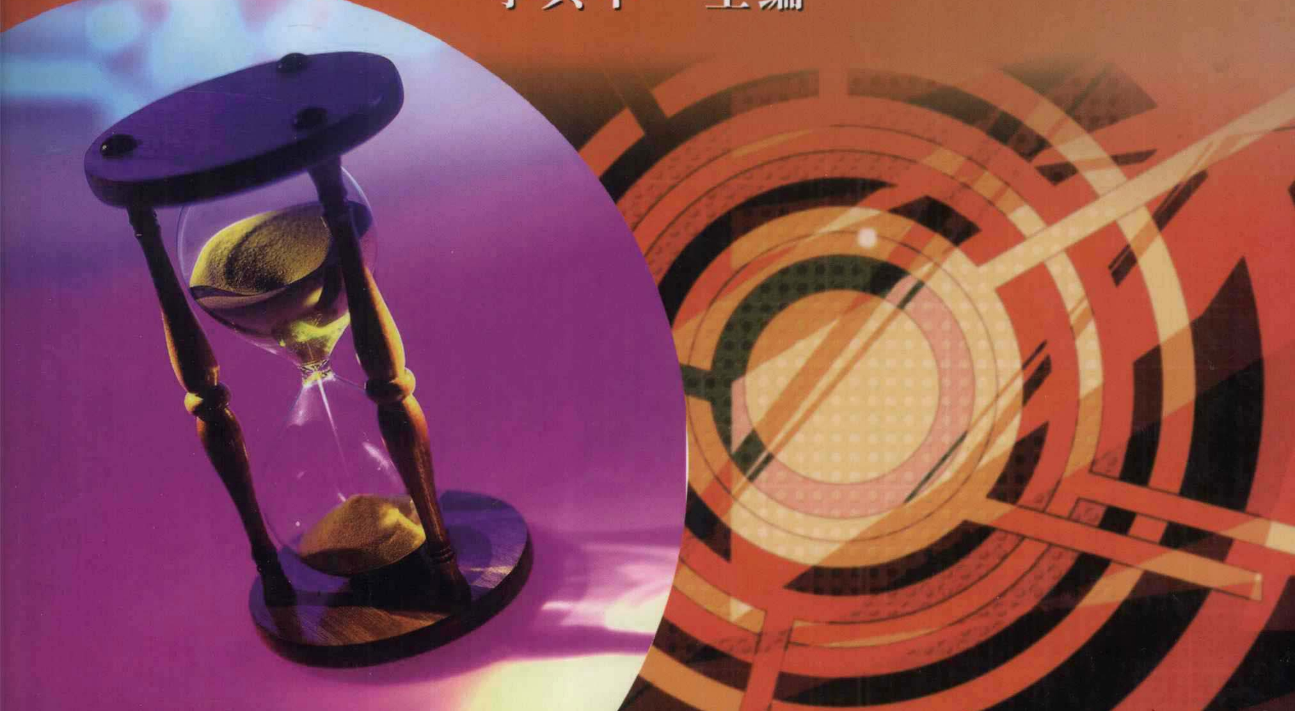
中国科学院教材建设专家委员会规划教材

全国高等医药院校规划教材

供临床、预防、基础、护理、影像、检验、麻醉、中医学、中西医结合、口腔、药学、法医等专业使用

医学物理学 学习指导与习题解答

李宾中　主编



科学出版社
www.sciencep.com

中国科学院教材建设专家委员会规划教材

全国高等医药院校规划教材

医学物理学
学习指导与习题解答

科学出版社

中国科学院教材建设专家委员会规划教材
全国高等医药院校规划教材

供临床、预防、基础、护理、影像、检验、麻醉、中医学、
中西医结合、口腔、药学、法医等专业使用

医学物理学
学习指导与习题解答

主　编　李宾中
副主编　王光昶　任社华　王　磊　廖新华
编　委　（以姓氏笔画为序）

王　磊（四川大学）
王光昶（成都医学院）
方　涌（遵义医学院）
任社华（遵义医学院）
汤明玥（川北医学院）
李宜贵（四川大学）
李宾中（川北医学院）
张建炜（成都医学院）
陈海峰（川北医学院）
幸浩洋（四川大学）
聂　娅（四川大学）
曾林泽（川北医学院）
廖新华（第三军医大学）
薛晋惠（川北医学院）

学术秘书　陈海峰（川北医学院）　汤明玥（川北医学院）

科学出版社
北　京

内 容 简 介

做习题是学习物理学过程中不可缺少的一个重要环节,而解题是加深对基本概念和基本定律理解的一个重要手段。

本书是根据《医学物理学》课程的基本要求,针对学生学习医学物理学课程中存在的问题和遇到的困难,并结合我们多年的教学实践经验编写而成。旨在启发、培养,进而提高学生的自学能力和认识问题、分析问题、解决问题的能力,帮助学生提高学习效率。

本书分章编写,每章均由五部分组成:基本要求、内容提要、解题指导、习题解答、自测题;是学习《医学物理学》内容的十分有用的工具;可用作医药类专业大学生学习《医学物理学》的学习辅导参考书,也可供自学者使用。

图书在版编目(CIP)数据

医学物理学学习指导与习题解答 / 李宾中主编. —北京:科学出版社,2010.8

(中国科学院教材建设专家委员会规划教材·全国高等医药院校规划教材)

ISBN 978-7-03-028563-8

Ⅰ. 医… Ⅱ. 李 Ⅲ. ①医用物理学-医学院校-教学参考资料 Ⅳ. R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 158125 号

