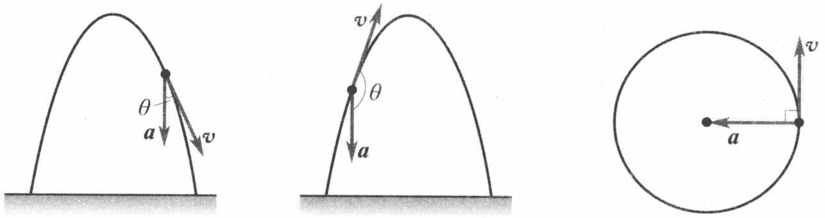

图 1-8　曲线运动中的加速度

设质点的运动轨道如图 1-9(a)所示：t 时刻质点在 P_1 点，速度为$\boldsymbol{v}_1$；$t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 P_2 点，速度为$\boldsymbol{v}_2$. P_1，P_2 两点的邻切角为 $\Delta\theta$，在 Δt 时间内，速度增量为 $\Delta\boldsymbol{v}$. 图 1-9(b)表示了$\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$，$\Delta\boldsymbol{v}$ 三者之间的关系. $\Delta\boldsymbol{v}$ 就是图中$\overrightarrow{BC}$矢量. 如果在$\overrightarrow{AC}$上截取$|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{v}_1|$，则剩下的部分为

$$|\overrightarrow{DC}|=|\overrightarrow{AC}|-|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{v}_2|-|\boldsymbol{v}_1|=|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=\Delta v,$$

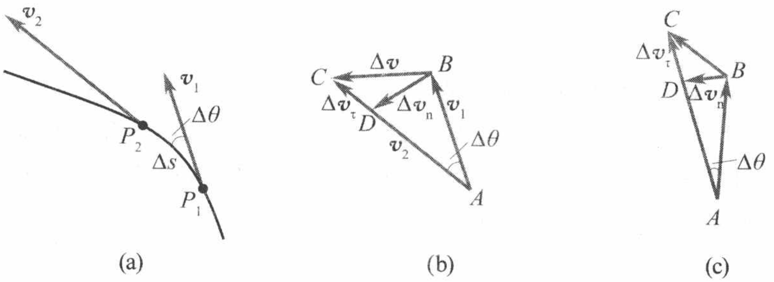

图 1-9　切向加速度与法向加速度

即$|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=\Delta v$ 反映了速度模的增量. 连接$\overrightarrow{BD}$，并记作 $\Delta\boldsymbol{v}_n$，其反映了速度方向的增量. 不难看出，速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 包含速度大小的增量和速度方向的增量这两个方面的含义，可以通过 $\Delta\boldsymbol{v}_\tau$和 $\Delta\boldsymbol{v}_n$得到定量的描述，即 $\Delta\boldsymbol{v}=\Delta\boldsymbol{v}_\tau+\Delta\boldsymbol{v}_n$.

由图 1-9(c)可以看出，当 $\Delta t\to0$ 时，$\Delta\theta\to0$，则$\angle ABD\to\frac{\pi}{2}$，即在极限条件下，$\Delta\boldsymbol{v}_n$的方向垂直于过 P_1 点的切线，亦即沿曲线在 P_1 点的法线方向；同时，在 $\Delta\theta\to0$ 的极限条件下 $\Delta\boldsymbol{v}_\tau$就是$\boldsymbol{v}_1$的方向，也就是沿 P_1 点的切线方向.

由图 1-9(c)还可以看出，$\Delta\theta\to0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{v}_n|=v\Delta\theta$，如果以 $\boldsymbol{e}_n$ 表示点 P_1 内法线方向的单位矢量，以 $\boldsymbol{e}_\tau$ 表示 P_1 点切线方向(且指向质点前进方向)的单位矢量，则有

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_n}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau+v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n. \tag{1-16}$$

由于$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v\frac{1}{\rho}$，式中 ρ 为过 P_1 点的曲率圆的曲率半径，则上式可写为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n. \tag{1-17}$$

式中 $\boldsymbol{a}_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau$，$\boldsymbol{a}_\mathrm{n}=\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$ 为加速度的切线分量和法线分量. $\boldsymbol{a}_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，反映了速度大小的变化；$\boldsymbol{a}_\mathrm{n}=\dfrac{v^2}{\rho}$，反映了速度方向的变化. 加速度的大小为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_\tau^2+a_\mathrm{n}^2}. \tag{1-18}$$

加速度在国际单位制中的单位为 m · s^{-2}（米每平方秒）.

例 1－4　以速度 v_0 平抛一小球，不计空气阻力，求 t 时刻小球的切向加速度的大小 a_τ，法向加速度的大小 a_n 和轨道的曲率半径 ρ.

