



普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
普通高等工科院校基础课规划教材

# 概率论与数理统计

第3版

宗序平 主编



普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
普通高等工科院校基础课规划教材

# 概率论与数理统计

第3版

主编 宗序平  
副主编 李朝晖 赵俊  
参编 章山林 孙耀东 蔡苏淮



机械工业出版社

本书是根据教育部对本课程的基本要求编写的普通高校教材。

考虑到高等教育已经进入大众化阶段，全书始终“以应用为目的，不削弱理论学习”为指导思想，主要内容包括概率论、数理统计、随机过程，每章节后附有习题，书末附有参考答案。本书由具有丰富教学经验的骨干教师编写，深入浅出，通俗易懂，便于自学。

本书可供普通高校经济类、理工类各专业使用，也可供有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/宗序平主编。—3 版。—北京：机械工业出版社，  
2011.1

普通高等教育“十一五”国家级规划教材 普通高等工科院校基础课规划  
教材

ISBN 978-7-111-32710-3

I. ①概… II. ①宗… III. ①概率论—高等学校—教材②数理统计—  
高等学校—教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 243863 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑：韩效杰 责任编辑：韩效杰 责任校对：樊钟英

封面设计：赵颖喆 责任印制：杨 曦

北京双青印刷厂印刷

2011 年 5 月第 3 版第 1 次印刷

184mm × 240mm • 18 印张 • 308 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-32710-3

定价：33.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社 服 务 中 心：(010)88361066

门 户 网：<http://www.cmpbook.com>

销 售 一 部：(010)68326294

教 材 网：<http://www.cmpedu.com>

销 售 二 部：(010)88379649

读 者 购 书 热 线：(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

# 普通高等工科院校基础课规划教材

## 编 审 委 员 会

顾    问:黄鹤汀  左健民  高文龙

      章  跃

主任委员:殷翔文

副主任委员:陈小兵  刘金林  陈  洪

      魏贤君  季顺利

秘    书:陈建华

委    员:(排名不分先后)

      陆国平  何一鸣  李秋新

      陈建华  张祖凤  郑  丹

# 序

人类已经满怀激情地跨入了充满机遇与挑战的 21 世纪。这个世纪要求高等教育培养的人才必须具有高尚的思想道德，明确的历史责任感和社会使命感，较强的创新精神、创新能力实践能力，宽广的知识面和扎实的基础。基础知识水平的高低直接影响到人才的素质及能力，关系到我国未来科学、技术的发展水平及在世界上的竞争力。由于基础学科本身的特点，以及某些短期功利思想的影响，不少人对大学基础教育的认识相当偏颇，我们有必要在历史的回眸中借前车之鉴，在未来的展望中创革新之路。我们必须认真转变教育思想，坚持以邓小平同志提出的“三个面向”和江泽民同志提出的“三个代表”为指导，以培养新世纪高素质人才为宗旨，以提高人才培养质量为主线，以转变教育思想观念为先导，以深化教学改革为动力，以全面推进素质教育和改革人才培养模式为重点，以构建新的教学内容和课程体系、加大教学方法和手段改革为核心，努力培养素质高、应用能力与实践能力强、富有创新精神和特色的应用性的复合型人才。

基于上述考虑，中国机械工业教育协会、机械工业出版社、江苏省教育厅（原江苏省教委）和江苏省及省外部分高等工科院校成立了教材编审委员会，组织编写了大学基础课程系列教材，作为加强教学基本建设的一种努力。

这套教材力求具有以下特点：

- (1) 科学定位。本套教材主要用于应用性本科人才的培养。
- (2) 综合考虑、整体优化，体现“适、宽、精、新、用”。所谓“适”，就是要深浅适度；所谓“宽”，就是要拓宽知识面；所谓“精”，就是要少而精；所谓“新”，就是要跟踪应用学科前沿，推陈出新，反映时代要求；所谓“用”，就是要理论联系实际，学以致用。
- (3) 强调特色。就是要体现一般工科院校的特点，符合一般工科院校基础课教学的实际要求。
- (4) 以学生为本。本套教材应尽量体现以学生为本，以学生为中心的教育思想，不为教而教。注重培养学生的自学能力和扩展、发展知识的能力，为学生今后持续创造性的学习打好基础。

尽管本套教材想以新思想、新体系、新面孔出现在读者面前,但由于是一种新的探索,难免有这样那样的缺点甚至错误,敬请广大读者不吝赐教,以便再版时修正和完善.