策划编辑:李国红　邹梦娜 / 责任编辑:邹梦娜 / 责任校对:郑金红

责任印制:刘士平 / 封面设计:黄　超

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

北京市文林印务有限公司印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2010 年 8 月第　一　版　　开本:787×1092　1/16

2010 年 8 月第一次印刷　　印张:11　1/2

印数:1--6 000　　字数:324 000

定价:19.80 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前　　言

做习题是学习物理学过程中不可缺少的一个重要环节，而解题是加深对基本概念和基本定律理解的一个重要手段，特别是形式新颖的思考题和习题往往能把对基础知识的理解推向一个新的高度。

任何一本物理教科书，不论其内容如何出色，都不能自然地导致学生解题（认识问题、分析问题、解决问题）能力的提高，何况教材中的例题和练习，一般都局限于以某一章节的内容为主，因此，学生获得的解题经验是相对有限的。可以说，解题是学生在学习物理过程中特别感到困难的地方。

为此，我们根据《医学物理学》课程的基本要求和高等医药院校的实际，编写了这本《医学物理学学习指导与习题解答》，旨在启发、培养，进而提高学生的自学能力和认识问题、分析问题、解决问题的能力，帮助学生提高学习效率。为此目的，本书将把你的注意力集中在各章最基本的内容上。

本书可以用作李宾中主编的《医学物理学》的学习辅导参考书，但它不能代替教材，更不能代替你自己的勤奋努力。在学习中，首先，要注重对物理问题的“分析”，分析是建立物理模型的基础，只有通过分析才能逐步深化对物理概念、原理的理解；其次，必须勤于“解题”，只有通过解题才能掌握灵活的物理方法，领会深邃的物理思想。

本书分章编写，每章均由五部分组成：基本要求、内容提要、解题指导、习题解答、自测题。“基本要求”部分，让学生明白本章的学习目的和基本要求。“内容提要”部分，引导学生复习并掌握本章的基本内容。“解题指导”部分，则通过典型例题的分析和解算，总结解题的方法，讨论解题技巧。“习题解答”部分，对李宾中主编的《医学物理学》各章的习题给出详细的参考解答，供学生检查自己所作习题时使用。“自测题”部分，供学生自我评估学习效果使用，并附有参考答案，供学生查对。

学习物理学有一个方法问题，哪些概念、观点和公式是应该牢记的？哪些是应该阅读以求“通晓”，但不必牢记的？事实上，只有两类东西必须记住：定义、基本原理。

本书是学习、复习《医学物理学》内容的十分有用的工具，可以使学生在较短时间内掌握教材重点。希望同学们勤于动手、动脑，精心地演算每一道例题、习题，学有所获。

由于编者的知识和水平有限，加之脱稿仓促，书中的缺点和错误在所难免，恳切希望读者批评指正。

编　者

2010年4月

目　录

第一章　力学基础

一、基本要求

(1) 熟悉质点、质点系以及刚体的运动描述；掌握位移、路程、速度、角速度以及角加速度的定义及它们之间的关系。

(2) 掌握质点和质点系的运动定理，如牛顿第二定律、动量定理及动量守恒、角动量定理及角动量守恒以及功能原理及机械能守恒。

(3) 熟练掌握刚体的定轴转动定律，刚体定轴转动的角动量定理和角动量守恒以及刚体定轴转动的功能关系和机械能守恒。

二、内容提要

1. 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$　质点在一段时间内位置的改变称之为在这段时间内的位移；位移是矢量。

2. 速度 $\boldsymbol{v}$　质点的位移与所经历的时间的比值；速度是矢量。

3. 加速度 $\boldsymbol{a}$　质点的运动速度随时间的变化率，称之为质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度。

4. 牛顿第一定律　物体(质点)如果不受外力的作用，它将保持原有的静止状态或做匀速直线运动(惯性定律)。

5. 牛顿第二定律　作用在物体上的合外力 $\boldsymbol{F}$ 等于物体动量的时间变化率；

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}}{\mathrm{d}t}$$

6. 牛顿第三定律　力总是成对出现的。如果物体 A 以力 $\boldsymbol{F}_A$ 作用在物体 B 上，则物体 B 也必然同时以一个等大反向的力 $\boldsymbol{F}_B$ 作用在物体 A 上，即 $\boldsymbol{F}_A=-\boldsymbol{F}_B$。

7. 量纲　表示物理量如何由基本量组合的式子；量纲可以用来校核等式，也可以定出同一物理量不同单位之间的换算关系。

8. 惯性参考系　适用牛顿运动定律的参考系或牛顿第一定律定义的参照系；在这个参照系中，一个不受力作用的物体将保持静止或做匀速直线运动。

9. 非惯性系　相对于一个已知惯性系做加速运动的参考系。

10. 力在时间 dt 内的冲量　$\mathrm{d}\boldsymbol{I}=\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$，在 t_1 到 t_2 的有限时间内，质点受到的合外力的冲量为 $\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$。

11. 动量定理　受合外力的冲量等于物体系动量的改变，$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\boldsymbol{P}_2-\boldsymbol{P}_1$。

12. 动量守恒定律　当质点系所受的合外力为零时，系统的总动量保持不变，即

$$\sum\boldsymbol{F}_{外}=0,\boldsymbol{P}=\sum_i m\boldsymbol{v}_i=\text{恒矢量}$$

13. 功　力在位移方向上的分量与该位移大小的乘积，一段元位移上力的元功为 $\mathrm{d}A=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$，对于一段有限的运动路径，力 $\boldsymbol{F}$ 所做的功为该路径上各段元功的和，表示为

$$A=\int_a^b\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

14. 功率　功对时间的变化率称为瞬时功率，简称功率，表示为

$$P=\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=\frac{\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$$