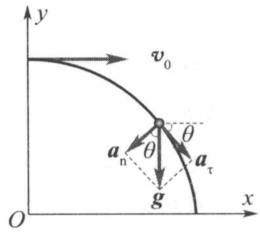

图 1－10　例 1－4 图

解　由图 1－10 可知

$$a_\tau=g\sin\theta=g\frac{v_y}{v}=g\frac{gt}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}=\frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}},$$

$$a_\mathrm{n}=g\cos\theta=g\frac{v_x}{v}=\frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}},$$

$$\rho=\frac{v^2}{a_\mathrm{n}}=\frac{v_x^2+v_y^2}{a_\mathrm{n}}=\frac{(v_0^2+g^2t^2)^{\frac{3}{2}}}{gv_0}.$$

2. 圆周运动

质点作圆周运动时，由于其轨道的曲率半径处处相等，而速度方向始终在圆周的切线上，因此对圆周运动常常采用以平面自然坐标系为基础的线量描述和以平面极坐标系为基础的角量描述. 下面我们就来看一下，在这两种平面坐标系下如何描述质点的圆周运动.

在自然坐标系中，位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 是轨道 s 的函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(s).$$

如图 1－11 所示. O' 为自然坐标系原点，$\boldsymbol{e}_\tau$ 和 $\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$ 分别为切向单位矢量和法向单位矢量. 我们知道，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，在自然坐标系中位移和速度分别表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\mathrm{d}s\boldsymbol{e}_\tau,$$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau=v\boldsymbol{e}_\tau. \tag{1-19}$$

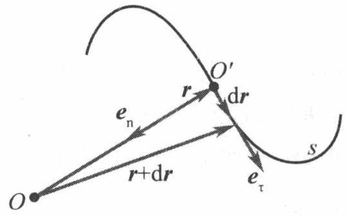

图 1－11　用自然坐标表示质点的位置

根据式（1－17），圆周运动中的切向加速度和法向加速度为

$$\boldsymbol{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{e}_\tau, \tag{1-20}$$

$$\boldsymbol{a}_\mathrm{n}=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}=\frac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}. \tag{1-21}$$

式中 R 是圆半径. 于是，所谓匀速圆周运动，就是指切向加速度为零的圆周运动，即匀速率圆周运动.

如果以圆心为**极点**，任引一条射线为**极轴**，那么质点位置对极点的矢径 $\boldsymbol{r}$ 与极轴的夹角 θ 就叫做质点的**角位置**，用 $\Delta\theta$ 表示位矢在 Δt 时间内转过的**角位移**. 角位移既有大小又有方

向，其方向的规定为：用右手四指表示质点的旋转方向，与四指垂直的大拇指则表示角位移的方向，即角位移的方向是按右手螺旋法则规定的. 在图 1－12 中，质点逆时针转动，这时角位移的方向垂直于纸面向外. 但有限大小的角位移不是矢量(因为其合成不服从交换率). 可以证明，只有在 $\Delta t \to 0$ 时的角位移才是矢量. 质点作圆周运动时，其角位移只有两种可能的方向，因此，我们也可以在标量前冠以正、负号来表示角位移的方向. 如果我们过圆心作一垂直于圆面的直线，任选一个方向规定为坐标轴的正方向，则由上述规定的角位移，其方向与坐标轴正向相同则为正号，反之则为负号.

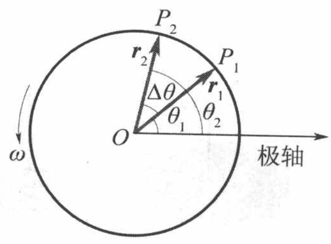

图 1－12　角位移

如前面引进速度、加速度的方法一样，我们也可以引进**角速度**和**角加速度**，即

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}, \tag{1-22}$$

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}. \tag{1-23}$$

当质点作圆周运动时，R 为常数，角位置只是时间 t 的函数，这样只需一个坐标(即角位置 θ)就可描述质点的位置. 这和质点的直线运动有些类似. 因此，我们也可比照匀变速直线运动的方法建立起描述匀角加速圆周运动的公式，即在匀角加速圆周运动中有

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t, \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2, \\ \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0). \end{cases} \tag{1-24}$$

不难证明，在圆周运动中，线量和角量之间存在如下关系：

$$\begin{cases} ds = R d\theta, \\ v = \dfrac{ds}{dt} = R\dfrac{d\theta}{dt} = R\omega, \\ a_\tau = \dfrac{dv}{dt} = R\dfrac{d\omega}{dt} = R\alpha, \\ a_n = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2. \end{cases} \tag{1-25}$$

角速度的方向由右手螺旋法则确定(握住右手的四指指向质点运动方向，则拇指指向即角速度的方向)，如图 1－13 所示. 按照矢量积法则，角速度矢量与线速度矢量之间的关系为

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}, \tag{1-26}$$

如图 1－14 所示.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com