本套教材的编写和出版得到了中国机械工业教育协会、机械工业出版社、江苏省教育厅以及各主审、主编和参编学校的大力支持与配合,在此,一并表示衷心感谢.

普通高等工科院校基础课规划教材编审委员会

主任 殷翔文

## 第3版前言

《概率论与数理统计(第2版)》是我们为普通高等学校非数学专业学生编写的公共数学基础课教材。内容选择依据教育部高等学校概率论与数理统计课程教学基本要求,涵盖了硕士研究生入学考试大纲的基本要求。

本次修订增补了部分例题,期望能使学生对书中理论的应用更加熟悉,更能领会其中的原理和技巧。同时,重新编写了大部分习题,优化了习题的难度层次分布,同时使各个知识点在做习题的过程中得到尽量多的重现。

为了使本书有更好的易读性,本次修订在版式设计方面借鉴了很多国际上成功的设计,同时采用双色印刷,使得阅读更加舒适,更方便在书中做标记和记笔记。

编者

2010年11月

## 第 2 版前言

概率论与数理统计是研究随机现象及其规律性的科学,理论严谨,应用广泛,发展迅速.不仅高等学校各专业都开设了本课程,而且在 20 世纪末,此课程被教育部定为硕士研究生入学考试的数学课程之一.本书自 2002 年出版以来,被许多院校选作本科生教材,受到理工科、经济管理、农学类等读者的欢迎.很幸运 2006 年本书第 2 版被列为“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”,这使我们信心倍增,同时也感到责任重大,定要齐心协力编写好此书,以适应普通高等教育发展之需.

这一版对原书中的一些疏漏和不妥之处作了修改.并对许多内容进行调整与补充.考虑到教师授课和学生自学的需要,第 2 版提供了与本书配套的 Powerpoint 课件,该课件以章节形式编排,便于配合学习.需要指出的是课件中列出了许多本书中未提及的内容,以满足求知欲很强的读者的需要.

限于编者水平,书中仍有许多不足之处,恳请同行和读者批评指正.

编 者  
2006 年 11 月

# 目 录

|                            |                           |    |
|----------------------------|---------------------------|----|
| 序                          | 习题 1.5                    | 24 |
| 第 3 版前言                    | 复习题 1                     | 24 |
| 第 2 版前言                    | 第 2 章 随机变量及其分布            | 26 |
| 第 1 章 随机事件与概率              | 2.1 随机变量的概念               | 26 |
| 1.1 随机事件                   | 习题 2.1                    | 27 |
| 1.1.1 随机试验与随机事件            | 2.2 离散型随机变量               | 27 |
| 1.1.2 事件之间的关系及<br>运算       | 2.2.1 离散型随机变量<br>及其概率分布   | 27 |
| 习题 1.1                     | 2.2.2 几种常见的离散型<br>随机变量的分布 | 29 |
| 1.2 事件的概率                  | 习题 2.2                    | 31 |
| 1.2.1 概率的统计定义              | 2.3 随机变量的分布函数<br>及其性质     | 32 |
| 1.2.2 古典概型及古典概型<br>中事件的概率  | 2.3.1 分布函数的定义             | 32 |
| 习题 1.2                     | 2.3.2 分布函数的性质             | 33 |
| 1.3 概率的公理化定义<br>及其性质       | 习题 2.3                    | 36 |
| 1.3.1 概率的公理化定义             | 2.4 连续型随机变量               | 36 |
| 1.3.2 概率的性质                | 2.4.1 连续型随机变量及其<br>概率密度   | 36 |
| 习题 1.3                     | 2.4.2 几种常见的连续型<br>随机变量的分布 | 39 |
| 1.4 条件概率与事件的<br>独立性        | 习题 2.4                    | 43 |
| 1.4.1 条件概率                 | 2.5 随机变量的函数的<br>分布        | 44 |
| 1.4.2 乘法公式                 | 2.5.1 离散型情形               | 44 |
| 1.4.3 事件的独立性               | 2.5.2 连续型情形               | 45 |
| 1.4.4 独立试验序列模型             | 习题 2.5                    | 48 |
| 习题 1.4                     | 复习题 2                     | 48 |
| 1.5 全概率公式与贝叶斯<br>(Bayes)公式 | 第 3 章 二维随机变量及其<br>分布      | 51 |
| 1.5.1 全概率公式                |                           |    |
| 1.5.2 贝叶斯(Bayes)公式         |                           |    |