15. 动能 由各时刻质点的运动状态(以速率表征)决定的表示能量的物理量即是动能,可表示为 $\frac{1}{2}mv^2$ 。

16. 动能定理 质点的动能增量等于合外力对它所做的功

$$A_{ab}=\int_{a\,(l)}^{b}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_a^b\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$$

17. 保守力 力对物体所做的功与物体运动的路径无关,仅由运动物体的始末位置所决定,$\oint_l \boldsymbol{F}_c\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=0$,这样的力叫做保守力。

18. 势能 保守力做功与路径无关,仅取决于物体间的始末位置,由始末位置决定的函数即势能函数。保守力做功就等于系统势能的减少量(即势能增量的负值):

$$E_p(a)-E_p(b)=\int_a^b\boldsymbol{F}_c\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

19. 功能原理 机械能的增量等于外力与非保守力所做功的代数和,

$$A_{外}+A_{保}+A_{非}=E_k(b)-E_k(a)$$

20. 机械能守恒定律 在只有保守力做功的情况下,质点系的机械能保持不变。或质点系在运动过程中它所受外力的功与系统内非保守力的功的总和等于它的机械能的增量,$A_{外}=0$,$A_{非}=0, E_k+E_p=C$ 。

21. 角加速度 α 角速度的改变量,$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$ 。

22. 力矩 $\boldsymbol{M}$ 为定点到力作用点的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与力的矢量叉积,$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{rF}sin\theta$,θ 为力 $\boldsymbol{F}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 间的夹角,力矩 $\boldsymbol{M}$ 的方向与 $\boldsymbol{r}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 形成右手螺旋关系。

23. 角动量 为定点到质点的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与动量的矢量叉积,$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$, $L=rmv\sin\theta$,θ 为动量 $\boldsymbol{P}(=m\boldsymbol{v})$ 与 $\boldsymbol{r}$ 间的夹角。

24. 刚体 物体在任何力的作用下不改变形状和大小。

25. 定轴转动 转动物体的圆心都在一条固定不动的直线上。

26. 转动惯量 刚体转动惯性的量度。$J=\int r^2\mathrm{d}m=\int r^2\rho\mathrm{d}v$ 。

27. 转动定律 转动物体的角加速度与作用的力矩成正比,与物体的转动惯量成反比。$\boldsymbol{M}=J\boldsymbol{\alpha}$

28. 角动量定理 刚体角动量的改变由刚体受到对定轴的力矩冲量决定。微分关系:$\boldsymbol{M}\mathrm{d}t=\mathrm{d}\boldsymbol{L}$;一段有限时间内 $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{M}\mathrm{d}t=\boldsymbol{L}_2-\boldsymbol{L}_1$

29. 角动量守恒定律 封闭系统中的内力矩不改变系统的总角动量。$\boldsymbol{L}=J\boldsymbol{\omega}=$ 恒矢量或 $\boldsymbol{L}_2=\boldsymbol{L}_1$ 。

30. 旋进 自转轴以角速度 $\boldsymbol{\Omega}$ 绕竖直轴转动的现象。

三、解题指导

例 1-1 有一质点沿 x 轴作直线运动,t 时刻的坐标为 $x=5t^2-3t^3$ (SI)。试求:(1)在第 2 秒内的平均速度;(2)第 2 秒末的瞬时速度和加速度。

解:(1) $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=-6(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$;

(2) $v=\dfrac{dx}{dt}=10t-9t^2\big|_{t=2}=-16(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$；$a=\dfrac{dv}{dt}=10-18t\big|_{t=2}=-26(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$。

例 1-2 一质点在 OXY 平面内做曲线运动，其加速度是时间的函数。已知 $a_x=2$，$a_y=36t^2$。设质点 $t=0$ 时 $r_0=0, v_0=0$。求：(1)此质点的运动方程；(2)此质点的轨道方程；(3)此质点的切向加速度。

解：(1)由于 $a_x=\dfrac{dv_x}{dt}=2$，$a_y=\dfrac{dv_y}{dt}=36t^2$，所以 $dv_x=2dt$，$dv_y=36t^2dt$.

则 $\int_0^{v_x}dv_x=\int_0^t 2dt$，$\int_0^{v_y}dv_y=\int_0^t 36t^2dt$，解得：

$v_x=2t$，$v_y=12t^3$，$\therefore v=2t\boldsymbol{i}+12t^3\boldsymbol{j}$

又 $v_x=\dfrac{dx}{dt}$，$v_y=\dfrac{dy}{dt}$，

所以 $dx=2tdt$，$dy=12t^3dt$，解得：

$$x=t^2\ ,\ y=3t^4\ ,\therefore\quad r=t^2\boldsymbol{i}+3t^4\boldsymbol{j}$$

(2) 上式消去 t，得 $y=3x^3$，轨道为抛物线。

(3) 由于 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{4t^2+144t^6}$，故

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{1}{2}\frac{8t+864t^5}{\sqrt{4t^2+144t^6}}=\frac{2+216t^2}{\sqrt{1+36t^4}}$$

例 1-3 在与速率成正比的阻力的影响下，一个质点具有加速度 a，其大小为 $0.2v$。求需要多长时间才能使质点的速率减少到原来速率的一半。

解：由题意 $a=\dfrac{dv}{dt}=-0.2v$，得 $dt=-\dfrac{dv}{0.2v}$

故速率减少到原来一半所需时间

$$t=\int_0^t dt=-\int_0^{v_0/2}\frac{dv}{0.2v}=\frac{\ln 2}{0.2}=3.47(\mathrm{s})$$

例 1-4 一台超级离心机的转速为每秒 n 转，其试管口离转轴距离为 r_1，试管底离转轴距离为 r_2。问：(1) 试管口和试管底的向心加速度各是 g 的几倍？(2) 若试管装满质量为 m 的样品，试管底要承受多大的压力？

解： (1) 在管口处　　$a_{n1}/g=4\pi^2n^2r_1/g$

(2) 在管底处　　$a_{n2}/g=4\pi^2n^2r_2/g$

如图 1-1 所示，管内离转轴 r 处的质元(管面积 S) $dm=\rho S dr$

质元受力 $F+dF-F=dF$

由牛顿第二定律 $dF=a_n dm=\rho S\omega^2 r dr$

对全管积分可得管底对液体的压力

$$F_b=\int_0^F dF=\int_{r_1}^{r_2}\rho S\omega^2 r dr=\frac{\rho S\omega^2(r_2^2-r_1^2)}{2}$$

$$=\frac{\rho S(r_2-r_1)}{2}\omega^2(r_2+r_1)=\frac{m\omega^2}{2}(r_2+r_1)$$

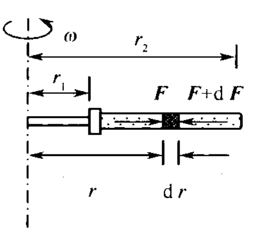


图 1-1 例 1-4 图

例 1-5 小球在弹簧的作用下做振动，弹力 $F=-kx$，位移 $x=A\cos\omega t$，其中 A,k,ω 都是常量。求在 $t=0$ 到 $t=\dfrac{\pi}{2\omega}$ 的时间内，弹力施与小球的冲量。

解：所求冲量为

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2\omega}}F dt=-k\int_0^{\frac{\pi}{2\omega}}A\cos\omega t\,dt=-\frac{kA}{\omega}$$，负号表示冲量方向与 x 轴反向。

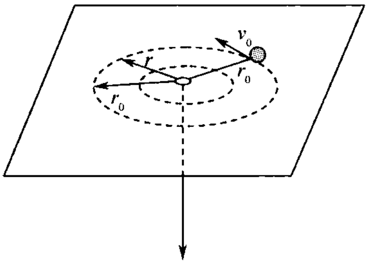


图 1-2 例 1-6 图

例 1-6 用绳系一小物块(图 1-2)使之在光滑水平面上做圆周运动,圆半径为 r_0,速率为 v_0。今通过平面上的小孔缓慢下拉绳的另一端,使圆半径逐渐减小。求圆半径缩短至 r 时,小物块的速率 v 是多大?

解:物块质量设为 m,拉绳过程中物块受力指向圆心。此力对圆心的力矩为零,物块运动的角动量守恒:

$$mr_0v_0 = mrv$$

可得:$v = \dfrac{r_0}{r}v_0$

例 1-7 如图 1-3 所示,弹簧下悬挂着质量分别为 m_1,m_2 的两个物体,开始时它们都处于静止状态。突然把 m_1,m_2 的连线剪断,m_1 的最大速率是多少?

解:在 m_1,m_2 的连线剪断前,由于 m_1+m_2 处于平衡,有

$$(m_1+m_2)g = ky_0$$

平衡时,弹簧拉长

$$y_0 = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$$

剪断绳后,m_1 的平衡位置

$$y_1 = \frac{m_1 g}{k}$$

m_1 通过平衡位置时具有最大速度 v_m,有机械能守恒。

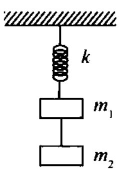


图 1-3 例 1-7 图

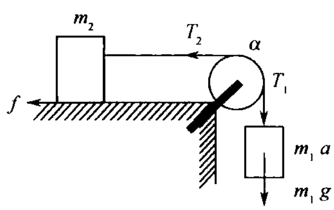


图 1-4 例 1-8 图

例 1-8 如图 1-4 所示,两物体质量分别为 m_1,m_2,定滑轮的质量为 m,半径为 r,可视作均匀圆盘。已知 m_2 与桌面间的滑动摩擦系数为 μ_k,求 m_1 下落的加速度和两段绳子中的张力各是多少?设绳子和滑轮之间无相对滑动,滑轮轴受的摩擦力忽略不计。

解:对 m_1 运用牛顿第二定律,有

$$m_1 g - T_1 = m_1 a$$

对 m_2 运用牛顿第二定律,有

$$T_2 - \mu_k \mathrm{m}_2 g = m_2 a$$

对滑轮,运用转动定律,有

$$(T_1 - T_2)r = \frac{1}{2}mr^2\alpha$$

由于绳与滑轮不滑动,则

$$a = r\alpha$$

联立解上面四个方程,得

$$a = \frac{m_1 - \mu_k \mathrm{m}_2}{m_1 + m_2 + \dfrac{m}{2}}g$$

$$T_1=\frac{(1+\mu_k)m_2+m/2}{m_1+m_2+m/2}m_1g\ ,\ T_2=\frac{(1+\mu_k)m_1+\mu_k m/2}{m_1+m_2+m/2}m_2g$$

例 1-9　如图 1-5 所示，均匀杆长为 L，质量为 M，由其上端的光滑水平轴吊起而处于静止。如有一质量为 m 的子弹以速度 v 水平射入杆中而不复出，射入点离轴距离 $d=3L/4$ 。