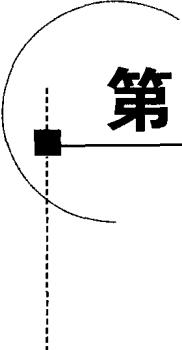
|                         |    |                            |     |
|-------------------------|----|----------------------------|-----|
| 3.1 二维随机变量的概念           | 51 | 4.3 协方差、相关系数和矩             | 97  |
| 3.1.1 二维随机变量及其联合分布函数    | 51 | 4.3.1 协方差                  | 97  |
| 3.1.2 二维离散型随机变量及其联合概率分布 | 53 | 4.3.2 相关系数                 | 99  |
| 3.1.3 二维连续型随机变量及其联合概率密度 | 55 | 4.3.3 矩                    | 101 |
| 习题 3.1                  | 57 | 习题 4.3                     | 102 |
| 3.2 边缘分布、条件分布及随机变量的独立性  | 58 | 复习题 4                      | 103 |
| 3.2.1 边缘分布              | 58 |                            |     |
| 3.2.2 条件分布              | 63 |                            |     |
| 3.2.3 随机变量的相互独立性        | 65 |                            |     |
| 习题 3.2                  | 67 |                            |     |
| 3.3 二维随机变量函数的分布         | 68 |                            |     |
| 3.3.1 离散型随机变量函数的分布      | 68 |                            |     |
| 3.3.2 连续型随机变量函数的分布      | 70 |                            |     |
| 习题 3.3                  | 75 |                            |     |
| 复习题 3                   | 76 |                            |     |
| <b>第 4 章 随机变量的数字特征</b>  |    | <b>第 5 章 大数定律与中心极限定理</b>   |     |
| 4.1 数学期望                | 80 | 5.1 大数定律                   | 105 |
| 4.1.1 数学期望的定义           | 80 | 5.1.1 切比雪夫(Tchebycheff)不等式 | 105 |
| 4.1.2 随机变量函数的数学期望       | 85 | 5.1.2 大数定律                 | 106 |
| 4.1.3 数学期望的性质           | 86 | 习题 5.1                     | 107 |
| 习题 4.1                  | 88 | 5.2 中心极限定理                 | 108 |
| 4.2 方差                  | 89 | 习题 5.2                     | 112 |
| 4.2.1 方差的定义             | 90 | 复习题 5                      | 112 |
| 4.2.2 方差的性质             | 94 |                            |     |
| 习题 4.2                  | 96 |                            |     |
|                         |    | <b>第 6 章 样本及抽样分布</b>       | 114 |
|                         |    | 6.1 样本与统计量                 | 114 |
|                         |    | 6.1.1 总体与样本                | 114 |
|                         |    | 6.1.2 统计量                  | 116 |
|                         |    | 6.1.3 几个常用的统计量             | 116 |
|                         |    | 习题 6.1                     | 118 |
|                         |    | 6.2 直方图与样本分布函数             | 118 |
|                         |    | 6.2.1 直方图                  | 118 |
|                         |    | 6.2.2 样本分布函数               | 121 |
|                         |    | 习题 6.2                     | 122 |
|                         |    | 6.3 常用统计量的分布               | 122 |
|                         |    | 6.3.1 样本均值 $\bar{X}$ 的分布   | 123 |
|                         |    | 6.3.2 $\chi^2$ 分布          | 124 |
|                         |    | 6.3.3 $t$ 分布               | 126 |
|                         |    | 6.3.4 $F$ 分布               | 127 |
|                         |    | 习题 6.3                     | 129 |