(1) 求子弹停在杆中时，杆的角速度。

(2) 求杆的最大偏角。

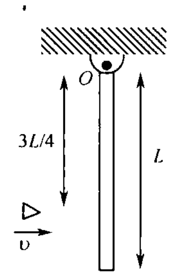


图 1-5　例 1-9 图

解：(1) 由子弹和杆的系统对悬点 O 角动量守恒，得

$$mv\frac{3}{4}L=\left[\frac{1}{3}ML^2+m\left(\frac{3L}{4}\right)^2\right]\omega$$

$$\omega=\frac{3mv}{4\left[\frac{1}{3}M+(\frac{3}{4})^2m\right]L}$$

(2) 对杆、子弹和地球系统，由机械能守恒，得

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}ML^2+m\left(\frac{3L}{4}\right)^2\right]\omega^2=\left[Mg\frac{L}{2}+mg\frac{3}{4}L\right](1-\cos\theta)$$

$$\theta=\cos^{-1}\left[1-\frac{\left(\frac{1}{3}M+\frac{9}{16}m\right)L\omega^2}{\left(M+\frac{3}{2}m\right)g}\right]$$

四、习题解答

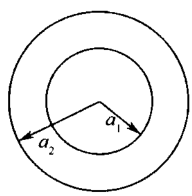


图 1-6　习题 1-1 图

1-1　两个固连的质量分别为 m_1 和 m_2 的同轴铁环，半径分别为 a_1 和 a_2，如图 1-6 所示，轴过圆心并垂直于环面。求系统对该轴的转动惯量。

解：该二固连的同轴圆环为组合刚体，转动惯量为二圆环的和：

$$J=J_1+J_2=m_1a_1^2+m_2a_2^2$$

1-2　一个氮分子可以认为由两个相距为 133×10^{-10} m 的质点（每个质点 $m=14\times1.67\times10^{-27}$ kg）构成。在空气中室温下该分子的平均转动动能大约为 4×10^{-21} J 。求该分子关于其质心的转动惯量和转速（rev · s^{-1}）。

解：系统对质心的转动惯量为

$$J=2m\left(\frac{L}{2}\right)^2=2\times14\times1.67\times10^{-27}\times\left(\frac{1.3\times10^{-10}}{2}\right)^2=1.98\times10^{-46}(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$$

系统的转动动能为　$\frac{1}{2}J\omega^2=4\times10^{-21}$

转速　$\omega=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\times(4\times10^{-21})}{J}}=1.0\times10^{12}(\text{rev}\cdot\text{s}^{-1})$

1-3　有一块长方形匀质薄板，长为 a，宽为 b，质量为 m，试分别求这个长方形薄板绕其 (1) 长边，(2) 宽边，(3)* 过中心垂直于板面的轴的转动惯量。

解：在长方形匀质薄板上建立直角坐标系，如图 1-7 习题 1-3 图 a。

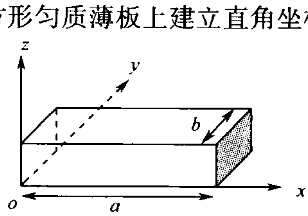


图 1-7　习题 1-3 图 a

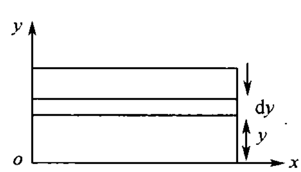


图 1-7　习题 1-3 图 b

板的质量密度为 $\sigma = \dfrac{m}{ab}$ 。

(1) 对于长边(边长为 a)的转动惯量：

取一宽度为 dy 的窄条，窄条平行于 x 轴(长边)，到 x 轴的距离为 y。如图 1-7 习题 1-3 图 b 所示。

窄条对 x 轴的转动惯量为 $dJ = y^2 dm \quad dm = \sigma a dy$

板对长边的转动惯量为 $J = \int_0^b \sigma a y^2 dy = \dfrac{\sigma ab^3}{3} = \dfrac{mb^2}{3}$

(2) 对于短边(边长为 b)的转动惯量：

取一宽度为 dx 的窄条，窄条平行于 y 轴(短边)，到 y 轴的距离为 x，图 1-7 习题 1-3 图 c 所示。

窄条对 y 轴的转动惯量为 $dJ = x^2 dm$

板对短边的转动惯量为

$$J = \int_0^a \sigma b x^2 dx = \frac{\sigma b a^3}{3} = \frac{ma^2}{3}$$

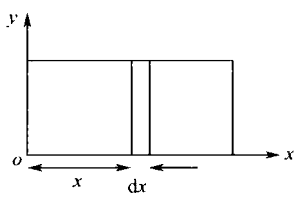


图 1-7 习题 1-3 图 c

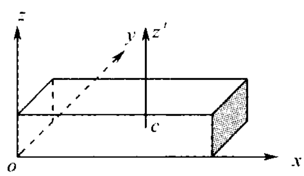


图 1-7 习题 1-3 图 d

(3) * 因为有：

$$J_{z0} = J_x + J_y = \frac{1}{3} m (a^2 + b^2)$$

又由平行轴定理：

$$J_{z0} = J_{zc} + m\left(\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}\right)$$

$$J_{zc} = \frac{1}{3} m (a^2 + b^2) - \frac{1}{4} m (a^2 + b^2) = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$$

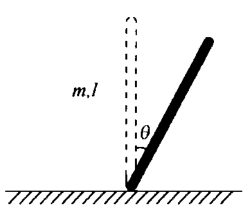


图 1-8 习题 1-4 图

1-4 如图 1-8 所示，一质量为 m 的均匀细杆长为 l，且一端固定，使其能在竖直平面内转动。支点处摩擦力不计。将该杆从支点上方几乎竖直处释放，求当杆与竖直方向成 θ 角时的角加速度。