|                                     |     |                                |     |
|-------------------------------------|-----|--------------------------------|-----|
| 复习题 6 .....                         | 130 | 检验 .....                       | 163 |
| <b>第 7 章 参数估计</b> .....             | 131 | 8.3.1 两个正态总体期望的<br>检验 .....    | 163 |
| 7.1 点估计 .....                       | 131 | 8.3.2 两个正态总体方差的<br>检验 .....    | 164 |
| 7.1.1 矩估计 .....                     | 131 | 习题 8.3 .....                   | 168 |
| 7.1.2 极大似然估计 .....                  | 133 | 8.4 总体分布的假设<br>检验 .....        | 169 |
| 习题 7.1 .....                        | 136 | 复习题 8 .....                    | 173 |
| 7.2 估计量的优劣性 .....                   | 137 | <b>第 9 章 方差分析</b> .....        | 176 |
| 7.2.1 无偏性 .....                     | 137 | 9.1 单因素方差分析 .....              | 177 |
| 7.2.2 有效性 .....                     | 139 | 9.2 无重复双因素方差<br>分析 .....       | 180 |
| 7.2.3 相合性 .....                     | 140 | 复习题 9 .....                    | 183 |
| 习题 7.2 .....                        | 141 | <b>第 10 章 回归分析</b> .....       | 184 |
| 7.3 参数的区间估计 .....                   | 142 | 10.1 回归的概念 .....               | 184 |
| 7.3.1 均值 $\mu$ 的置信区间 .....          | 143 | 10.2 一元线性回归 .....              | 186 |
| 7.3.2 方差 $\sigma^2$ 的置信<br>区间 ..... | 147 | 10.2.1 一元线性回归的<br>概念 .....     | 186 |
| 习题 7.3 .....                        | 148 | 10.2.2 回归参数的确定与<br>最小二乘法 ..... | 187 |
| 复习题 7 .....                         | 149 | 10.2.3 相关性检验 .....             | 188 |
| <b>第 8 章 假设检验</b> .....             | 151 | 10.3 可线性化的一元非<br>线性回归问题 .....  | 190 |
| 8.1 假设检验的基本<br>概念 .....             | 151 | 10.4 多元线性回归 .....              | 191 |
| 8.1.1 问题的提出 .....                   | 151 | 10.4.1 多元线性回归<br>及参数估计 .....   | 191 |
| 8.1.2 假设检验的基本<br>原理 .....           | 152 | 10.4.2 相关性检验 .....             | 193 |
| 8.1.3 假设检验的基本<br>步骤 .....           | 153 | 10.4.3 多元线性回归举例及<br>推广 .....   | 193 |
| 8.1.4 两类错误 .....                    | 154 | 复习题 10 .....                   | 194 |
| 习题 8.1 .....                        | 155 | <b>第 11 章 正交试验设计</b> .....     | 196 |
| 8.2 单个正态总体的假设<br>检验 .....           | 155 | 11.1 正交试验设计表 .....             | 196 |
| 8.2.1 单个正态总体期望的<br>检验 .....         | 155 | 11.1.1 问题的提出 .....             | 196 |
| 8.2.2 单个正态总体方差的<br>检验 .....         | 159 | 11.1.2 正交表简介 .....             | 197 |
| 习题 8.2 .....                        | 162 | 11.2 无交互作用的正交                  |     |
| 8.3 两个正态总体的假设                       |     |                                |     |



|                                    |            |                         |            |
|------------------------------------|------------|-------------------------|------------|
| 试验设计                               | 198        | 习题 12.3                 | 223        |
| 11.3 有交互作用的正交<br>试验设计              | 200        | 12.4 平稳过程               | 223        |
| 复习题 11                             | 202        | 12.4.1 平稳过程协方差<br>函数的性质 | 223        |
| <b>第 12 章 随机过程</b>                 | <b>203</b> | 12.4.2 各态历经性            | 226        |
| 12.1 随机过程的基本<br>概念                 | 203        | 12.4.3 平稳过程的功率谱<br>密度函数 | 229        |
| 12.1.1 随机过程的定义与<br>分类              | 203        | 习题 12.4                 | 233        |
| 12.1.2 随机过程的统计<br>描述               | 205        | <b>附录</b>               | <b>235</b> |
| 习题 12.1                            | 208        | 附录 A 用 EXCEL 进行<br>统计   | 235        |
| 12.2 马尔可夫链                         | 209        | 附录 B 常用正交表              | 236        |
| 12.2.1 马尔可夫链的<br>定义                | 209        | <b>附表</b>               | <b>239</b> |
| 12.2.2 转移概率矩阵及<br>切普曼—柯尔莫哥<br>洛夫方程 | 211        | 附表 1 标准正态分<br>布函数值表     | 239        |
| 12.2.3 转移概率的渐近<br>性质               | 215        | 附表 2 泊松分布表              | 240        |
| 习题 12.2                            | 218        | 附表 3 <i>t</i> 分布表       | 242        |
| 12.3 纯不连续马氏<br>过程                  | 219        | 附表 4 $\chi^2$ 分布表       | 243        |
| 12.3.1 泊松过程                        | 219        | 附表 5 <i>F</i> 分布表       | 246        |
| 12.3.2 转移概率及性质                     | 222        | 附表 6 相关系数检验的<br>临界值表    | 256        |
|                                    |            | <b>部分习题答案与提示</b>        | <b>257</b> |
|                                    |            | <b>参考文献</b>             | <b>275</b> |



# 第 1 章

## 随机事件与概率

### 1.1 随机事件

#### 1.1.1 随机试验与随机事件

##### 1. 随机现象

自然现象与社会现象是多种多样的,从结果能否预测的角度来分,可以分为两大类.其中一类现象在一定的条件下,可以预测其结果,即在一定的条件下,进行重复实验与观察,它的结果总是确定的,这类现象称为**确定性现象**.例如,在标准大气压条件下,温度达到 $100^{\circ}\text{C}$ 的纯水必然沸腾;异性电荷必然互相吸引等.在以前学习的课程中主要是研究这类确定性现象.另一类现象是不能预测其结果的,即在一定的条件下,重复实验或观察,或出现这种结果,或出现那种结果,这类现象称为**随机现象**.随机现象到处可见.例如,抛一枚质地均匀的骰子所出现的点数;某电话台每小时内接到的电话呼唤次数等.

概率论与数理统计就是研究随机现象及其规律性的一门学科.对于某些随机现象,虽然对个别试验或观察来说,无法预测其结果,但在相同的条件下进行大量的实验或观察时,却又呈现出某些规律性.例如,掷一枚质地均匀的硬币,当掷的次数相当多时,就会发现出现正面(有字的一面)和出现反面(有国徽的一面)的次数之比大约为 $1:1$ ;查看各国人口统计资料,就会发现新生婴儿中男女约各占一半,随机现象所呈现的这种规律性,称为**统计规律性**.它是概率论与数理统计研究的基本出发点.

概率论与数理统计的理论与方法的应用是十分广泛的,几乎遍及所



有科学技术,工农业和国民经济的各个领域中.例如,利用概率统计方法可以进行气象预报、水文预报及地震预报,产品的质量检验,求元件或系统的使用可靠性及平均寿命的估计等.在理论联系实际方面,概率论与数理统计是数学最活跃的分支之一.

## 2. 随机试验与随机事件

在一定的条件下,对自然现象和社会现象进行的实验或观察,称为试验,通常用  $T$  来表示.这里的试验是一个含义广泛的术语,包括各种科学实验,甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验.举例如下:

【例 1-1】  $T_1$ : 掷一枚质地均匀的硬币,观察其出现正面或反面.

【例 1-2】  $T_2$ : 掷一枚质地均匀的骰子,观察其出现的点数.

【例 1-3】  $T_3$ : 记录某电话交换台一小时内接到的电话呼唤次数.

【例 1-4】  $T_4$ : 在一批灯泡中任取一只,测试其寿命.

上述试验具有以下共同的特点:

1)可以在相同的条件下重复进行;

2)试验的结果有多种可能性,但试验前能预知所有可能的结果;

3)每次试验前无法断定哪个结果会发生.

将具有上述三个特点的试验称为简单随机试验,简称为随机试验,本教材中如无特别说明,所谓的试验都是指这种随机试验.

随机试验的结果称为该随机试验的随机事件,简称为事件,通常用大写字母  $A, B, C, \dots$  及  $A_1, A_2, \dots$  表示.例如,例 1-2 中,“出现偶数点”是随机事件;例 1-4 中,“所取灯泡的寿命不超过 100 小时”也是随机事件.

特别地,一定条件下必然发生的事件,称为必然事件,用  $\Omega$  表示.例如在例 1-2 中,  $\Omega = \{\text{出现奇数点或偶数点}\}$ .同样,一定条件下必然不发生的事件,称为不可能事件,用  $\emptyset$  表示.例如在例 1-2 中,  $\emptyset = \{\text{既不出现奇数点,又不出现偶数点}\}$ .