解：由刚体定轴转动定律，有：$M = J\alpha$

当刚体底端不动，转至与竖直方向夹角为 θ 时：

$$mg\,\frac{l}{2}\sin\theta = \frac{1}{3} m l^3 \alpha \quad \alpha = \frac{3g}{2l}\sin\theta$$

1-5 如图 1-9 所示。两个圆轮的半径分别为 R_1 和 R_2，质量分别为 M_1 和 M_2 二者都可视为均匀圆柱体而且同轴固结在一起，可以绕一水平固定轴自由转动。今在两轮上各绕以细绳，绳端分别挂上质量是 m_1 和 m_2 的两个物体。求在重力作用下，m_2 下落时轮的角加速度。

解：转动体系对转轴的角动量为

$$J = \frac{1}{2}(M_1 R_1^2 + M_2 R_2^2) \tag{1}$$

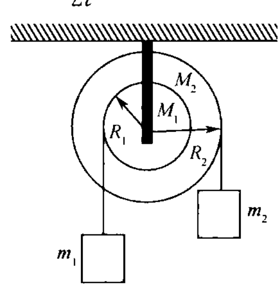


图 1-9 习题 1-5 图

对转动刚体，由转动定律

$$(T_2R_2 - T_1R_1) = J\alpha \tag{2}$$

在对 m_1 和 m_2 二物体运用牛顿第二定律，有

$$T_1 - m_1 g = m_1 a_1 \tag{3}$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \tag{4}$$

$$a_1 = R_1 \alpha \tag{5}$$

$$a_2 = R_2 \alpha \tag{6}$$

联立以上六式，得

$$\alpha = \frac{(m_2R_2 - m_1R_1)g}{(\frac{1}{2}M_1 + m_1)R_1^2 + (\frac{1}{2}M_2 + m_2)R_2^2}$$

*** 1-6** 设有一均匀圆盘，质量为 m，半径 R，可绕过盘中心的对称轴在水平面内转动，轴与盘间无摩擦。圆盘与桌面间的滑动摩擦系数为 μ，若有外力推动使得圆盘角速度达到 ω_0 时，撤去外力，求(1) 此后圆盘还能继续转动多少时间？(2) 此过程中，摩擦力矩所做的功。

解：(1) 圆盘继续转动的时间：

圆盘的质量面密度为 $\sigma = \dfrac{m}{\pi R^2}$，将圆盘中划分为半径为 r 宽为 $\mathrm{d}r$ 的圆环，该圆环受的摩擦力矩为：

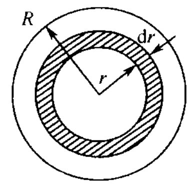


图 1-10 习题 1-6 图

$$\mathrm{d}M = r\mu(\sigma 2\pi r \mathrm{d}r g) = 2\sigma\mu\pi g r^2 \mathrm{d}r$$

整个圆盘受的摩擦力矩：

$$M = 2\sigma\mu\pi g\int_0^R r^2 \mathrm{d}r = \frac{2\mu\sigma\pi g}{3}R^3 = \frac{2}{3}mgR$$

根据角动量定理：$M\Delta t = 0 - J\omega_0$

得

$$\Delta t = \frac{J\omega_0}{M} = \frac{3R}{4\mu g}\omega_0$$

(2) 根据功能原理，在圆盘停下来的过程中，摩擦力矩做功等于圆盘动能的减少：

$$A = -\frac{1}{2}J\omega_0^2 = -\frac{1}{4}mR^2\omega_0^2$$

1-7 质量为 m 的人手持质量为 m_0 的物体 A 站在可绕中心垂直轴转动的静止圆盘的边缘处。圆盘的质量为 $6m$，半径为 r，圆盘与轴的摩擦可略去不计。此人沿圆盘边缘切线方向抛出物体 A，相对于地面的速率为 v，求圆盘的角速度大小和人扔掉物体后的线速度大小（人与圆盘无相对运动）。

解：由于抛出物体的过程中，整个系统角动量守恒，则

$$rmv_0 = [mr^2 + \frac{1}{2}(6m)r^2]\omega$$

$$\omega = \frac{mv_0}{4rm}$$

$$v = \omega r = \frac{mv_0}{4m}$$

1-8 如图 1-11，弹簧的劲度系数 $k = 2.0\times10^3\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$，轮子的转动惯量为 $0.5\,\mathrm{kg\cdot m^2}$，轮子半径 $r=30\,\mathrm{cm}$。当质量为 60kg 的物体落下 40cm 时的速率是多大？假设开始时物体静止而弹簧无伸长。

解：由于系统在物体下落过程中只有重力和弹簧力做功，故系统机械能守恒。

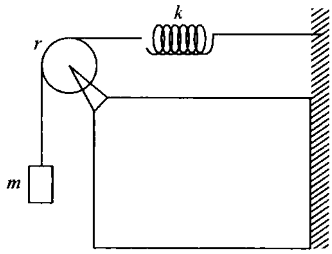


图 1-11 习题 1-8 图

初始状态，物体高度为 h_0，物体速度为 0，弹簧伸长为 0；末状态，物体高度为 h，物体速度为 v，弹簧伸长为 h_0-h。有

$$mg\Delta h=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}J\omega^2+\frac{1}{2}k\Delta h^2\ ,\ v=r\omega$$

$$\omega=\sqrt{\frac{\left(mg\Delta h+\frac{1}{2}k\Delta h^2\right)}{\left(\frac{1}{2}mr^2+\frac{1}{2}J\right)}}$$

$v=r\omega=1.5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

五、自 测 题

(一) 选择题

1. 以下五种运动形式中，加速度 a 保持不变的运动是：

A. 单摆的运动； B. 匀速率圆周运动； C. 行星的椭圆轨道运动；

D. 抛体运动； E. 圆锥摆运动。

2. 物体在恒力 F 做用下做直线运动，在时间 Δt_1 内速度由 0 增加到 v，在时间 Δt_2 内速度由 v 增加到 $2v$，设 F 在 Δt_1 内做的功是 W_1，冲量是 I_1，在 Δt_2 内做的功是 W_2，冲量是 I_2。那么：

A. $W_1=W_2, I_2>I_1$； B. $W_1=W_2, I_2<I_1$；

C. $W_1<W_2, I_2=I_1$； D. $W_1>W_2, I_2=I_1$。

3. 动能为 E_K 的 A 物体与静止的 B 物体碰撞，设 A 物体的质量为 B 物体的二倍，$m_A=2\,m_B$。若碰撞为完全非弹性的，则碰撞后两物体总动能为：

A. E_K； B. $\frac{2}{3}E_K$； C. $\frac{1}{2}E_K$； D. $\frac{1}{3}E_K$。

4. 如图 1-12 所示，一静止的均匀细棒，长为 l、质量为 M，可绕通过棒的端点且垂直于棒长的光滑固定轴 O 在水平面内转动，转动惯量为 $\frac{1}{3}Ml^2$。一质量为 m、速率为 v 的子弹在水平面内沿与棒垂直的方向射出并穿出棒的自由端，设穿过棒后子弹的速率为 $v/2$，则此时棒的角速度应为：

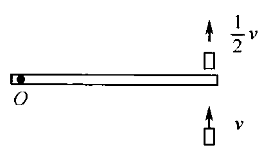


图 1-12 选择题 4 图

A. $\frac{mv}{Ml}$； B. $\frac{3mv}{2Ml}$； C. $\frac{5mv}{3Ml}$； D. $\frac{7mv}{4Ml}$。

(二) 填空题

1. 质量为 m 的质点以速度 $\vec{v}$ 沿一直线运动，则它对该直线上任一点的角动量为________。

2. 轴 1、轴 2 和轴 3 互相平行，轴 3 通过刚体的质心，它与轴 1 和轴 2 的垂直距离各为 $d_1=0.60\text{m}$ 和 $d_2=0.20\text{m}$。若刚体对轴 1 和轴 2 的转动惯量各为 $J_1=6.0\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 和 $J_2=5.0\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$，则刚体对轴 3 的转动惯量 $J_3=$________。

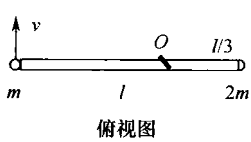


图 1-13 填空题 3 图

3. 质量分别为 m 和 $2m$ 的两物体(都可视为质点)(图 1-13)，用一长为 l 的轻质刚性细杆相连，系统绕通过杆且与杆垂直的竖直固定轴 O 转动，已知 O 轴离质量为 $2m$ 的质点的距离为 $\frac{1}{3}\ l$，质量为 m 的质点的线速度为 v 且与杆垂直，则该系统对转轴的角动量大小为________。

4. 质心运动定律告诉我们：不论物体的运动情况如何复杂，物体的质心的运动就像是物体的________都集中于此点，而且所有________也都集中于其上的一个质点的运动一样。

(三) 计算题

1. 一质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标的关系为 $a=3+6x^2$ (SI)，如果质点在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速度。

2. 如图 1-14 所示，在中间有一小孔 O 的水平光滑桌面上放置一个用绳子连结的、质量 $m=4\text{kg}$ 的小块物体。绳的另一端穿过小孔下垂且用手拉住。开始时物体以半径 $R_0=0.5\text{m}$ 在桌面上转动，其线速度是 $4\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$。现将绳缓慢地匀速下拉以缩短物体的转动半径。而绳最多只能承受 600N 的拉力。求绳刚被拉断时，物体的转动半径 R 等于多少？

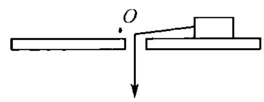


图 1-14 计算题 2 图

3. 一长为 l、质量可以忽略的直杆，两端分别固定有质量为 $2m$ 和 m 的小球，杆可绕通过其中心 O 且与杆垂直的水平光滑固定轴在铅直平面内转动。开始杆与水平方向成某一角度 θ，处于静止状态。释放后，杆绕 O 轴转动。则当杆转到水平位置时，该系统所受到的合外力矩的大小和此时该系统角加速度的大小。

4. 如图 1-15 所示，质量为 M，长为 l 的均匀细杆，可绕 A 端的水平轴自由转动，当杆自由下垂时，有一质量为 m 的小球，在离杆下端的距离为 a 处垂直击中细杆，并于碰撞后自由下落，而细杆在碰撞后的最大偏角为 θ，试求小球击中细杆前的速度。