概率论与数理统计是通过随机试验中的随机事件来研究随机现象的.

## 3. 基本事件与样本空间

随机试验的每一个可能的结果,称为这个试验的样本点,记作  $\omega$ ;全体样本点的集合称为样本空间,记作  $\Omega$ .

例如,例 1-1 中的试验,基本结果有两个:正(有字的一面朝上),反(国徽的一面朝上),即有两个样本点,因此样本空间为

$$\Omega_1 = \{\text{正, 反}\}.$$

例 1-2 中的试验,基本结果有六个:“出现 1 点”,“出现 2 点”,…,“出现 6 点”,分别用  $1, 2, 3, 4, 5, 6$  表示,即有六个样本点,因此该试验的样本

空间为

$$\Omega_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

同理,例1-3与例1-4的样本空间为

$$\Omega_3 = \{0, 1, 2, \dots\}, \Omega_4 = \{t \mid t \geq 0\}.$$

由上面的讨论可知,样本空间可分为两种类型:

- 1)有限样本空间,即样本点总数为有限多个,如 $\Omega_1, \Omega_2$ ;
- 2)无限样本空间,即样本点总数为无穷多个,如 $\Omega_3, \Omega_4$ .

无限样本空间又可分为可数(列)样本空间(如 $\Omega_3$ )和不可数(列)样本空间(如 $\Omega_4$ ).

值得注意的是:样本空间可以是数集如 $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ ,也可以不是数集如 $\Omega_1$ ;样本空间至少由两个样本点组成,仅含有两个样本点的样本空间是最简单的样本空间,如 $\Omega_1$ .显而易见,根据随机事件的定义,随机事件是由一个或多个样本点组成的,因此亦称随机试验 $T$ 的样本空间 $\Omega$ 的子集为试验 $T$ 的随机事件.

特别地,由一个样本点组成的集合称为基本事件;由全体样本点组成的事件,在每次试验中它总是发生的,称为必然事件,仍用 $\Omega$ 表示;空集 $\emptyset$ 不包含任何样本点,它作为样本空间的子集,它在每一次试验中都不发生,称为不可能事件.

### 1.1.2 事件之间的关系及运算

事件是样本点的集合,与集合的关系及运算相对应,下面介绍事件之间的关系与运算.

#### 1. 包含关系

如果事件 $A$ 发生必然导致事件 $B$ 发生,则称事件 $A$ 包含于事件 $B$ ,或称事件 $B$ 包含事件 $A$ ,记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$ .显然有下列性质:

- 1) $\emptyset \subset A \subset \Omega$ ;
- 2)若 $A \subset B, B \subset C$ ,则有 $A \subset C$ .

例如,在例1-2中,若记 $A = \{1, 3, 5\}$ ,即“出现奇数点”, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,即“出现的点数不超过5”,显然 $A \subset B$ ,即若事件“出现奇数点”发生,则“出现的点数不超过5”,即事件 $B$ 发生.

包含关系可用图1-1直观地说明.

#### 2. 相等关系

如果两个事件 $A$ 与 $B$ 满足: $A \subset B, B \subset A$ ,则称事件 $A$ 与 $B$ 相等.这意味着事件 $A$ 与 $B$ 本质

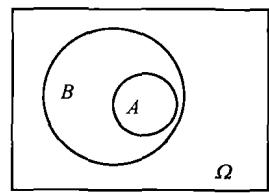


图 1-1



上是同一个事件,记作  $A=B$ .

### 3. 事件的和

两个事件  $A, B$  至少有一个发生,即“或  $A$  发生或  $B$  发生”,这样的事件,称为事件  $A, B$  的和,记作  $A \cup B$ (见图 1-2).

例如,在例 1-2 中,若记  $A=\{1, 3, 5\}$ ,即“出现奇数点”, $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,即“出现的点数不超过 5”,则  $A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,即“出现的点数不超过 5”.

类似地,称“ $n$  个事件  $A_1, \dots, A_n$  中至少有一个发生”这样的事件为事件  $A_1, \dots, A_n$  的和,记作

$$A_1 \cup \dots \cup A_n \text{ 或 } \bigcup_{i=1}^n A_i.$$

称“可列个事件  $A_1, \dots, A_n, \dots$  至少有一个发生”的事件为可列个事件  $A_1, \dots, A_n, \dots$  的和,记作

$$A_1 \cup \dots \cup A_n \cup \dots \text{ 或 } \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i.$$

### 4. 事件的积

两个事件  $A, B$  同时发生,这样的事件称为事件  $A$  与  $B$  的积,记作  $A \cap B$  或  $AB$ (见图 1-3).

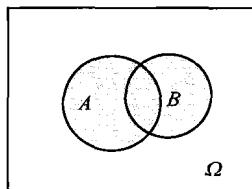
例如,在例 1-2 中,若记  $A=\{1, 3, 5\}$ ,即“出现奇数点”, $B=\{1, 2\}$ ,即“出现的点数不超过 2”,则  $AB=\{1\}$ ,即“出现 1 点”.

类似地,称“ $n$  个事件  $A_1, \dots, A_n$  同时发生”这样的事件为事件  $A_1, \dots, A_n$  的积,记作

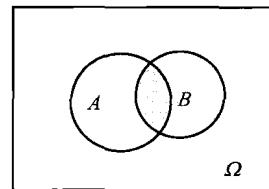
$$A_1 \cap \dots \cap A_n \text{ 或 } \bigcap_{i=1}^n A_i.$$

称“可列个事件  $A_1, \dots, A_n, \dots$  同时发生”的事件为可列个事件  $A_1, \dots, A_n, \dots$  的积,记作

$$A_1 \cap \dots \cap A_n \cap \dots \text{ 或 } \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i.$$



$A \cup B$



$A \cap B$

图 1-2

图 1-3

### 5. 互不相容事件

两个事件  $A, B$  不可能同时发生, 即  $AB = \emptyset$ , 则称  $A, B$  为两个互不相容事件或互斥事件(见图 1-4).

例如, 在例 1-2 中, 若记  $A = \{1, 3, 5\}$ , 即“出现奇数点”,  $B = \{2, 4\}$ , 即“出现小于 5 的偶数点”, 则  $AB = \emptyset$ ,  $A, B$  为两个互不相容事件, 即  $A, B$  不可能同时发生.

### 6. 对立事件

事件  $A, B$  有且仅有一个发生, 也就是说事件  $A$  发生则  $B$  必不发生或事件  $A$  不发生则  $B$  必然发生, 即  $A \cup B = \Omega$ , 且  $AB = \emptyset$ , 则称  $A, B$  为相互对立事件或互逆事件, 记作  $B = \bar{A}, A = \bar{B}$  (见图 1-5).

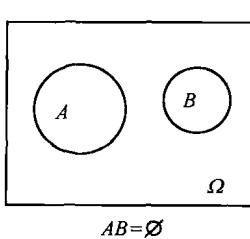


图 1-4

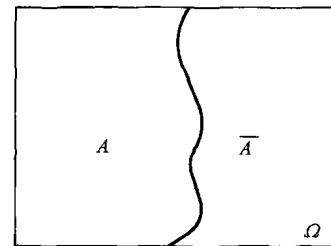


图 1-5

例如, 在例 1-2 中, 若记  $A = \{1, 3, 5\}$ , 即“出现奇数点”,  $B = \{2, 4, 6\}$ , 即“出现偶数点”, 则  $A \cup B = \Omega$ , 且  $AB = \emptyset$ ,  $A, B$  为相互对立事件.

### 7. 事件的差

事件  $A$  发生且事件  $B$  不发生, 这样的事件称为事件  $A$  与  $B$  的差, 记作  $A-B$  (见图 1-6).

例如, 在例 1-2 中, 若记  $A = \{1, 3, 5\}$ , 即“出现奇数点”,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 即“出现点数不超过 4”, 则  $A-B = A \bar{B} = \{5\}$ .

不难验证

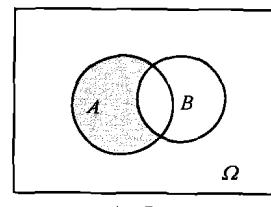


图 1-6

$$1) A-B = A \bar{B} = A - (AB);$$

$$2) \bar{A} = A;$$

$$3) \bar{A} = \Omega - A.$$

### 8. 完备事件组

若  $n$  个事件  $A_1, \dots, A_n$  中至少有一个发生, 且两两互不相容, 即  $\bigcup_{i=1}^n A_i =$