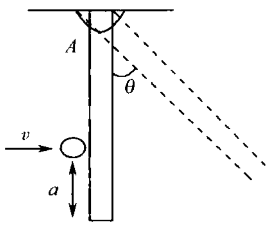


图 1-15 计算题 4 图

自测题参考答案

(一) 选择题

1. D; 2. C; 3. B; 4. B。

(二) 填空题

1. 零；2. $4.88\text{kg}\cdot\text{m}^2$；3. mvl；4. 质量、外力。

(三) 计算题

1. $v=(6x+4x^3)^{\frac{1}{2}}$；2. $R=0.3m$；3. $M=mgl/2, \beta=\dfrac{2g}{3l}$；4. $v=\dfrac{Ml}{m(l-a)}\sqrt{\dfrac{2gl}{3}}\sin\dfrac{\theta}{2}$。

（王 磊）

第二章　物体的弹性

一、基本要求

（1）掌握描述物体弹性的基本概念：形变、应变、应力、模量。

（2）理解应力与应变的关系。

（3）了解骨骼和肌肉的力学特性。

二、内容提要

（一）应变

实际中较为常见的形变是长度、体积和形状的三种改变，为了从数量上表示各种形变的程度，特引入应变这一概念，它表示物体受外力作用时，其长度、形状或体积发生的相对变化。

1. 线应变　物体受到外力牵拉或压缩时，其长度的变化量与原长的比值，即 $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0}$

2. 体应变　物体各个部分在各个方向上受到同等（均匀）压强的作用时，体积发生变化而形状不变，则体积的改变量 ΔV 与原体积 V_0 之比，即 $\theta = -\dfrac{\Delta V}{V_0}$

3. 切应变　物体受到外力作用时，只发生形状变化而没有体积变化的弹性形变。$\gamma = \dfrac{\Delta x}{d} = \mathrm{tg}\varphi$

（二）应力

物体内单位面积上受到的内力，称为应力，其单位是牛顿·米$^{-2}$。

1. 张应力　在外力作用下，物体被拉伸，定义物体内部单位面积上受到的内力叫拉伸应力或张应力，即

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

如果物体两端受到的不是拉力而是压力，则张应力为负值，也称为压应力。

2. 体应力　物体受到来自各个方向上均匀压力的作用时，将发生体积变化。体应力可用压强来表示

$$P = \frac{F}{S}$$

3. 切应力　物体发生剪切应变时，剪切力 F 与截面积 S 之比，称为切应力，即

$$\tau = \frac{F}{S}$$

（三）弹性模量

某一物体的应力与应变的比值称为该物体的弹性模量。弹性模量的单位为 $\mathrm{N \cdot m^{-2}}$。

1. 杨氏模量　在长变情况下，在正比极限范围内，张应力与张应变之比或压应力与压应变之比，称为杨氏模量，用符号 E 表示

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{l_0 F}{S\Delta l}$$

2. 体变模量 在体变情况下，在弹性范围内，压强 P 与体应变 θ 成正比，其比值称为体变模量，用符号 K 表示

$$K=\frac{-P}{\theta}=-V_0\frac{P}{\Delta V}$$

3. 切变模量 在剪切情况下，在弹性范围内，切应力 τ 与切应变 γ 成正比。切应力与切应变的比值，称为切变模量，用符号 G 表示

$$G=\frac{\tau}{\gamma}=\frac{Fd}{S\Delta x}$$

（四）弹性势能

在弹性限度内，物体在外力的作用下发生弹性形变。在这一过程中，外力对弹性物体做功，外力所做的功以弹性势能的形式储存在弹性物体中，即外力所做的功转变为弹性物体的形变势能。

（五）弹性腔的力学问题

1. 球形弹性腔的力学问题

球面膜的拉普拉斯定律：$p=\dfrac{2T}{R}$

2. 管形弹性腔的力学问题

管状弹性膜的拉普拉斯公式：$p=\dfrac{T}{R}$

三、解题指导

例 2-1 一根长为 8m 的铜丝和一根长为 4m 的钢丝，横截面积均为 50mm^2，若把铜丝和钢丝一端连接起来，并在其另外两端施以 500N 的拉力，求这两根丝长度的总改变量为多少？（铜的杨氏模量为 $1.1\times10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$，钢的杨氏模量为 $2.0\times10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$）

解：已知，铜丝原长 $l_{01}=8\text{m}$，$E_1=1.1\times10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$，钢丝原长 $l_{02}=4\text{m}$，$E_2=2.0\times10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$，它们的横截面均为 $S=50\text{mm}^2=50\times10^{-6}\text{m}^2$，所受到的拉力均为 $F=500\text{N}$。求其总的伸长量(改变量)。

根据式(2-8)可知：

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon}=\frac{l_0F}{S\Delta l}$$

则铜丝的伸长量为

$$\Delta l_1=\frac{l_{01}\cdot F}{S\cdot E_1}=\frac{8\times500}{50\times10^{-6}\times1.1\times10^{11}}=7.3\times10^{-4}(\text{m})$$

钢丝的伸长量为

$$\Delta l_2=\frac{l_{02}\cdot F}{S\cdot E_2}=\frac{4\times500}{50\times10^{-6}\times2.0\times10^{11}}=2.0\times10^{-4}(\text{m})$$

所以两根金属丝总的伸长量(改变量)为：

$$\Delta l=\Delta l_1+\Delta l_2=7.3\times10^{-4}+2.0\times10^{-4}=9.3\times10^{-4}(\text{m})$$

例 2-2 弹跳蛋白存在于跳蚤的弹跳机构和昆虫的飞翔机构中，其杨氏模量接近于橡皮。今有一截面积为 30cm^2 的弹跳蛋白，在 270N 力的拉伸下，长度变为原长的 1.5 倍，求其杨氏模量。

解：已知，$S=30\text{cm}^2=30\times10^{-4}\text{m}^2$，$F=270\text{N}$，$\Delta l=1.5l_0$，求 E=？